

על המספר... אחת עשרה

המספר 11 העוקב למספר 10, שהוא הבסיס לכל מערכת המספרים העשרונית, מאפשר יצירת דגמים מעניינים המבוססים על חישובים, קיצורי דרך של אלגוריתמים ושעשועי מספרים שונים. המספר 11 הוא הגורם הראשוני הדו-ספרתי הראשון, הוא ה"פלינדרום" הדו-ספרתי הראשון, והוא המספר הראשוני הפלינדרומי היחיד הבנוי ממספר זוגי של ספרות. בגיליון זה נציג 11 פעילויות שונות המתקשרות למספר 11.

כפל מהיר במספר 11

1. כפל של מספר דו-ספרתי ב-11

כאשר $a+b < 10$

יחידות עשרות מאות עשרות מאות יחידות עשרות

$$\boxed{a} \boxed{b} \times 11 = \boxed{a} \boxed{a+b} \boxed{b}$$

דוגמה: $54 \times 11 = 594$

כאשר $a+b \geq 10$

יחידות עשרות מאות עשרות ספרת היחידות של מאות יחידות עשרות

$$\boxed{a} \boxed{b} \times 11 = \boxed{a+1} \boxed{a+b} \boxed{b}$$

דוגמה: $67 \times 11 = 737$

2. כפל של מספר תלת-ספרתי ב-11

כאשר $b+c < 10, a+b < 10$

יחידות מאות יחידות עשרות מאות מאות עשרות מאות יחידות עשרות מאות

$$\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \times 11 = \boxed{a} \boxed{a+b} \boxed{b+c} \boxed{c}$$

דוגמה: $543 \times 11 = 5973$

כאשר $b+c \geq 10, a+b < 10$

יחידות מאות יחידות עשרות מאות מאות עשרות ספרת היחידות של מאות עשרות ספרת היחידות של מאות יחידות עשרות מאות

$$\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \times 11 = \boxed{a+1} \boxed{a+b+1} \boxed{b+c} \boxed{c}$$

דוגמה: $546 \times 11 = 6006$

כאשר $b+c \geq 10, a+b \geq 10$

יחידות מאות יחידות עשרות מאות מאות עשרות ספרת היחידות של מאות עשרות ספרת היחידות של מאות יחידות עשרות מאות

$$\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \times 11 = \boxed{a+1} \boxed{a+b+1} \boxed{b+c} \boxed{c}$$

דוגמה: $768 \times 11 = 8448$

דגמים מעניינים

(שארית 1) $12:11=1$

(שארית 2) $123:11=11$

(שארית 3) $1234:11=112$

(שארית 4) $12345:11=1123$

המשיכו וכתבו עוד תרגילים.

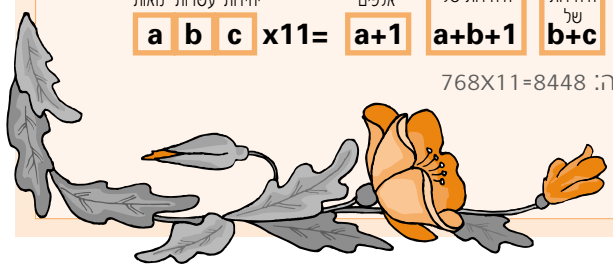
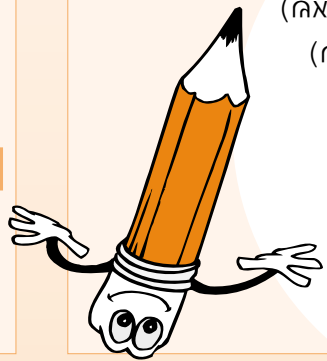
בדקו - כמה תרגילים כאלו אפשר לכתוב? האם אפשר לדעת מהי השארית שנקבל בתרגיל האחרון, מבלי לכתוב את כל שורת התרגילים?

