

ידע מילולי אודות צורות לימוד גיאומטריה פורמלית וג'יה דאהר ואבtaskאמ עבדאלח'אלק

במחקר זה התייחסנו לעוד שני היבטים של ההגדרה המתמטית והם: **ציוון אובייקט גיאומטרי וקיים תנאים מטפיים**. לדוגמה: הגדרה "בריבוע כל הצלעות שוות וכל ה זוויות שוות" היא הגדרה שלא צוין בה אובייקט גיאומטרי המציין מה זה ריבוע. הגדרה אחרת של ריבוע המתמציאת אובייקט גיאומטרי היא: "ריבוע הוא מרובע שיש לו צלעות שוות וזוויות שוות". לעומת זאת, הגדרה "ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שוות" אינה מכילה תנאים מטפיים לפחות ורקום הריבוע, כי חסר בה התנאי של שוויון הזוויות.

תאוריה חשובה מאוד על הידע הגיאומטרי שאפשר לישם אותה גם לתיאור והגדלת מושגים גאומטריים, היא זו שפתחו הוזג van Hiele בשנות החמישים של המאה הקודמת. הם תיארו חמישה רמות ידע: (1) הכרה (2) תיאור (3) סידור (4) דזוקציה (5) דיקוק. עברו מחקר זה אנו מעוניינים בשלושת הרמות הראשונות, כי איןנו מצפים שרמת הידע הגיאומטרי של תלמידי כיתה ח, שלא למדו את הגיאומטריה הפורמלית, תהיה יותר גבוהה מרמת הסידור. נתאר שלוש רמות אלה בקצרה. **הכרה:** בשלב זה הלומד מזהה את הצורה לפי המראה שלה (כי היא דומה למראה שהוא כבר מכיר) אך אינו מכיר את תכונוניה. **תיאור:** בשלב זה הלומד מזהה את הצורה הגיאומטרית לפי תכונותיה אבל אינו מכיר את היחסים בין הצורות, או היחסים בין תוכנותאותה צורה גיאומטרית, למשל, אינו מכיר שריבוע הוא מלבן.

סידור: בשלב זה הלומד מזהה את היחסים בין הצורות השונות ואת היחסים בין תוכנותאות צורה.

(Sarama & Clements, 2000) מတקרים עד רמה הקודמת לרמה הראשונה הם קוראים לה רמת טרום ההכרה. הם איפינו רמה זו כרמה שבה הלומדים קולטים צורות גיאומטריות אבל אינם יכולים לבחין בין צורות, וכך אשר הם מצירירים, לעיתים הם מצירירים אותו קו עקום כשהם מעתיקים צורות השונות זו מזו. אנו נשתחמש ברמה זו כדי ליצץ תיאור לא נכון של צורה גיאומטרית, ושאינו מצין תוכנות נוכחות של הצורה. במחקר זה התייחסנו לתיאורית ואן הילה כמתארת ידע גיאומטרי בנושא גיאומטריה מסוים ולא כמתארת רמה קוגניטיבית כלילית של לימוד הגיאומטריה. כמובן, אפשר שתלמיד מפסום יהיה ברמה ההכרה בנושא מושגי יסוד, אבל יהיה ברמה התיאורית בנושא המשולש.

מחקרים רבים בחינוך המתמטי עוסקים ועסקים בנושא ההגדרות והתיאור של אובייקטים מתמטיים. (De Villiers, 1998) הוכיח כמה מחקרים אלה. למשל, כבר מתחילת המאה הקודמת (Blandford, 1908 ו- Freudenthal, 1973) טענו נגד מתן הגדרות מוכנות לילדים כדי ללמידה אוטנן בעל פה, הם הציעו לערב את הילדים במתן הגדרות על-ידי פעילות מאורגנת המכילה שאלות מתאימות. (Ohtani, 1996) תיאר מתן הגדרות מוכנות על-ידי מורים כפעולה בעלת שכנוע מושך ומכה פונקציות חברתיות: הצדקה שליטת המורה על התלמידים, השגת דרגה של אחידות, התחרמות מטיפול ברענון התלמידים, והימנעות מאינטראקציות בעיתיות עם תלמידים. (Clements & Battista, 1990) תיארו איך שימוש בלמודות לוגו משנה את ההגדרות והתפיסות שיש לתלמידים בקשר לצורות גיאומטריות.

