



### דיון באסטרטגיות לכפל מספרים גדולים

כתבו : חגית לסקר, עדנה רון

#### מטרות הפעילות:

1. חשיפת המורים לאסטרטגיות פתרון שונות של תרגילי כפל, והעמקה בעקרון של הגדלת גורם אחד במכפלה והקטנת הגורם השני פי אותו מספר, כאסטרטגיה לחישוב מהיר ויעיל של תרגילי כפל מסוימים.
2. מיקוד המודעות לצורך בדיון מתמטי בכיתה ופתיחות לקבלת דרכים שונות לפתרון.
3. הטמעת העבודה הספיראלית סביב רעיון מתמטי שבא לידי ביטוי בצורות שונות ובתחומי מספרים שונים.

#### תקציר:

בפעילות זו יעסקו המורים בניתוח דרכי פתרון של תרגילי כפל של מספרים טבעיים מתוך מבחנים לכיתה ג' ולכיתה ה'. ניתוח דרכי הפתרון יתמקד ברעיון המתמטי שבכל אסטרטגיה, ובדרכים שונות להצגת הרעיון. בניתוח האסטרטגיות יושם דגש על האסטרטגיה המבוססת על הגדלת גורם אחד במכפלה והקטנת הגורם השני פי אותו מספר. הפעילות תלווה באיתור אסטרטגיות שונות לכפל בתכנית הלימודים ובהכנת משימות לכל הכיתות על מנת לפתח ולשמר את האסטרטגיות ואת הרעיונות המתמטיים.

במהלך הפעילות המורים:

- יפתרו תרגילי כפל באסטרטגיות שונות של פתרון.

יעסקו בניתוח אסטרטגיות שונות לכפל ויציינו את העקרונות המתמטיים עליהם מתבססת האסטרטגיה:

ינתחו את הידע והמיומנויות הדרושים לכל אסטרטגיה של פתרון.

ידונו ביעילות הפתרון של האסטרטגיות השונות.

יבחנו את הקשר בין תרגילים שונים העוסקים באותו רעיון מתמטי.

יחפשו דוגמאות מתכנית הלימודים שמתבססות על אותו עקרון מתמטי, ויכינו משימות

מותאמות לשכבות גיל שונות שיש בהן יישום בדרכים שונות, של הרעיונות שהוצגו.

#### הכנה לפעילות:

1. על המנחה להביא איתו עותקים כמספר המשתתפים בסדנה של:

שאלה 7 ממבחן נפמ"ר לסיום כיתה ג', תשס"ח.

שאלה 13 ממבחן נפמ"ר לסיום כיתה ג', תשס"ח.

שאלה 10 ממבחן צ"ב פנימי לכיתה ה', תשס"ח.

(כל השאלות מופיעות בנספח א' לפעילות)

## דיון באסטרטגיות לכלל מספרים גדולים



2. בפעילות זו יש צורך בלוח ובטושים מחיקים.

3. מספר עותקים של תוכניות לימודים במתמטיקה לכיתות א'-ו' – 2006.

### מסגרת זמן מומלצת:

מומלץ להקדיש לכל הפעילות 2 מפגשי 1-2 שעות.

במפגש הראשון המורים יעסקו בפעילויות 1-3 במפגש השני בפעילות 4 ובקרה משתפת על התוצרים שלה.

### הצעה למבנה הפעילות:

המורים יתבקשו לפתור את שאלה מס' 7, ממבחן מפמ"ר לסיום כיתה ג' תשס"ח, בשתי אסטרטגיות שונות לפחות. (רצוי אסטרטגיות המאפשרות פתרון מהיר בעל-פה). לאחר הפתרון המורים יתבקשו לציין מהו הידע המתמטי הדרוש לתלמיד כדי שיוכל לפתור את התרגיל. (יש להתייחס לידיע הדרוש לכל אסטרטגיה שתוצע) בסיום העבודה יתנהל דיון בין המורים על האסטרטגיות השונות לפתרון התרגיל ועל הידיע הדרוש לכל אסטרטגיה. (ההנחיות למורים כתובות בדף הפעילות בנוסח)

### אסטרטגיות צפויות והידע הדרוש לכל אסטרטגיה

אפשר לפתור את התרגיל בעזרת אלגוריתמים שונים של כפל במאונך. (ראו לדוגמה תכנית הלימודים עמוד 62). בנוסף לאלגוריתמים אלו אפשר לפתור את התרגיל באסטרטגיות שהן נוחות לפתרון בעל-פה ומבוססות על חוקי החילוף, קיבוץ ופילוג. בפעילות זו נתמקד באסטרטגיות כאלו. להלן חלק מהאסטרטגיות האפשריות לפתרון התרגיל.