נשים לב שהמבנה המעניין קשור לכפולות של 11. נדגים זאת בפירוק של אחד התרגילים. נסו באותה דרך לפרק גם את התרגילים האחרים.

$$1234 = 1000 + 200 + 30 + 4 = (1000 + 100 + 10 + 1) + (100 + 20 + 3) = (1000 + 100 + 10 + 1) + (100 + 10) + (10 + 3) = (1000 + 100 + 10 + 1) + (100 + 10) + (10 + 1) + 2 = 1111 + 110 + 11 + 2 = 11 \times 112 + 2$$

פתרונות

- 123456789:11=11223344 (שארית 5)
- 12345678:11=11223344 (שארית 4)
- 1234567:11=1122334 (שארית 4)
- 123456:11=112233 (שארית 3)
- 12345:11=1122 (שארית 3)
- 1234:11=112 (שארית 2)
- 123:11=11 (שארית 2)
- 12:11=1 (שארית 1)



משמיטים את ספרת היחידות ומחסרים את ערכה מהמספר שנשאר. ממשיכים כך עד שמקבלים מספר דו-ספרתי. אם המספר מתחלק ב-11, כל המספר מתחלק ב-11. אם המספר הדו-ספרתי שנשאר איננו מתחלק ב-11, כל המספר איננו מתחלק ב-11.

דוגמה: נבדוק על-פי שיטה זו שוב אם המספר 62035 מתחלק ב-11:

$6203-5=6198$

$619-8=611$

$61-1=60$

$6-0=6$

6 איננו מתחלק ב-11. לכן המספר 62035 איננו מתחלק ב-11.

הסבר: פעולה זו שקולה להפחתת מספר דו-ספרתי ששתי ספרותיו שוות (מספר שמתחלק ב- 11) ולחלוקה ב- 10 של המספר הנתון. כלומר, בכל שלב מחסרים מהמספר הנתון מספר שמתחלק ב- 11.

מכאן, שסכום המספרים שמחסרים אותם גם הוא יתחלק ב- 11. אם המספר שנשאר אחרון לאחר כל השלבים מתחלק ב- 11, הרי שכל המספר מתחלק ב- 11. ואם לא - הרי שכל המספר לא מתחלק ב-11.

יש למצוא את ההפרש בין סכום הספרות במקומות האי-זוגיים, החל מימין, לבין סכום הספרות במקומות הזוגיים.

- אם ההפרש המתקבל מתחלק ב-11 כל המספר מתחלק ב-11.
- אם הפרש המתקבל איננו מתחלק ב-11 המספר איננו מתחלק ב-11. ההפרש המתקבל הוא השארית בחלוקה ל-11 של המספר.

הסבר: למספר 10 חסר 1 כדי שיתחלק ב-11, המספר 100 גדול ב- 1 מכפולה של 11 ($99=11 \times 9$), למספר 1000 חסר 1 כדי שיתחלק ב- 11 ($1001=11 \times 91$), המספר 10,000 גדול ב-1 מכפולה של 11 ($9999=11 \times 909$). בדרך זו נפרק את המספר 1672 ונבדוק אם הוא מתחלק ב-11.

$$1672 = 1000 + 6 \times 100 + 7 \times 10 + 2 =$$

$$(1001 - 1) + 6 \times (99 + 1) + 7 \times (11 - 1) + 2 =$$

$$1001 - 1 + 6 \times 99 + 6 \times 1 + 7 \times 11 - 7 + 2 =$$

$$1001 + 6 \times 99 + 7 \times 11 - 1 + 6 - 7 + 2 =$$

$1001+1+6 \times 99+7 \times 11$, לכן מה שיקבע אם המספר מתחלק ב-11 הוא: $(-1+6-7+2)$. נשים לב שאלו בדיוק הספרות הבונות את המספר 1672. מאחר ו- $(-1+6-7+2=0)$ ולכן המספר 1672 מתחלק ב- 11 ללא שארית (שארית 0).

ובאותה שיטה: האם 62035 מתחלק ב- 11?
 $6+0+5-3-2=6$ ואכן: $5639 \times 11 + 6 = 62035$ כלומר, השארית בחלוקה ל-11 של המספר 62035 היא 6.

פריסות של קובייה

לקובייה 11 פריסות שונות זו מזו. מצאו אותן.