ואן דורמולן וזלבלסקי (1999) תיארו את קריטריוני ההגדרה הפורמלית וחילקו אותם לשתי קבוצות: קריטריונים שהם הכרחיים וקריטריונים שאינם הכרחיים מנקודת מבט לוגית. הכרחיים וקריטריונים ההכרחיים שציינו הם: קריטריון ההיררכיה, קריטריון הקיום, קריטריון השקילות וקריטריון קיום אקסיסומות; והקריטריונים שאינם הכרחיים הם: קריטריון המינימליות, קריטריון האלגנטיות וקריטריון האלמנטים המונוניים. נתאר בקצרה שלושה מקריטריונים אלה בגלל חשבותם למחקר זה, זהה בהסתמך על ואן דורמולן וזלבלסקי (1999).

קריטריון ההיררכיה: ההגדרה צריכה להיות בונה מתייאר המושג החדש כמעט מיוחד של מושג רחב יותר, ומציין התוכנה או התכונות המיחודות את המושג החדש, למשל, מגדירים את המלבן כמקרה פרטי של המרובע: מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות.

קריטריון הקיום: ההגדרה מתוארת לנו את המושג אבל בדרך כלל לא נותנת דוגמה של המושג. קריטריון זה דורש קיום של לפחות דוגמה אחת המקיים את כל התנאים שהגדרה. למשל, ההגדרה הקודמת של המלבן מקיים את קריטריון הקיום כי אפשר לציר מלבן על-פי התנאים של ההגדרה.

קריטריון המינימליות: קריטריון זה דרש שלא יזכור תוכנות נוטפות של המושג על אלה שהן הכרחיות לקיומו. למשל, ההגדרה מינימלית של המלבן: מרובע שיש לו שלוש זוויות ישרות. ההגדרה זו מספקת כי ממנה נובע שגם הזרויות הרביעית היא ישירה.

המטפיקים בתיאור המשולש, הריבוע והמלבן. בקשר לרכמות וארמת הילה, ציינו שרוב התלמידים היו בשלב מתקדם של רמת התיאור, ככלור, יכולו לתאר את כל התוכנות של הצורות הגיאומטריות, אלה שמהות תנאים מטפיקים ואלה שמהות תנאים הכרחיים. ציינו גם שחלק קטן מתלמידים אלה יגעו לרמת הסידור, ובמקרה שלא ידעו את הקשר בין הריבוע והמלבן.

מטרת המחקר ואוכלוסייתו: המחקר נערכ בשתיicityות ח' בцеון הארץ, כשבכיתה הראשונה 27 תלמידים ובכיתה השניה 29 תלמידים. רמת הישג התלמידים בשתיicityות הייתה ביןונית ונמוכה. ישנה מהתלמידים לא נתנו תיאורים לאך צורה גיאומטרית והגיבו דף ריק. תוצאות המחקר מתייחסות לחמשים התלמידים שלא הגיעו דף ריק. מבין אלה שלא נתנו דף ריק היו תלמידים שתיארו רק חלק מהצורות.

ה משתתפים נדרשו להשלים בכתב משפטים כדי לתאר כל אחת מארבע הצורות הגיאומטריות: זווית, משולש, ריבוע ומלבן, למשל, הם נדרשו להשלים את המשפט: "זווית היא . . .".

