

יצירתיות בפתרון בעיות במתמטיקה: אסטרטגיות, דילמות וטעויות

עורכים: אביקם גזית, דורית פטקין

Creative Problems Solving in Mathematics: Strategies, Dilemmas and Mistakes

Avikam Gazit, Dorit Patkin

עורכים :

פרופ' אביקם גזית

פרופ' דורית פטקין

סמינר הקיבוצים – המכללה לחינוך לטכנולוגיה ולאמנויות

הוצאת הספרים של מכון מופ"ת :

עורכת ראשית : ד"ר יהודית שטיימן

עורכת אקדמית : ד"ר בתיה אילון

עורכת תוכן ולשון : מיכל קירזנר-אפלבוים

עורך גרפי : דניאל בריסקמן

עיצוב העטיפה : אורית לידרמן

צילום העטיפה והתמונות : שרה גזית

© כל הזכויות שמורות למכון מופ"ת, תשע"ה/2015

מסת"ב : 1-115-530-965-978

דפוס : אופסט טל בע"מ

תודות

ראשית, נבקש להודות לעושים במלאכה מטעם הוצאת הספרים של מכון מופ"ת. תודה לד"ר **יהודית שטיימן**, ראש הוצאת הספרים והעורכת הראשית, שנתנה בנו אמון, עודדה אותנו ונתנה לנו קורת גג וחסות להוצאת הספר, ולד"ר **בתי אילון**, העורכת האקדמית.

תודה ל**חני שושתרי**, רכזת הוצאת הספרים, שחיברה בין כל הגורמים השותפים ודאגה לפרטים הקטנים בתהליך הוצאת הספר.

תודה ל**מיכל קירזנר-אפלבוים**, העורכת הלשונית, שהשקיעה זמן ומחשבה ללא לאות בעיצובו המילולי של הספר והביאה אותו למה שהוא.

תודה ל**דניאל בריסקמן** על העיצוב הגרפי של הספר, ול**אורית לידרמן** על העיצוב הגרפי הנאה של העטיפה.

כמו כן, תודה מיוחדת שלוחה ל**פרופ' שלמה וינר** ול**פרופ' בוריס קויצ'ו**, שקראו את הגרסה הסופית של הספר והעירו; לכל הכותבים שלקחו חלק בספר; ול**שרה גזית** על הצילום היפהפה שעל העטיפה.

היצירה של מתמטיקאי, כמו יצירתם של צייר או משורר, צריכה להיות יפה. כשם שהצבעים או המילים צריכים להיות מותאמים זה לזה, כך הרעיונות המתמטיים צריכים לבטא הרמוניה מושלמת. קשה להגדיר מהו יופי מתמטי, אך יכולים גם לשאול מהו יופי בתחומים אחרים. ייתכן שאין אנו יודעים בדיוק מה מובנו של שיר יפה, אך אין זה מונע מאתנו להכיר ביופיו כאשר אנו קוראים שיר. כך גם במתמטיקה.

הרולד גודפרי הארדי¹

Hardy, G. H. (1940). *A mathematician's apology* (p. 14). London: ¹ Cambridge University Press.

