



מרגרט פרוים – מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי, אוני' חיפה

המזכיר א"ב היסטוריה הוא אהופים בשלון "שמאי". הוא הכיל את סיפור חייהם של מתמטיקאים חשובים (לפי סדר האלפבית), תרומתם למתמטיקה, משפחה, אנקדוטה, והגדים נבחרים שלהם לצד משימות אולטימטיביות. אפניכם מקבץ "הכוכבים" שכבר הופיעו (מא' ועד ט') בשלונות השונים:

אילור לאונרד	אוקלידס	ברהמגופטה	גאוס קרל פרדריך
1783-1707	המאה הרביעית לפנה"ס	668-598	1855-1777
עלון מס' 4	עלון מס' 5	עלון מס' 5	עלון מס' 6

דקארט רנה	שלוש נשים: שלוש תקופות שונות	איט פרנסואה
1650-1598	היפאטיה	1603-1540
עלון מס' 7	הרוטסוויטה המאה העשירית	אינר נורברט
	הופר גרייס	1964-1894
	עלון מס' 8	עלון מס' 9

ז'רמן סופי	אל-חואריזמי, מוחמד אבן-מוסא	טרטליה ניקולו
1831-1776	המאה התשיעית	1559-1500
זנון מאלאה	עלון מס' 11	עלון מס' 12
430-490 לפנה"ס		
עלון מס' 10		

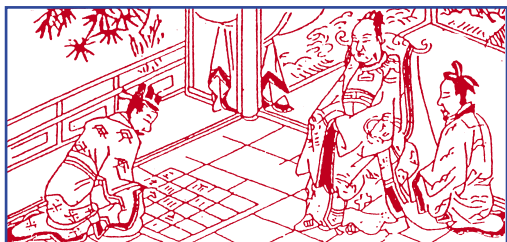
ואלפים.

לדוגמה: המספר 563 נכתב כך:

קודם הסימן המציין 5, אחריו הסימן המציין מאה ואחריו הסימנים המציינים 6, 10 ו-3.

כדי לבצע חישובים השתמשו הסינים במקלות במבוק קטנים: אדומים למספרים חיוביים ושחורים למספרים שליליים (ציור 1).

אחד המחברים מהמאה האחת-עשרה כתב שבלהט החישובים, היו המקלות עפים במהירות גדולה כל-כך, עד שהעין לא יכלה לעקוב אחרי תנועתם.



ציור 1

הספר בעל ההשפעה הגדולה ביותר במתמטיקה הסינית הוא "תשעה פרקים של אמנות המתמטיקה", שחובר במאה השלישית לפנה"ס, בערך.

מה יש בספר?

חישוב שטחים של מצולעים ועיגול, שימוש בפרופורציות, אלגוריתם לחישוב שורשים, חישוב נפחים, משפט פיתגורס, פתרון מערכת משוואות, שיטות הוגנות להטלת מיסים (דבר שהיה עוזר גם לנו היום).

בסך-הכול 246 בעיות ספציפיות מפורטות.

המאה השלוש עשרה היתה תקופה מעניינת מאד בסין: מחד גיסא הטרור והאנרכיה שהביא איתו הכובש המונגולי ג'ינג'יס חאן (Ghenges Han) ומאידך גיסא שגשוג כלכלי, עושר והחלפת דעות בין סין לארצות אחרות. בתקופה הזו, בזמן שושלת סונג (Sung) פעל המתמטיקאי יאנג הוי.

דבר לא ידוע על חייו, פרט לעובדה שכתב חיבורים בולטים במתמטיקה.

במאמר זה אציג לפניכם כמה דוגמאות הממחישות את רעיונותיו של יאנג הוי.

ספרו "המשך שיטות מתמטיות עתיקות להבהרת התכונות המוזרות של המספרים", שנכתב בשנת 1275, הוא הספר הראשון שעוסק בריבועי קסם

יאנג הוי YANG HUI והמתמטיקה הסינית המאה השלוש עשרה

קיים מסמך המתאר תוכנית לימודים מקיפה לחינוך מתמטי, מפרט את התכנים ומציין את לוח הזמנים ללימוד הנושאים השונים. הוא כולל את מטרות התוכנית לצד פירוט הנימוקים בבחירת התכנים.