מצאים

הגדרות התלמידים לזווית

ספר לא קטן של תלמידים לא תארו את הזווית אלא ציינו סוג זוויות. למשל, כתבו: יש זווית חדות, יש זווית ישירות ויש זווית קהות. אנו התייחסנו להגדרות אלה כהגדרות שאין עומדות בקריטריונים. כי למעשה אין נוונות כלל תיאור של זווית. חלק מהתלמידים תיארו את הזווית כנקודה הנוצרת מהפרדה או סקישור (כמו תלמידים השתמשו במילה מפהש) בין ישרים, למשל: הזווית היא נקודת הפרדה בין שני ישרים או יותר, או הזווית היא נקודת הפרדה בין שתי צלעות. הגדרות כאלה עונთ על קריטריוני היררכיה, הקיום, המינימליות, וציון אובייקט גיאומטרי. חלק מלה הוסיף תנאי לא נכון, הם ציינו שהישרים יוצרים זווית ישרה. כמה תלמידים תיארו את הזווית כדבר הנמצא בצורות אחרות. מספר תלמידים תיאר רק תכונה אחת של הזווית, למשל, הזווית מתארת בשני צדדים. ברור שהגדרה זו אין בה תנאים מטפיקים לקיום זווית. מספר תלמידים התקבבו יותר לתיאור נכון של הזווית באמור שזווית היא שטח בין שתי צלעות. אחת התלמידות נתנה תיאור שאפשר לקבלו כהגדרה לזוויות: זווית היא חלק הקישור שנמצא בין שתי קרניות שמתחלות באוותה נקודת. ברור שהגדרה זו מקיימת את קריטריוני ההגדירה שמתאר מחקר זה למגוון שנייה מתארת את כל האසפקטים השונים של זווית.

המחקר

מטרת המחקר הייתה לאפיין את הידע אודות צורות גיאומטריות של תלמידי כיתה ח שלא התחללו עוד לימודי גיאומטריה בגישה פורמלית. (התלמידים שהשתתפו במחקר למדו גיאומטריה בבית ספר יסודי, ובכיתה ז' לא למדו גיאומטריה בכלל.)

הסוגיות שענינו אותנו היו:

■ עםizia ידע אודות צורות גיאומטריות התלמידים באים מבית הספר היסודי לחטיבת הביניים? -izia ידע יש להם אודות צורות בסיסיות כמו: זווית, משולש, ריבוע ומלבן?

■ לאיזה רמה של ואן הילה ידע זה שיר?

■ אילו קритריוני הגדרה מקיימים תיאוריהם המילוליים?

אפיקן הידע של התלמידים אודות צורות גיאומטריות בחת"ב לפני הוראת הגיאומטריה הפורמלית, תוך התיחסות לשמרות קרייטריוני ההגדירה מצד אחד ורמות ואן הילה מצד שני, פורספני הקורה בחת"ב את מצב הידע הגיאומטרי אצל התלמידים לפני למידתם גיאומטריה פורמלית. אפיקן זה יאפשר למורה לבחור את שיטת ההוראה המתאימה לגיאומטריה הפורמלית, ולגיורו בין הגיאומטריה הלא פורמלית של בית הספר היסודי וזה הפורמלית של חת"ב. כלים אלה לא רק יעוזו למורה בבחירה שיטת ההוראה אלא גם בבחירה הפעילות ועיצובן לפי שיטת הוראה זו. אחת ממטרות לימוד הגיאומטריה הפורמלית בחת"ב ובבית הספר התיכון היא ללוות את התלמידים כך שיגיעו לפחות לרמת הדזוקציה, ושישמרו לפחות על ארבעת קרייטריוני ההגדירה שהוזכרו לעיל, כאשר הם מתראים את הצורות הגיאומטריות. אפיקן זה נותן למורים אינדיקציה היכן עומדים התלמידים לפני מחקר זה ומי יכולים ללמידה גיאומטריה פורמלית בחת"ב. שהם מתחילה ללמידה גיאומטריה פורמלית בחת"ב. אפיקן זה גם יעלה את רמת המודעות של מורי המתמטיקה בבית הספר היסודי לגבי רמת החשיבה של התלמידים בגיאומטריה, בעזרת אפיקן זה המורים יכולים להפעיל רפלקציה לא רק על גישת ההוראה, אלא גם על הפעילות באמצעותם מלמדים את תלמידיהם את נושא הגיאומטריה.