תוכן עניינים

פתח דבר.....9

היצירתיות - פנים רבות לה / עטרה שריקי.....19

שער א': יצירתיות בפתרון בעיות באריתמטיקה

הפוטנציאל היצירתי הטמון בבעיה לא שגרתית / חנה לב-זמיר.....99

אולימפיאדת מספרים או: איך להפוך תרגול שגרתית

לחוויה יצירתית? / אביקם גזית.....121

יצירתיות בפעילות עם שורשים, חזקות ואומדן / דורית פטקין.....138

שער ב': יצירתיות בפתרון בעיות במעבר מאריתמטיקה לאלגברה

יצירתיות במציאת חוקיות כגשר בין אריתמטיקה לאלגברה /

שולה וייסמן.....151

שער ג': יצירתיות בפתרון בעיות בהנדסת המישור ובהנדסת

המרחב

מצולעים בנייר ומספריים: תהליך אינדוקטיבי למציאת סכום

זוויות פנימיות וחיזוניות במצולעים קמורים /

דורית פטקין ואילנה לבנברג.....181

על שטחים, היקפים ויצירתיות / רונית בסן-צינצינטוס.....200

תמונה מנטלית של גופי סיבוב וצורות דו-ממדיות /

דורית פטקין ורותי ברקאי.....236

שער ד': יצירתיות בפתרון בעיות בסטטיסטיקה, הסתברות

וחקר נתונים

השפעת התנסויות יצירתיות על אינטואיציות שגויות

257 בהסתברות / אביקם גזית

בעקבות רנה דקארט: מידע המוצג במערכת צירים

272 ככלי לפיתוח חשיבה מתמטית יצירתית / אילנה לבנברג

שער ה': חשיבה מתמטית לא שגרתית ויצירתיות בפתרון בעיות

אתגר במתמטיקה

בעיות אתגר, יצירתיות והפן החזותי /

291 נעמי חדד וצביה מרקוביץ

מקומה של היצירתיות בפתרון בעיות לא שגרתיות בסדרות /

322 אביקם גזית, דורית פטקין וג'קי חכים

נסו לחשוב כמוני – שניים סינים ומטא-קוגניציה /

335 אביקם גזית

פיתוח יצירתיות מתמטית באמצעות העלאת בעיות והערכת

התפתחות היצירתיות בעזרת מודל המבוסס על הגישה

352 הפסיכומטרית / עטרה שריקי

399 סיומו של ספר

401 הפתרונות לחידות שהוצגו בספר

407 על המחברים

410 Abstracts

פתח דבר

לצד מיומנויות חישוב אריתמטי, פתרון משוואות והבנת תכונות גיאומטריות של צורות, הוראת המתמטיקה מדגישה גם את פיתוח היכולת לפתור בעיות. החשיבה המתמטית משתרעת על פני מגוון פעילויות קוגניטיביות, החל משימוש באלגוריתם ידוע מראש ועד לרמות חשיבה גבוהות של ניתוח, הסקה, הכללה ומיזוג. פתרון בעיות מאפשר שילוב מיטבי של כל המיומנויות הללו, וזאת באופן חווייתי שיוצר עניין ומוטיבציה. נראה כי המתמטיקאי לִיטלווד (Littlwood, 1953), שטען שבדיחה מתמטית טובה עדיפה על פני תריסר מאמרים בינוניים, התכוון בדבריו גם לבעיות אתגר או לחידות שיש בהן משהו חריף ושנון שעשוי לגרות את הדמיון. לטענת גזית (2004), השימוש בחידות בבית הספר יועיל לא רק לפיתוח החשיבה האנליטית, אלא גם לפיתוח חשיבה יצירתית. כמו כן הוא יגביר את המוטיבציה ואת העניין של תלמידים בכל הרמות.

בעיה מילולית מורכבת מטקסט המספק מידע כמותי ומציג סיטואציה שניתנת לפתרון באמצעות פעולות מתמטיות (Greer, 1997). זו בעיה שיש בה סיפור, אירוע או התרחשות שלקוחים בדרך כלל מחיי היום-יום (גירון, 2009). הבעיה עוסקת באובייקטים מתמטיים כגון מספרים, צורות ומבנים שחוזרים על עצמם. כדי להגיע לפתרונה, התלמיד צריך לייצג את הסיטואציה ואת הנתונים בתוך מודל מתמטי שמוכר לו. בעיית אתגר לא שגרתית מאפשרת לבדוק את יישום החומר הנלמד ברמות גבוהות יותר משחזור אלגוריתם או תהליך פתרון שנלמד בכיתה. במחקר שערך שונפלד (Schoenfeld, 1985) בקרב תלמידי תיכון אמריקנים בכיתות י"ב, נמצאו האמונות הבאות ביחס לבעיות מתמטיות:

(א) לבעיות במתמטיקה יש אך ורק תשובה נכונה אחת. על פי רוב ניתן להגיע אליה בדרך האחרונה שנלמדה בכיתה. לדוגמה, אם השיעור האחרון עסק בפעולת החילוק, אזי יש לפתור את הבעיה באמצעות חילוק.

