

## חידות אודות אסירים משתחררים

אביקם גזית

שני אחים רבים אודות הסיר,  
האמיר את ראש שניהם מסיר,  
והסיר הוא האסיר של האמיר...

זהו אחד מהבתים של השיר הישן על בוכרה היפה, שהיה להיט בשנות החמישים והשישים של המאה הקודמת. השיר עסק בצורה מבדחת-מקאברית בפסקי הדין של האמיר מבוכרה. הקשר לשלוש החידות שתוצגנה בהמשך אינו האמיר וגם לא בוכרה אלא האסיר. הפעם המשתתפים בפתרון החידות הם 100 אסירים המקבלים הזדמנות להשתחרר אם יעמדו במשימה, ויפתרו את החידות. החידות הן חידות לוגיות שאינן דורשות ידע מתמטי מעבר לידע הנדרש בבית הספר היסודי, אך דורשות חשיבה רחבה ויצירתית.

האסיר שנבחר מוזמן להיכנס לתא עם הנורה, ושם הוא יכול לשנות או להשאיר את מצב המתג של הנורה, או להכריז שכל 99 האסירים האחרים כבר היו בתא. אם הכרזתו נכונה, משחררים את כל האסירים ואם לא - האסירים נשארים.

יש לקחת בחשבון שכל אסיר יכול להיבחר כמה פעמים, מאחר ולשומרים לא ידוע מי מהאסירים כבר היה. גם כאן ניתנת לאסירים אפשרות להחליט על אסטרטגיה מתאימה כדי להצליח במשימה.

מה עליהם לעשות כדי להגיע למצב ודאי, שבו אחד האסירים יכריז את ההכרזה ש- 99 האחרים כבר היו בתא והוא יהיה צודק?



### חידה 1

#### על ראש האסיר בוער הצבע של הכובע

מנהל בית כלא מציע ל- 100 האסירים הכלואים בבית הכלא עסקה, המאפשרת להם להשתחרר אם יצליחו במשימה הבאה:

כל אסיר יקבל באורח אקראי כובע בצבע אדום או כחול. האסירים יעמדו בטור זה מאחורי זה, כך שכל אחד יראה את כל הכובעים שלפניו. כל אסיר, החל מהאסיר האחרון בטור, לפי הסדר, צריך לנחש ולומר בקול רם את צבע הכובע שעל ראשו. כל אסיר שינחש את צבע הכובע ישוחרר, ומי שלא ינחש - יישאר.

האסירים מתייעצים לפני קבלת הכובעים על האסטרטגיה בה ינקטו, כדי שכולם יצליחו לנחש נכון את צבע הכובע. מה עליהם לעשות כדי ש- 99 מהם ינחשו נכון ורק לאסיר אחד יהיו 50% סיכויים לנחש נכון?(במקרה כזה, סביר להניח שמנהל הכלא ישחרר גם אותו, גם אם לא ינחש נכון, כי לא משתלם להחזיק בית כלא עבור אסיר אחד.)

### חידה 2

#### על ראש האסיר בוערת נורה

בבית כלא יש תא ובו נורה במצב כבוי עם מתג להדלקה. מנהל בית הכלא מציע ל- 100 האסירים עסקה כדי לאפשר להם להשתחרר אם יעמדו במשימה הבאה: שומרי בית הכלא בוחרים כל פעם באקראי את אחד האסירים, כאשר האסירים האחרים אינם יודעים את זהותו.



"חידת האסיר", איור: לימור שנורמכר

<http://www.expoze.co.il/go/limors>

הוצג בתערוכת "איור במתמטיקה" במוזיאון המדע ע"ש בלומפילד בירושלים

### חידה 3

#### על חולצת האסיר בוער המספר

מנהל בית כלא (מדובר בבית כלא אחר, כי האסירים בשני בתי הכלא האחרים כבר שוחררו). מזמין את 100 האסירים ומציע להם את העסקה הבאה:

כל אסיר יקבל חולצה ועליה רשום מספר אקראי מ-1 עד 100 (כולל). יש אפשרות שכמה אסירים יקבלו את אותו המספר. כל האסירים יעמדו במעגל, כאשר כל אחד רואה את המספרים של 99 האסירים האחרים, אבל לא את המספר של עצמו. כל האסירים צריכים לנחש בו-זמנית, כלומר, לומר בבת אחת את המספר הרשום על החולצה שלהם.

אם רק אסיר אחד יצליח לנחש את המספר שעל חולצתו, ישוחררו כל האסירים ואם לא - יישארו.

האסירים יכולים להתייעץ לפני חלוקת המספרים על האסטרטגיה המתאימה כדי שאחד מהם בוודאות ינחש נכון את המספר. מה עליהם לעשות כדי שבדיוק אסיר אחד ינחש בוודאות את המספר שעל חולצתו?

על מחבר המאמר:

#### ד"ר אביקם גזית



מרצה לחינוך מתמטי במכללות סמינר הקיבוצים ובית ברל וחבר סגל המחלקה לחינוך ולפסיכולוגיה באוניברסיטה הפתוחה. התמחותו בתחום היבטים פסיכולוגיים של חשיבה מתמטית, פתרון בעיות, תולדות המתמטיקה, הסתברות וקומבינטוריקה ולאחרונה גם בתחום לקויי למידה במתמטיקה.

הוציא לאור שלושה ספרים שעניינם אתגרי חשיבה מתמטיים ספר על תולדות המתמטיקה וספר שירה. כל זאת בנוסף לעשרות מאמרים שפורסמו ב"מספר חזק" בכתבי עת בארץ ובעולם.

כדי לפתור את שלוש החידות העוסקות ב-100 אסירים, מומלץ לקחת מספר קטן יותר של אסירים, למשל 5 אסירים, ולנסות לפתור את החידות בהתאם לתנאים.

הצעות לפתרון אפשר לשלוח למערכת מספר חזק או למייל של אביקם גזית: [avikam@openu.ac.il](mailto:avikam@openu.ac.il) פתרונות והדרכה כיצד להגיע לתשובות המתאימות יופיעו בגיליון מס' 15.