ציינו שיחיו קשיים לתלמידים בתיאור מושגי היסוד, שיחיה קשיי בתיאור הזווית אך קשיי זה יהיה קטן יותר מזה של תיאור מושגי היסוד, וכיינו שלא יהיה קשיי לתלמידים בתיאור והגדירת המשולש, הריבוע והמלבן. בקשר לקריטריוני ההגדירה, ציינו שיחיה לתלמידים קשיי בשמורה על קריטריוני ההגדירה השונים, אבל שלא יהיה להם קשיי בשמורה על קריטריון התנאים

אליה התיחסנו כהגדרות שאינן עומדות בקריטריוניים. אחד התלמידים נתן תיאור מוזר: הריבוע קבוע ואין זו. האם רצה ציון קשור (אם אם לא נכון) של הריבוע עם המלבן: הריבוע והא צורה משוכלת שיכולה להיות מלבן. תלמיד זה רצה להדגיש שהריבוע אינו תמיד מלבן. אין לא התיחסנו להגדרה זו כנמצאת ברכמת הסידור כי הקשר המצוין אינו נכון.

הגדרות התלמידים למלבן

להלן הגדירות של המלבן היו דומות להגדירות השונות שהזכרנו בפרקה של הריבוע, אבל בחלק מהן הוסיפו התלמידים תכונת נוטפת, גם אם לא מודיקת או לא נכון, כדי לציין את ההבדל בין הריבוע והמלבן. דוגמאות של תכונות נוספות אלה הן: המלבן הוא ארוך צלעות; המלבן הוא כמו הריבוע אבל אורכו יותר גדול ורוחבו יותר קטן; המלבן יש 4 צלעות שמתארכות; במלבן כל שתי צלעות גדיות הן שווות. חלק מתלמידים נתנו תכונות מנוגדות אלה שנתנו לריבוע, למשל: לא כל צלעותיו שוות או לא כל זוויתו ישרות.

הגדרות השונות שהזכרנו לא מקיימות את קритריון המכינימליות או ציון תנאים מסויקים. התלמידים נמצאים ברמה התיאורית של ואן הילה. חלק גדול מההגדרות של המלבן לא הכילו תנאים על זוויתינו, ولكن לא קיימו את קритריון ציון תנאים מסויקים. שני תלמידים ציינו, ב佐ורה לא נכון, גם קשר של המלבן עם הריבוע, למשל, אחד מהם ציין שככל מלבן הוא ריבוע אבל לא כל ריבוע הוא מלבן.

בבלה 1 מופיעים מספרי התלמידים שהגדירותיהם קיימו את קритריוני ההגדרה השונים.

ציון תנאים מסויקים	מספר תנאים מענים	מספר היררכיה	קיום	קריטריון הגדרה של	
				זריזות	משולש
10	14	15	13		
20	16	39	37		
5	22	45	43		
6	22	36	34		

בללה 1: מספר התלמידים שהגדירותיהם קיימו את קритריוני ההגדרה השונים (N=50)