(ב) יש רק דרך אחת לפתור בעיה מתמטית כלשהי.

(ג) לא ניתן לצפות מתלמידים רגילים להבין מתמטיקה.

(ד) מתמטיקה היא פעילות שנעשית באופן אינדיבידואלי.

(ה) ניתן לפתור כל בעיה מתמטית בחמש דקות או פחות.

ממצאים אלה מחזקים את הצורך להתחיל ללמד פתרון בעיות באופן רצוף ושיטתי כבר בבית הספר היסודי. זאת כדי למנוע רתיעה וחרדה מהנושא וכן למנוע התפתחות אמונות חסרות יסוד בנוגע אליו.

המתמטיקאי פויה (1961) הציע בספרו **כיצד פותרין?** אסטרטגיה

לפתרון בעיות שכוללת ארבעה שלבים :

(א) הבנת הבעיה : קריאת כל הנתונים ויצירת קישורים ביניהם.

(ב) גיבוש תכנית : מציאת הקשר בין הנתונים לבין הנעלם. לעתים הקשר אינו ישיר. במקרה זה יש לגייס בעיות עזר שיסייעו ביצירת הקישור הנדרש, ובאמצעותן להגיע לגיבוש תכנית לקראת הפתרון.

(ג) ביצוע התכנית : מימוש התכנית שלב אחר שלב, תוך בדיקה כדי לוודא שכל צעד אכן מבוצע לפי התכנית.

(ד) עריכת בדיקה ובקרה : בחינת הפתרון שהתקבל, ביצוע סקירה לאחור.

פויה (שם) טוען כי כדי לפתור בעיות, דרושים הן ידע מבוסס בנושא והן יכולת לחשוב על רעיון טוב. רעיונות טובים מושתתים על ניסיון העבר ועל ידע קודם. פויה משתמש בדימוי של חומרי בניין. לא די בחומרי בניין כדי לבנות בית, אבל בלעדיהם לא ניתן לבצע את המשימה. מבחינה זו, החומרים הדרושים כדי לפתור בעיה מתמטית הם פריטים מתוך אוצר הידע שרכשנו קודם, כגון בעיות שכבר פתרנו ומשפטים שכבר הוכחנו.

כאמור לעיל, כדי לפתור בעיות נדרשת גם חשיבה יצירתית. יצירתיות מוגדרת כיצירת דבר-מה חדש ובר שימוש מאלמנטים קיימים (נבו, 1997). איינשטיין למשל הוא מדען יצירתי: הוא לקח שלושה רכיבים קיימים – מסה (m), אנרגיה (E) ומהירות האור (c) – ויצר קשר חדש שלא היה ידוע קודם לכן – $E = mc^2$ – ושניתן להשתמש בו במצבים פיזיקליים מתאימים.

המתמטיקאי אוילר הגדיר ארבעה שלבים בתהליך היצירתי, שמקבילים במידה מסוימת לארבעת השלבים של פתרון בעיות אצל פויה ומקובלים על החוקרים והתאורטיקנים (נבו, 1997):

(א) שלב ההכנה: זה השלב שבו אוספים מידע וחומרי גלם ומאתרים את הצורך, את הבעיה.

(ב) שלב הדגירה: זהו שלב לא מודע, כמוס, מעין היריון רוחני בציפייה לגילוי.

(ג) שלב ההארה: זה השלב שמביא לגילוי פתאומי, שבו צץ רעיון; יש השראה, אהה!