מומלץ להציג למורים את כל האסטרטגיות המוצגות להלן לדון גם באסטרטגיות אחרות שיוצעו על ידי המורים, ובידיע הדרוש לכל אסטרטגיה.

$$א. \quad 42 \times 5 = (40 + 2) \times 5 = 40 \times 5 + 2 \times 5 = 200 + 10 = 210$$

אסטרטגיה זו מבוססת על חוק הפילוג, כשהפילוג מבוסס על המבנה העשרוני של המספר.

הידע הדרוש לאסטרטגיה זו: חוק הפילוג, לוח הכפל וכפל בעשרות שלמות.

התרגיל מוצג כאן בצורה הפורמאלית שלו. התלמידים אינם נדרשים לכתוב את התרגיל בצורה הפורמאלית. הכתיבה הפורמאלית מורכבת ודורשת הבנת שוויון מורכב וסדר פעולות. כתיבה זו נועדה למורים, על-מנת שיבינו את התהליכים המתמטיים העומדים מאחרי האסטרטגיה לפתרון.



תלמידים פותרים כבר בגילאים הצעירים תרגילים בעזרת חוק הפילוג ללא כתיבה פורמאלית. במרבית המקרים התלמידים מחשבים בראש או כותבים תרגילי עזר בדרכים שונות. (ראו תכנית הלימודים עמוד 58). חשוב לציין בפני המורים שבסוג זה של תרגילים תתקבל כל צורת כתיבה וגם חישוב שהוא מבוסס כולו על חישובים בעל-פה.

$$ב. \quad 42 \times 5 = 42 \times 5 \times 2 : 2 = 42 \times 10 : 2 = 420 : 2 = 210$$

אסטרטגיה זו מבוססת על הגדלה והקטנה של התרגיל פי אותו מספר. מאחר ונוח לכפול מספר ב-10, במקום לכפול ב-5, נכפול ב-10 לאחר מכן נחלק ב-2.

הידע הדרוש: הבנת היחס שבכפל הגדלה והקטנה פי אותו גורם לא תשנה את התוצאה, הפיכות פעולות הכפל והחילוק, כפל ב-10, כפל בעשרות שלמות, חילוק ב-2 למספר זוגי.

גם כאן התרגיל מוצג בצורה הפורמאלית שלו. כתיבה זו נועדה למורים, על-מנת שבינו את התהליכים המתמטיים העומדים מאחרי האסטרטגיה לפתרון. גם צורת כתיבה זו היא קשה ואיננה מקובלת בגיל הצעיר. מרבית התלמידים מחשבים בראש ואינם זקוקים לכתיבת התהליך. לעיתים הם מסתפקים בכתיבה כזו:  $42 \times 5 = 420 : 2 = 210$

$$ג. \quad 42 \times 5 = 6 \times 7 \times 5 = 6 \times 5 \times 7 = 30 \times 7 = 210$$

אסטרטגיה זו מבוססת על פירוק לגורמים של אחד מהגורמים, שימוש בחוק החילוף ובחוק הקיבוץ בכפל.

הידע הדרוש: פירוק מספר לגורמים, שימוש אינטואיטיבי בחוק החילוף בכפל, חוק הקיבוץ בכפל, עובדות הכפל וכפל בעשרות שלמות. בתרגיל זה האסטרטגיה יעילה כי היא מאפשרת ביצוע חישוב של כפל בעשרות שלמות שלמעשה דורש רק ידע כפולות בסיסיות ו"הוספת" אפסים.

במקרה זה הכתיבה הפורמאלית עשויה לעזור לתלמיד, כי לאחר שפרק את 42 לגורמים 6 ו-7 ניתן לקל לו לזהות שנוח לבצע את התרגיל  $6 \times 5$  ולאחר מכן לכפול ב-7.

לסיכום מומלץ להבהיר שתובנה חשבונית היא היכולת לבחור את האסטרטגיה הנוחה לתרגיל מסוים. האסטרטגיה הנוחה והיעילה ביותר בדרך-כלל נקבעת בהקשר למספרים שבתרגיל.

על-מנת שתלמיד יוכל להפעיל שיקול דעת כזה עליו לשלוט בכל מרכיבי הידע הקודם הדרושים לכל האסטרטגיות: עובדות הכפל, שבלוח הכפל, כפל עשרות שלמות, שימוש בחוקים חילוף וקיבוץ בפעולות החיבור והכפל, שימוש בחוק הפילוג, הבנת הרעיון שהגדלה או הקטנה של גורם אחד פי-2 גלאת קטנתה מפלה פי-2, הגדלה והקטנה פי-