הגדרות התלמידים למשולש

כמו תלמידים הגדרו את המשולש בצורה הבאה: יש לו שלוש זווית או יש לו שלוש צלעות, ככלומר, ביל' לציין שהוא מצולע או צורה גיאומטרית. חלק מהתלמידים רק ציירו רק המשולש או תיארו אותו כבעל שלוש צלעות וציירו אותו. הגדרות כאלה אינן סקירות את קритריון ציון אובייקט גיאומטרי, אבל אפשר להניח שגם מקיימות את קритריון היררכיה, אם מניחים שהתלמיד רצה לכתוב מצולע בעל שלוש צלעות. אם לא מניחים את זה, אז הגדרות אלה לא מקיימות את תנאי היררכיה או ציון תנאים מסויקים. כמו במקרה של הזווית, כמו תלמידים לא הגדרו את המושג אלא ציינו את סוגים המשולש מבחינת זוויתו או צלעותיו. גם במקרה זה התיחסנו להגדרות כאלה הגדרות שאינן עומדות בקריטריונים של הגדרה. מספר קטן מהתלמידים לא תיאר את המשולש אבל ציין איך לחשב את השטח שלו. חלק מהתלמידים תיארו את המשולש באמצעות תכונות נוספת, למשל אמרו: המשולש הוא צורה שיש לה שלוש זווית חומות. חלק מהתלמידים תיארו את המשולש כצורה שאפשר לבנות ממנה צורות אחרות. רוב התלמידים, ציינו את הגדרותיהם השונות, למצאים ברמה התיאורית של ואן הילה. קשה לדעת באיזה רמה של ואן הילה נמצאים אלה שציינו רק את סוגים המשולשים; הרוי הם לא נתנו בכלל תיאור למשולש עצמו.

הגדרות התלמידים לריבוע

קרוב למחצית התלמידים הגדרו את הריבוע בצורה הבאה: יש לו ארבע זווית, או יש לו ארבע צלעות, ככלומר, לא ציינו את התנאים שהצלעות והזווית צrüוכת לקיום כדי שהמרובע יהיה ריבוע. הגדרות אלה מקיימות את קритריון היררכיה, הקיום, והמינימליות, אבל לא את קритריון ציון אובייקט גיאומטרי או ציון תנאים מסויקים. כמו תלמידים ציינו תנאים עבור הזווית בלבד או עבור הצלעות בלבד. גם הגדרות אלה לא מקיימות את קритריון התנאים המסתפקים. חלק מהתלמידים חזרו על תנאי מסוים פעמיים כשהשיבו את הנוסח בצורה מסוימת. למשל: יש לריבוע זווית שווה וככלן זווית שווה וישראל, או כל צלעות הריבוע שווות ויש לו 4 צלעות שווות. הגדרות כאלה לא מקיימות את קритריון המינימליות. מספר קטן של תלמידים גם ציינו קודם את הריבוע. תלמידים נתנו הגדרות מהטוגים שציינו קודם נמצאים ברמה התיאורית של ואן הילה. חלק מהתלמידים לא הגדרו את הריבוע ונתנו רק את נוסחת חישוב שטחו. להגדרה

שורה בטבלה ש斯כום השכיחויות בה אינו 50 מוצביה על כר שחלק מהתלמידים לא תיאר בכלל את הצורה הגיאומטרית באותה שורה.

דיוון

במחקר זה התעניינו כיצד תלמידי כיתות ח' מתארים צורות גיאומטריות לפנייהם שהם לומדים אותן בצרפתית, כאשר השתמכו על קրיטריוני ההגדרת ועל רמות ואן הילה של הידע הגיאומטרי. איננו שהתלמידים לא שומרם על קритריון ההיררכיה בתיאור הזרות. לעומת זאת, התלמידים שמרו במידה יותר גדולה על קритריון ההיררכיה כשהתייארו את המשולש, הריבוע והמלבן, באמצעות השימוש במושגים הקיימים תיאור מצולעים אלה. לעומת זאת, השתמשו במושגים הקודמים שהגדרתם למושגים משולש, ריבוע ומלבן. יתרון שהשימוש במושגים זווית וצלע נובע מכך שזרוח של מושגים אלה על-ידי המורים בבית הספר היסודי כאשר תיארו את המשולש והמלבן וכאשר עסקו בנושא שטח והיקף הצורות.

המקירה של הזרות ותיאורה או ההגדרת הוא נושא הידע כבעייתי, למשל, (Keiser, 2003) ועומתיה מוצבאים על האי-דיוק והבעיתיות אשר בהגדרת זווית גם בספרו לימוד, ונונטים דוגמה של ההגדרת זווית שאינה מדוקנת בספר לימוד של גיאומטריה שנועד לתלמידי מכללות. בעיתיות זו בהגדרת זווית והקשרי לתאר אותה הם לרוב הסיבה לשינוי המועטה על קритריון ההיררכיה. התלמידים ניסו לマー את המושג זווית על-ידי שימוש במושגים הבאים אחרי הזרות במבנה ההיררכי של הגיאומטריה, כמו למשל, בהגדרת "זרות" נמצאת במשולש, בربוע ומלבן". רק מספר קטן של תלמידים שמרו על קритריון בربוע ומלבן.