(ד) שלב האימות: בשלב זה בו בודקים את התוצר ומעבדים אותו לתוצר ממשי.

שלב ההארה הוא הקריטי מבין ארבעת השלבים. משערים שהוא מערב תהליכים שכליים ראשוניים, שאינם נשלטים על ידי החוקים המקובלים של ההיגיון והמצואות. התהליך האסוציאטיבי של היצירתיות שונה מתהליכים רגילים, בהם גירוי מסוים מזכיר גירוי אחר שצמוד לו. כדוגמה מתחום המתמטיקה, אם שואלים תלמיד מה התוצאה של תרגיל מתמטי שגרתני, הוא יגיע לפתרון באמצעות חשיבה אסוציאטיבית רגילה שתורגל בה והסתגל אליה. אולם אם ניתן לתלמיד משימה שאינה מסתמכת על אלגוריתם מידי, אזי בשלב הפתרון הוא לא יוכל להסתמך אך ורק על תהליך אסוציאטיבי רגיל, אלא יצטרך להסתמך על תהליך מורכב יותר. תהליך מורכב זה מבקש למצוא יחס אסוציאטיבי חדש בין

מרכיבי הבעיה, דהיינו צירוף ביסוציאטיבי, קשר שלא היה ידוע קודם ושמאפשר להגיע לפתרונות יצירתיים (שם).

יצירתיות במתמטיקה באה לידי ביטוי בניסוח עצמאי של בעיות מתמטיות, במציאת דרכים ואמצעים להתמודדות עם בעיות אלו ובמציאת שיטות מקוריות לפתרון בעיות לא שגרתיות. אחת הדרכים ליצור מצבים שדורשים חשיבה יצירתית היא הצגת בעיות פתוחות שאין להן פתרון אחד חד-משמעי. אם נשאל תלמידים כיצד מחלקים שווה בשווה 12 תפוחים בין 3 קערות, הפתרון הוא חד-משמעי ויש תשובה אחת מתבקשת בתנאים הנתונים. אבל אם נשאל כיצד מחלקים שווה בשווה 12 תפוחים בין מספר קערות, אין פתרון אחד בלבד והתלמיד צריך להניח הנחות לפני שיבחר בכמה פתרונות אפשריים (Yee, 2005).

אפשר למצוא בעיות אתגר בכל תחומי המתמטיקה, החל מבעיות אריתמטיות העוסקות במספרים וכלה בריבועי קסם המהווים דוגמה לבעיית אתגר שדורשת להפגין חשיבה יצירתית. בעיות מתחום האלגברה העוסקות בנושאים כגון תנועה, מכירה, קנייה ומילוי בריכות, יכולות לספק מגוון בעיות לא שגרתיות שלשם פתרון נדרשים הן ידע וכישורים אריתמטיים ואלגבריים בסיסיים והן חשיבה יצירתית.

גיאומטריית המישור והמרחב מספקת הזדמנויות מרתקות לבעיות אתגר שדורשות חשיבה יצירתית. על אלו נמנות למשל בעיות גפרורים, בעיות של חלוקת שטח למספר נתון של חלקים או בעיות מרחביות של בנייה, חלוקה וספירת חלקים יסודיים במבנה בלי לראותם. גם ענפי ההסתברות, הסטטיסטיקה והקומבינטוריקה טומנים בחובם מגוון בעיות מרתקות המתחברות למציאות היום-יום, כמו התפלגות תאריכי לידה או סידור עצמים לפי מבנה נתון.

מחקרים מעידים על קשר בין הישגים במתמטיקה לבין יכולת יצירתית במתמטיקה (Bahar & Maker, 2011; Van-Harpen & Sriraman, 2013). אולם חוקרים אחדים, כמו קויצ'ו ואורי (Koichu & Orey, 2010) או לין (Lin, 2011), טוענים שניתן לפתח יצירתיות מתמטית גם אצל תלמידים

בעלי הישגים נמוכים. התמודדות עם משימות הדורשות חשיבה יצירתית עשויה לחזק את המסוגלות העצמית שלהם.