המסמך מצדז בלימוד שיטתי וסיסטמטי של המתמטיקה, ומדגיש את החשיבות של פיתוח כושר חשיבה מתמטית והבנה מעמיקה של הנושאים, לעומת שינון ולימוד בעל-פה.

אם אתם סבורים שמדובר במסמך שמטרותו לקדם את החינוך המתמטי באלף השלישי-טעות בידכם!

אלו הם רעיונותיו של המתמטיקאי יאנג הוי שחי בסין במאה השלוש-עשרה והם מהווים הקדמה לעבודתו

"Cheng-chu tung-pien pen-mo"

"שינויים יסודיים משותפים בכפל ובחילוק", שנכתבה בשנת 1274.

התרבות הסינית היא אחת התרבויות העתיקות ביותר. בתחרות "מי עתיקה יותר?" אפשר להשוות את הציוויליזציה הסינית לתרבויות שהתפתחו במצרים ובבל.

משערים שכבר בזמן "הקיסר הצהוב", ששלט בסין באלף השלישי לפנה"ס, היה למדענים הסינים ידע באסטרונומיה ובחשבון.

לפני עמי אירופה הסינים השתמשו בדפוס ובאבק שריפה (במאה השמינית) ובנייר (במאה האחת-עשרה).

ומה לגבי המתמטיקה הסינית?

הסינים היו בין הראשונים:

- שפיתחו את השיטה העשרונית ואת השברים העשרוניים
- שעסקו ב"משולש פסקל" ובריבועי קסם
- שהכירו את המספרים השליליים
- שהשתמשו במטריצות לפתרון מערכת משוואות לינאריות ועוד...

כבר במאות הראשונות לפני ספירת-הנוצרים השתמשו הסינים בשיטת הספירה העשרונית. עבור כל אחת מהספרות, מ-1 עד 9, היה סימן מסוים וכן עבור עשר, מאה ואלף. אם מימין לספרה רגילה נכתב הסימן המציין עשר, פרוש הדבר היה, שיש להכפיל את הספרה הרגילה ב-10, וכך לגבי מאות

9 הנקודות הלבנות מייצגות את המספר 9, 2 הנקודות השחורות מייצגות את המספר 2. ריבוע הקסם הזה הוא מדרגה 3 (שלוש שורות ושלושה טורים) ומכיל את המספרים השלמים מ-1 עד 9. מספר הקסם הוא 15.

הסינים מצאו בריבוע הקסם איזון בין ה"YANG" הגברי (המספרים האי-זוגיים) ובין ה"YIN" הנשי (המספרים הזוגיים) ולכן העניקו לו משמעות רוחנית. יאנג הוי הוא המתמטיקאי הראשון שחקר ריבועי קסם מדרגה גדולה יותר מ-3 ומעגלי קסם. בציר 4 מתואר ריבוע קסם מדרגה 5 (חמש שורות וחמישה טורים), ובציר 5 מתואר ריבוע קסם מדרגה 6 (שש שורות ושישה טורים) המופיעים בחיבור "המשך שיטות מתמטיות עתיקות להבהרת התכונות המוזרות של המספרים".

12	27	33	23	10
28	18	13	26	20
11	25	21	17	31
22	16	29	24	14
32	19	9	15	30

ציר 4

13	22	18	27	11	20
31	4	36	9	29	2
12	21	14	23	16	25
30	3	5	32	34	7
17	26	10	19	15	24
8	35	28	1	6	33

ציר 5

בפרק הראשון של החיבור הנזכר לעיל, מופיעה להפתעתנו בעיה שהכול מכירים אותה: "בעיית הראשים והרגליים": בכלוב אחד כלואים ארנבות ופסיונים. לכולם יחד 35 ראשים ו-94 רגליים. כמה ארנבות וכמה פסיונים בכלוב? (תשובה: 12 ארנבות ו-23 פסיונים).

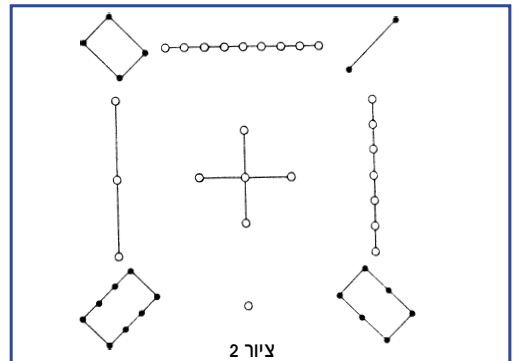
מדרגה 4 (ארבע שורות וארבעה טורים) עד 10 (עשר שורות ועשרה טורים).