תלמידים לא תיארו את הזרות בכלל.

המספר הגדלןichi היה שתלמידים ששמרו על קритריון הקיום, כאשר תיארו את המשולש, הריבוע והמלבן, יכול להטעות, כי מה שבדקו לא גבי קритריון זה הוא, האם ניתן להוכיח את קיום האובייקט המתואר במיללים של התלמיד, ולא אם אפשר להראות את קיום המושג בהסתמך על ההגדתו הנcona. למשל, התיחסנו את קיומם המושג בהסתמך על 4 צלעות" כהגדרה המקיימת להגדרת הריבוע" ("מצולע בעל 4 צלעות"), כי אפשר להוכיח קיום מצולע בעל 4 צלעות, למרות שהגדרה זו אין בה תנאים מוטפיים לקיום הריבוע.

טבלה 1 ברור שרוב התלמידים שמרו על קритריוני ההיררכיה והקיים בהגדרות הריבוע, המשולש והמלבן, אך לא שמרו על קритריוני ההיררכיה והקיים בהגדרת זווית. מסתמן גם של מרבית שמספר גדול של תלמידים עמדו בקריטריון הקיום בהגדרת הריבוע, רק חלק קטן של תלמידים ציינו תנאים מוטפיים לקיום הריבוע. למשל, התיאור של הריבוע כמצולע בעל ארבע צלעות מאפשר בניית צורה שמקיימת את התיאור, בכך שלא הכרחי שמה שבונים יהיה ריבוע. אותה הערכה נכונה לגבי ההגדרות שנותנו התלמידים לשאר המושגים, אבל במקרה של הזווית והמשולש הפער בין מספר התלמידים ששמרו על קритריון הקיום ואלה ששמרו על קритריון התנאים המוטפיים קטן יותר. בקשר לקריטריון המינימליות בולט מהטבלה שרוב התלמידים לא עמדו בקריטריון זה.

טבלה 2 מראה את התפלגות התלמידים ברמות השונות של ואן הילה בהסתמך על הגדרותיהם למושגים השונים.

טידור	תיאור	הכרה	טרום הכרה	רמת ואן-הילה
0	22	7	3	זרות
0	40	6	0	משולש
0	46	4	0	ריבוע
0	38	8	0	מלבן

טבלה 2: מספר התלמידים בכל רמה מרמות ואן הילה (N=50)

אפשר לראות טבלה 2 שרוב התלמידים, במקרה של המשולש, הריבוע והמלבן, כפי שעולה מהתיאורים שנותנו עבור מושגים אלה, נמצאים ברמה התיאורית של ואן הילה, בזמן שרובם, במקרה של הזווית נמצאים בשתי הרמות - ההכרה והTİיאור. למרות האמור לעיל אי-אפשר להסביר שהתלמידים מצינירים תנאים מוטפיים לקיום הריבוע והמלבן (גם אם הם נמצאים ברמה התיאורית), כי אם נונטים רק חלק מהתנאים המוטפיים של קיומם הריבוע או המלבן. אפשר לראות עובדה זו מהעומודה של קритריון ציון תנאים מוטפיים בטבלה 1.