תכנית הלימודים במתמטיקה לבית הספר היסודי ממליצה לעסוק בבעיות, אך המלצה זו לא תמיד באה לידי ביטוי בספרי הלימוד בכלל ובכיתה בפרט. גם הטיפול בטיפול החשיבה היצירתית טעון שיפור. הבעיות הניתנות בספרי הלימוד הן על פי רוב שגרתיות, והדרך לפתרון כרוכה בהפנמת אלגוריתם מוכר או בשימוש בשיטה ידועה מראש. לנוכח החשיבות הרבה שבפיתוח משולב של חשיבה אנליטית לצד חשיבה יצירתית באמצעות פתרון בעיות מתמטיות בתחומים שונים של הוראת המתמטיקה, ננסה בספר זה לתת כיוון והמלצות מתודיות בנושא זה. נבחן כיצד ראוי לפתח חשיבה מתמטית יצירתית ונספק דוגמאות מגוונות ומפורטות המסתמכות על רקע תאורטי רלוונטי ועדכני.

היצירתיות בהוראה ובלמידה זכתה להתייחסות נרחבת בספרות המחקרית, אולם במקרים רבים נדונה חשיבותה במישור התאורטי בלבד, או באופן כוללני מדי שמקשה על יישום ההמלצות המחקריות. הספר הנוכחי נועד לגשר על הפער בין התאוריה לפרקטיקה, מתוך תפיסה שיצירתיות הנה תכונה נרכשת שניתן לפתחה, ומכאן שניתן להקנותה וללמדה. לפיכך בחרנו לצמצם את הדיון התאורטי ולהתמקד בדוגמאות יישומיות מפורטות הממחישות כיצד ניתן ללמד נושאים שונים במתמטיקה באופן יצירתי. תלמידים, מתכשרים להוראה ומורים יוכלו להיעזר בדוגמאות הללו ולהשליך מהן על נושאים ופרקים אחרים במתמטיקה. הספר יכול לתת למורי המתמטיקה בבית הספר היסודי, למורי המורים במכללות ולמתכשרים להוראת המתמטיקה אמצעים וכלים מוחשיים ושימושיים להרחבת טווח האפשרויות לפיתוח חשיבה מתמטית. לשם כך נדרשת מודעות לפוטנציאל הטמון בגישות יצירתיות לפתרון בעיות. מודעות זו תבוא לידי ביטוי בפרקי הספר, שיציגו אסטרטגיות שונות לפתרון בעיות המשלבות חשיבה יצירתית. כמו כן יתמודד הספר עם דילמות וקשיים שמורי המתמטיקה עשויים להיתקל

בהם בעת ההתנסות בתהליכים אלה. אנו מציעים אם כן לקוראים שיעור ביצירתיות "גבוהה העיניים", אם תרצו, חוברת מתכונים ידידותיים שמובילים צעד-צעד אל התוצאה הרצויה ומגלים שהשד אינו נורא כל כך ושהוראה יצירתית של נושאים מתמטיים היא משימה ניתנת לביצוע.

בספר חמישה שערים ובהם מאמרים על יצירתיות בפתרון בעיות בתחומים שונים של המתמטיקה. לפני כל אלה יובא מאמר פתיחה מאת עטרה שריקי. מאמר זה כולל רקע תאורטי על יצירתיות בדגש על יצירתיות במתמטיקה.