בהקדמה מציין המתמטיקאי בהגינות רבה, שבכתיבת הספר הסתמך על חיבורים עתיקים, שאינם ידועים לנו, שהביאו לו חבריו.

ריבוע הקסם הוא קבוצה של מספרים מסודרים בטבלה בצורת ריבוע כך שכל מספר מופיע רק פעם אחת וסכום המספרים בכל שורה, טור ואלכסון הוא אותו מספר (מספר הקסם). קשה לדעת מתי חשבו לראשונה על ריבועי קסם. האגדה מספרת, שהקיסר המלומד יו (Yu) שחי לפני כ-5000 שנה, העתיק את הדיאגרמה שראה על גבו של צב אגדי (ציר 2).

בדיאגרמה הזו, הנקראת לו-שו (Lo-Shu), הנקודות השחורות מרכיבות מספר זוגי והלבנות מספר אי-זוגי.

נתרגם את דיאגרמת לו-שו (ציר 2) לריבוע הקסם (ציר 3), שמופיע בספרו של יאנג הוי. בשורה הראשונה משמאל לימין:



ציר 2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ציר 3

4 הנקודות השחורות מייצגות את המספר 4,

לסיכום, איננו יודעים דבר על המתמטיקאי יאנג הוי: על לימודיו, על חבריו, על משפחתו או כל פרט אחר על חייו.

אבל ספריו:

1. אנליזה מפורטת של השיטות המתמטיות (בחיבור "תשעת הפרקים") 1261
 2. כללים מתמטיים לשימוש יומיומי 1262
 3. שינויים יסודיים משותפים בכפל וחילוק 1274
 4. שיטות מעשיות לטופוגרפיה 1275
 5. המשך שיטות מתמטיות עתיקות להבהרת התכונות המוזרות של המספרים 1275
- ישמשו כאנדרטה עמידה יותר בפני שיני הזמן מכל אנדרטה אחרת.**

פעילויות בריבוע הקסם

פעילות א: ריבוע הקסם של יאנג הוי

מטרת הפעילות: להכיר תכונות של ריבוע הקסם, לתרגל פעולות חשבון, ולהבין תכונות של פעולות חשבון.

בחיבור שכתב המתמטיקאי יאנג הוי בשנת 1275, מופיע ריבוע הקסם שבציור 7.

2	16	13	3
11	5	8	10
7	9	12	6
14	4	1	15

ציור 7

- 1 כמה שורות, טורים ואלכסונים יש בריבוע הזה? מה דרגתו?
- 2 סכום המספרים בכל שורה, טור ואלכסון הוא אותו מספר, המכונה **מספר הקסם**. מהו מספר הקסם בריבוע הזה?
- 3 מצאו בתוך ריבוע הקסם ריבועים מדרגה 2 (שתיהן שורות ושני טורים) בעלי התכונה הבאה: סכום ארבעת המספרים המרכיבים את הריבוע שווה למספר הקסם. מצאו עוד מספרים בתוך ריבוע הקסם, שסכומם הוא מספר הקסם.
- 4 חברו לכל מספר שבריבוע הקסם את אותו המספר. צרו ריבוע חדש. חקרו את הריבוע החדש: האם הוא גם ריבוע קסם? הסבירו.

בעבודה שכתב בשנת 1261 מתאר יאנג הוי "משולש פסקל" - 500 שנה בערך לפני פסקל עצמו. סכום שני מספרים "שכנים" במשולש פסקל שווה למספר המצוי תחתיהם.

נשאלה השאלה: האם הכינוי "משולש פסקל" אכן מתאים?

בפרק אחר בעבודה זו, עוסק המתמטיקאי בבעיית "הבמבוק השבור" (ציור 6).

折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩
 羅谷如高而一凡爲高一丈爲股弦并之以此羅得
 差所得以減竹高而半其餘即折者之高也此率與係
 索之類更相適覆也亦可如上荷令高自乘爲股弦并
 羅去本目乘爲矩蓋被之餘爲實倍高爲法則得折之
 高數也

和如股弦和而一正餘得股弦較以減股弦和餘二段

股弦和與勾求股法曰勾自乘爲實變股弦較乘股弦
 和如股弦和而一正餘得股弦較以減股弦和餘二段

去根如勾折處
 通長如股弦和
 通長如股弦和

3
 2
 1
 0

6 ציור

במבוק באורך של 10 מטר נשבר. הקצה העליון השבור, נוגע באדמה בנקודה המרוחקת מטר אחד מבסיס הגזע.