אפשר להתגבר על חשיבה מוטעית זו של תלמידים על-ידי זה שנקרא לרובו "מלבן שהוא ריבוע". אפשר לעשות את זה במשר זמן מה עד שהתלמידים יתרגלו לעובדה שככל ריבוע הוא מלבן. רצוי גם לדון בכיתה בסיסקונה הנובעת מנתינת שם זה לריבוע - מלבן לא חייב להיות בעל אורך השונה מהרוחב, ושהן צורנן להתקיים רק במלבן שאינו ריבוע. דרך אחרת להתגבר על כך שהתלמידים חושבים שהמלבן צריך להיות בעל אורך השונה מהרוחב, היא לעבוד עם לומדיה או אפלט מתאימים. עובדה, למשל, עם האפלט:

"Exploring Properties of Rectangles and Parallelograms Using Dynamic Software"¹

mobilitה את התלמיד למסקונה שהמלבן יכול להיות ריבוע כאשר משנים את אורכו כך שהיא שווה לרוחבו או להיפך. עובדה זו עם האפלט אינה מספקת ויש צורך לדון אחרת בכיתה בקשר שבין המלבן והריבוע הנובע גם מתיאור כל אחד מהם במקביל, אז רואים שהתנאים המסתפקים לקיום המלבן מתקיימים גם בריבוע.

מספר קטע של תלמידים אמרו שלמשולש יש שלוש זוויות חופות. ייתכן שתלמידים אלה הוסיפו את התוכנה המיותרת 'חודות' כי רצוי כתוב הגדרה למשולש שהוא דומה להגדרת הריבוע והמלבן, שאוותם תיארו כבעלי זוויות ישרות. סיבה אחרת אפשרית היא, שמה שיש בדמיונם של תלמידים אלה הוא רק משולש בעל זוויות חופות, כלומר, הם עדין נמצאים בשלב ההכרה הוויזואלי של ואן הילה.



חלק קטע מהתלמידים שמרו על קרייטריון המינימליות, הסיבה לכך היא, כמובן, שהתלמידים רצו לתאר את המושג בהרבה מילים, כדי להראות שהם מכירים את הצורות הגיאומטריות, או כדי להגדיל את הסיכון שמשפט אחד מהמשפטים המתארים את המושג יקלע למטרה. זה לא נבע מכך שהתלמידים ציינו את כל תכונות הצורות, אלא שמהות תנאים הכרחיים ואלה שמהות תנאים מספיקים, כי רוב התלמידים לא ציינו את כל תכונות הצורות, אלא חזרו על תוכנה מסוימת יותר מפעם אחת כאשר בפעם השנייה שינו קצת בניותוח.

חלק קטע מהתלמידים נתן תנאים מספיקים לקיום הצורות. סיבה אפשרית לתוצאה זו היא סוג הלמידה שעברו התלמידים לרוב זהוי למידה על הצורות ולא למידה עם הצורות היכולה להתנהל, למשל, על-ידי בניית צורות עם אביזרים שונים או דרך לומדות. רוב המורים מסתפקים בכך שהם מראים לתלמידים את הצורות, לרוב על-ידי ציר או-טיפוס של הצורה על הלוות, ואחריו זה מתחלים את תלמידים את תכונות הצורה על-פי הציר המוכן. סוג למידה זה מקשה על התלמידים לזכור את תכונות הצורה, להבין את הקשר שלה עם צורות אחרות, ולנתה מחדש את התמונה אשר כבר היכרו או הנמצאת בדמיהם.

לבוי רמות ואן הילה, רוב התלמידים נמצאים בrama התיאורית בקשר לידע שלהם אודות המשולש, הריבוע והמלבן. זה היה צפוי, אבל מה שלא היה צפוי הוא שרוב התלמידים לא תיארו צורות אלה בתכונות מספיקות ליקיון. מספר קטע של תלמידים

נמצאים ברמת טרום ההכרה בתיאורים למושג ההזווית. זה לא אומר שהתלמידים לא מכירים את המושג בכלל, אלא שלא ניתן לתאר במדויק היכול להתקבל כתיאור נכון של מושג זה, כמו למשל, כאשר תיארו את הזווית כ"נמצאת במשולש". נראה שלתלמידים יש דיימי של זווית אבל אין מטוגלים לתאר אותה בצורה מדוקقة. תופעה מעניינת היא שמספר לא קטן מהתלמידים לא ציינו תנאים שהזווית צריכה להיות לפחות כדי שמדובר יהיה ריבוע או מלבן. סיבה אפשרית לכך היא הנחת התלמידים שברור מآلיהם שהריבוע והמלבן הם בעלי זוויות ישרות, ומה שחשוב הוא שהריבוע והמלבן יהיה בעל צלעות שוות, שכן שהמלבן יהיה בו שתי צלעות ארכות ושתי צלעות קצרות.