השער הראשון עוסק ביצירתיות בפתרון בעיות באריתמטיקה. יש בו שלושה מאמרים. המאמר הראשון, של חנה לב-זמיר, מציג פעילות הידועה בשם "גלגל תשעת המספרים" ומתאימה להוראה בכיתות בית הספר היסודי. היא עוסקת בפעולות חשבון בסיסיות בתחום המספרים הטבעיים ומהווה דוגמה לפעילות בעלת פוטנציאל יצירתי בר מימוש. המאמר השני, של אביקם גזית, מציג דוגמה לפעילות יצירתית בסדרות של ארבעה מספרים עוקבים שצריך להגיע בהם לתוצאה 28 באמצעות פעולות החשבון וסוגריים. בפעילות מעין זו יש מספר אפשרויות לפתרון, ועל כן היא מזמנת פיתוח חשיבה יצירתית במקביל לאימון בהשגת מטרות הוראתיות. המאמר השלישי, של דורית פטקין, מציג פעילות למציאת שורשים וחזקות באמצעות אומדן. הפעילות מקשרת בין יכולת אומדן במציאת שורשים של מספרים או העלאתם בחזקה שנייה לבין היצירתיות המתבטאת בהגעה לפתרון בדרכים שונות ובלתי שגרתיות.

השער השני דן ביצירתיות בפתרון בעיות במעבר מאריתמטיקה לאלגברה. המאמר המופיע בו, שכתבה שולה וייסמן, מציג בעיה שתורמת לפיתוח חשיבה אלגברית בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי כהכנה לכיתה ז'. הבעיה עשויה לתרום לעידוד החשיבה היצירתית באמצעות מציאת חוקיות. לשם המחשה יוצגו דרכים שונות לפתרון, של תלמידי בית ספר יסודי, תלמידי חטיבת ביניים ופרחי הוראה.

השער השלישי עוסק ביצירתיות בפתרון בעיות בהנדסת המישור ובהנדסת המרחב. הוא מכיל שלושה מאמרים. המאמר הראשון, של דורית פטקין ואילנה לבנברג, מציג תהליך אינדוקטיבי למציאת סכום זוויות פנימיות וסכום זוויות חיצוניות במצולעים קמורים באמצעות נייר ומספריים. הנייר והמספריים הם כלים מסייעים להמחשת המושגים, אך גם פיגום לבניית התהליך האינדוקטיבי במטרה להגיע להכללה ולהבנת המושגים. המאמר השני, של רונית בסן-צינצינטוס, עוסק בפיתוח ובחיזוק של מיומנויות חישוב שטחים והיקפים תוך שימוש ביכולות קוגניטיביות ברמות שונות. המאמר מציג שילוב של שתי צורות בסיסיות מוכרות – ריבוע ועיגול – המביא ליצירת צורות מורכבות שניתנות לפירוקים שונים ומכאן לחישוב שטחים והיקפים בצורה יצירתית. המאמר השלישי, של דורית פטקין ורותי ברקאי, מציג פעילות להוראת הנושא של גופי סיבוב מזווית ראייה בלתי שגרתית. המאמר מציג משימות שמשתמשות במניפולציה של סיבוב צורה דו-ממדית וקבלת צורה תלת-ממדית, ללא סיוע של לומדות מחשב, תוך שימוש בתמונה מנטלית שהלומדים רואים בדמיונם.

השער הרביעי דן ביצירתיות בפתרון בעיות בהסתברות ובסטטיסטיקה. המאמר הראשון, של אביקם גזית, מציג שלוש בעיות לא שגרתיות של אתגרי חשיבה בתחום ההסתברות. מובאות דרכים להתמודד עם פתרון בדרך יצירתית של התנסות ישירה שמתחברת לסטטיסטיקה. המאמר השני, של אילנה לבנברג, מציג פעילויות שמטרתן לעודד חשיבה יצירתית תוך כדי פיתוח חשיבה מתמטית והבנה עמוקה יותר של משמעות מידע במערכת צירים. כל זאת כאשר אין כל ערכים מספריים על הצירים, כמקובל ברוב ספרי הלימוד, ובמקומם יש ייצוגים גרפיים לא שגרתיים.