באיזה גובה נמצאת נקודת השבר של הבמבוק? (תשובה, על-פי משפט פיתגורס, $4\frac{19}{20}$ מ'). ההקדמה של הפרק הראשון בחיבורו מ-1274 של יאנג הוי, "שינויים יסודיים משותפים בכפל ובחילוק", היא מסמך מרתק, המאפשר לנו הצצה לחינוך המתמטי בסין במאה השלוש-עשרה.

יאנג-הוי עסק גם בחישוב של סכום-סדרות, ובשיטה לפתרון משוואות ממעלה גדולה משתיים, שיטה מאד דומה לזו שהמתמטיקאי הורנר (Horner) "גילה" במאה התשע-עשרה.

בציור 8 מוצג ריבוע קסם מדרגה 4 (ארבע שורות וארבעה טורים).

העזרו בנייר שקוף וסמנו נקודה במרכז כל משבצת שבריבוע הקסם.

העזרו בסרגל והעבירו קווים צבעוניים המחברים מספרים עוקבים (מתחילים מ-1) (ציור 9). האם ניתן לזהות סימטריה שיקופית? פרטו. רעיון טוב הוא מילוי הצורות בצבע. (לצבוע את הפנים) (ציור 10). מתקבלים ציורים אבסטרקטיים יפים מאד.

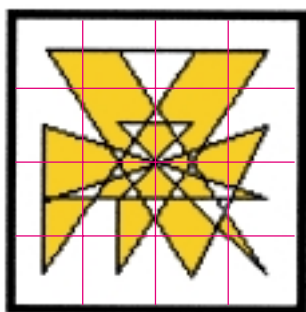
אפשר לבצע את הפעילות בעזרת תוכנת word. אפשר לחזור על הפעילות בריבועי קסם שונים. בסיום הפעילות אפשר להציג את העבודות בפוסטר.

5. הכפילו באותו מספר את כל המספרים שבריבוע הקסם שבציור 7. חקרו את הריבוע החדש: האם הוא גם ריבוע קסם? הסבירו.

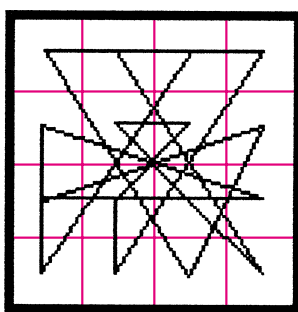
מצאנו שיטה ליצירת ריבועי קסם. חישבו על שיטות נוספות ליצירת ריבועי קסם מריבוע קסם נתון.

פעילות ב: ציורים מופלאים בריבוע הקסם. **מטרות הפעילות:** ליצור ציורים מופשטים ולזהות סימטריה בצורות שונות. תרגול בתוכנת word.

החומרים הדרושים: נייר שקוף, סרגל, עפרונות צבעוניים.



ציור 10



ציור 9

4	12	13	5
15	9	8	2
1	7	10	16
14	6	3	11

ציור 8

ביבליוגרפיה:

- Yoshio Mikami, *Mathematics in China and Japan*, New York, 1913.
- Joseph Needham, *Science and Civilisation in China*, Vol. 3, Cambridge, 1959.
- J.C Martzloff, *A History of Chinese Mathematics*, Springer, 1987.
- H.Eves *An Introduction to the History of Mathematics*, Saundres College Pub.,1969.
- Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, J.Willey & Sons, 1968.
- W. Dunham, *The Mathematics Universe*, J.Willey & Sons, 1944.
- J. Stillwell, *Mathematics and Its History*, Springer Verlag , NY Inc., 1989.
- J.S. Meyer, *Fun with Mathematics*, Cleveland Word Pub. Co., 1952.

על קצה המזלג:

במדור א"ב היסטורי של העלון "עממי" קיים גם מידע על:

- השימוש הראשון בסוגריים ובשברים עשרוניים.
- מספרי מרסן.
- מקור המילה "אלגברה".
- לוח השנה העברית.
- מקור הסימנים ">", "<".
- תולדות המספר II (פאי)
- מקור המילה "וקטור".