הסקת מסקנות

מקורות

- ואן דורטולן, י' וזלבקני, א' (1999). **פנימ' רבות להגדרה: החקירה של מחזוריות.** על"ה, 24, 16-5.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1990). Constructing Geometric Concepts in Logo. *Arithmetic Teacher*, 38(3), 15-17.
- Clements, D., & Sarama, J. (2000). Young children's ideas about geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 482-488.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions or teach to define? In: A.I. Olivier & K. Newstead (Eds). *PME 22 Proceedings*.: South Africa: Stellenbosch.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Keiser, M. J., Klee, A.,& Fitch, K. (2003). An Assessment of Students' Understanding of Angle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9 (2), 116-122.
- Ohtani, M. (1996). Telling definitions and conditions: An ethnomet hodological study of sociomathematical activity in classroom interaction. *Proceedings of PME 20* (Valencia, Spain), Vol 4, 75-82.
- Van Hiele, P. M. (1991). Developing Geometric Thinking Through Activities That Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, 5 (6), 310-16.

רוב תלמידי חט"ב שחקרנו נמצאים בתחילת הרמה התיאורית, ככלומר עוד לא התקדמו לעבר רמת הסידור, בדרך כלל הם לא צינו תנאים מספקים לקיום הצורות הגיאומטריות. מצב זה מחייב את המורים לתת לתלמידים את ההזדמנויות ואת הזמן המספיק ללמידה את הצורות הגיאומטריות על-ידי בניתן באמצעות אובייצרים שונים ולמודות. (van Hiele, 1991) מTARGET או במקרה של המשחק המשלב פטיפטים וטנגרמים אפשר לפתח את החשיבה הגיאומטרית ברמה הווזואלית ולתמוך בכך בעבר לרמה התיאורית. אפשר להשתמש בפעילות מסווג זה עבור תלמידים שלא הגיעו עוד לרמה התיאורית, וראינו כמה תלמידים כאלה בכיתה ח. כמו כן אפשר להשתמש בלמידה מאמרת כמו "המשער הגיאומטרי" או באפלטים הנמצאים באינטראקטיב, כדי לפתח את החשיבה הגיאומטרית ברמה התיאורית ולתמוך בכך בעבר לרמת הטידור.

רוב תלמידי חט"ב שחקרנו לא שומרים, כשהם מתארים את הצורות, על קритריון המינימליות, קритריון ציון אובייקט מתמטי, וkritirion תיאור תנאים מספקים. טוב夷שוו מורי הגיאומטריה ביסודי אם יצינו את חישובות השמירה על שני הקритריונים האחרונים בשיעוריהם, ואת ההבדל בין ציון תנאים שמותקינים לבין צורה גיאומטרית ובין ציון תנאים מספקים לקיום צורה גיאומטרית. בחלוקת הביניים, אחרי הגיעו לשלב שבו התלמידים מכירים את כל קriteriooni ההגדרה ומ畢ינים את חיבור שבירתם כמשמעות צורות גיאומטריות.

על מחברי המאמר:

ד"ר וג'יה דאהר:

פרופ' למתמטיקה ולדידקטיקה של המתמטיקה במכון אקדמי. תחומי התעניינות וכחקר: שיטות אלטרנטטיביות בהוראת המתמטיקה, טכנולוגיה ומחשבים בחינוך המתמטי וחינוך טקון

אבתיסאטם עבד אלח'אלק:

עובדת במכון מורים ארכ'י - אוניברסיטת חיפה ומדrica. סטודנטית בתמחוחות מתמטיקה במכינות גורדון ואלקאסטן.