השער החמישי עוסק בחשיבה מתמטית לא שגרתית וביצירתיות בפתרון בעיות אתגר במתמטיקה. המאמר הראשון, של נעמי חדד וצביה מרקוביץ, מציג את ההתמודדות של סטודנטים להוראה ותלמידים

מצטיינים בבית הספר היסודי עם שתי בעיות אתגר מתמטיות. המאמר מדגיש את הפוטנציאל של העיסוק בבעיות אתגר מתמטיות כאמצעי לפיתוח היכולת לפתור בעיות בכלל ולפיתוח היצירתיות בפרט. המאמר השני, של אביקם גזית, דורית פטקין וג'קי חכים, מציע התנסות יצירתית בפתרון סדרות לא שגרתיות, שאינן בעלות אלגוריתם ידוע מראש או שאינן מספריות. המאמר השלישי, של אביקם גזית, מציג שלוש בעיות אתגר לא שגרתיות בתחום האריתמטיקה שיש בהן אינטראקציה בין המשתתפים המופיעים בבעיה. ממבט ראשון נראה שחסר בהן נתון כדי לפתור אותן, אולם מסתבר שעל ידי רישום שיטתי של כל האפשרויות, ניתן להגיע לנתון החסר. זאת אם חושבים מנקודת מבטו של אחד המשתתפים בבעיות האתגר, מה שמביא לפיתוח חשיבה מטא-קוגניטיבית לצד חשיבה יצירתית. את המאמר הרביעי, המסיים את הספר, כתבה עטרה שריקי, שסוגרת מעגל מאחר שכתבה גם את מאמר הפתיחה. במאמר זה מוצגת גישה לטיפול יצירתיות מתמטית בפתרון בעיות ולהערכת התפתחות היצירתיות. זאת כדי לתת מענה לשניים מהגורמים המעכבים מורים רבים ומונעים מהם לטפח את היצירתיות המתמטית של תלמידיהם: המחסור בחומרים מתאימים ללמידה ולהוראה והקושי להעריך את היצירתיות של תלמידים ואת התפתחותה. בתחילת כל שער מופיעה אמרה של אדם מפורסם המתייחסת ליצירתיות. בסופו של כל שער מופיעה חידת אתגר לא שגרתית הדורשת חשיבה יצירתית. בסוף הספר מופיעים הפתרונות. החידות נלקחו מספריו של פרופ' אביקם גזית, שעוסק זה למעלה משלושים שנה בהפצת אתגרי חשיבה ובהכשרת מורים למטרה זו.

רשימת מקורות

- גזית, א' (2004). הוראת מתמטיקה, עניין ויופי - הילכו יחדיו בלתי אם נועדו? בתוך: ש' גורי-רוזנבליט (עורכת), **מורים בעולם של שינוי: מגמות ואתגרים** (289-356). רעננה: האוניברסיטה הפתוחה.
- גירון, ת' (2009). תרומתן של בעיות בלתי שגרתיות. **מספר חזק** 2000, 17, 48-42.
- נבו, ב' (1997). **האינטליגנציה האנושית**. רעננה: האוניברסיטה הפתוחה.
- פויה, ג' (1961). **כיצד פותרין?** תל אביב: אוצר המורה.
- Bahar, A. K., & Maker, C. J. (2011). Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. *Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education*, 3(1), 33-48.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307.
- Koichu, B., & Orey, D. (2010). Creativity or ignorance: Inquiry in calculation strategies of mathematically disadvantaged (immigrant) high school students. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 9(2), 75-92.
- Lin, Y. S. (2011). Fostering creativity through education: A conceptual framework of creative pedagogy. *Creative Education*, 2(3), 149-155.
- Littlewood, J. (1953). *A mathematician's miscellany*. London: Methuen and Company Limited.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. NY: Academic Press, Inc.

- Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29(3), 75-80.
- Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2013). Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201-221.
- Yee, F. P. (2005). Developing creativity in the Singapore primary mathematics Classes: Factors that support and inhibit. *Thinking Classroom*, 6(4), 14-46.