

המספר 60 - בסיס הספירה של הבבלים בעת העתיקה

אביקם גזית

מדוע נבחר המספר 60 להיות בסיס ספירה, הרי צריך בבסיס כזה 60 סימנים שונים?
גרסה אחת מנסה להסביר את הבחירה ב-60, בהיותו המספר הקטן ביותר המתחלק בששת המספרים העוקבים 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30.

גרסה אחרת מנסה להסביר את הבחירה ב-60, בהיותו גורם חלוקה של מספר ימי השנה - 360. אבל ישנן עדויות שכבר השומרים ידעו, ששנת חמה כוללת יותר מ-360 ימים. גרסה שלישית מנסה להסביר את בסיס ה-60 בשילוב בין שתי שיטות ספירה: אחת על בסיס 10 ואחת על בסיס 6. בין אם נקבל גרסה זו או אחרת, המפתיע בשיטת הספירה של הבבלים שהשתמשו רק בשני סימנים:

■ הסימן הראשון הוא סימן של יתד אנכי המייצג את המספר 1, ונכתב כך: \uparrow

■ הסימן השני הוא סימן של יתד פינתי המייצג את המספר 10, ונכתב כך: \nwarrow

את המספרים מ-1 ועד 59 היו כותבים עם שני הסימנים באופן רגיל ופשוט. (טבלה 1)

די מפתיע לגלות שיושבי מסופוטמיה - האזור הפורה סביב הדלתה של הפרת והחידקל - אימצו לעצמם לפני אלפי שנים את המספר 60 כבסיס לספירתם, וזאת בשיטה המבוססת על ערך המקום.

אפילו היוונים, שקידמו את המתמטיקה להיות מדע אקסיומטי-דדוקטיבי, לא השכילו להמציא שיטת ספירה בה ערכה של ספרה נקבע לפי מקומה במספר. מי היו תושבי מסופוטמיה?

באלף הרביעי לפני הספירה הוקמה ממלכת שומר בדלתה של הפרת והחידקל. השומרים פתחו את שיטת הספירה על בסיס 60, ששוכללה יותר מאוחר על-ידי הבבלים - שבטיים שמיים שפלטו למסופוטמיה בתחילת האלף השני לפני הספירה. ייתכן שכהמשך טבעי לבסיס הספירה של השומרים, אנחנו משתמשים היום בבסיס 60 לחלוקת הזמן בשעון ולמדידת זוויות. בשעה יש 60 דקות ובדקה 60 שניות. כאשר רב חובל של ספינה מבקש לנוע בכיוון 2 ש', 35', 14", ורוצה לבטא את הרישום ביומן הספינה בשניות, הרי החישוב נעשה בבסיס 60: $2 \times 60^2 + 35 \times 60 + 14$.

1 \uparrow	11 $\nwarrow \uparrow$	21 $\nwarrow \nwarrow \uparrow$	31 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow$	41 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow$	51 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow$
2 $\uparrow \uparrow$	12 $\nwarrow \uparrow \uparrow$	22 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow$	32 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow$	42 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow$	52 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow$
3 $\uparrow \uparrow \uparrow$	13 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow$	23 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow$	33 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow$	43 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow$	53 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow$
4 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	14 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	24 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	34 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	44 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	54 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
5 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	15 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	25 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	35 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	45 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	55 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
6 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	16 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	26 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	36 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	46 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	56 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
7 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	17 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	27 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	37 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	47 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	57 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
8 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	18 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	28 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	38 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	48 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	58 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
9 $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	19 $\nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	29 $\nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	39 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	49 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$	59 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$
10 \nwarrow	20 $\nwarrow \nwarrow$	30 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow$	40 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow$	50 $\nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow \nwarrow$	

טבלה 1: המספרים 1-59 רשומים בשיטה הבבלית

כאשר מגיעים למספר 60 צריך לכתוב יתד ניצבת אחת עם אפס לימינה (כמו בטבלה).
 עד למאה השלישית לפני הספירה לא היה סימן לאפס במערכת הספירה הבבלית, והיו מוסיפים סימן של W שוכבת על צידה, באמצע המספר, כדי להבחין בין אחדות, "עשרות" - כפולות של 60, "מאות" - כפולות של 60 בחזקת 2, וכך הלאה. עד להוספת האפס אפשר היה לפרש את הסימן של יתד מאונכת אחת כ-1, או כ-60, או אפילו כ-3600. נראה שלמרות קושי זה, הבבלים הסתדרו על-ידי הבנת ההקשרים של המספרים. יש לקחת בחשבון שרק מעטים ידעו לכתוב, ומי שקרא ידע במה מדובר. הרי יש הבדל משמעותי אם אתה צריך לתת כבשה אחת או שישים כבשים. למרות הפגם של ריבוי משמעותי, עקב חסרונן של האפס, ומיעוט הסימנים, אפשר להתפעל מרמת החשיבה של הבבלים, שיצרו שיטה על בסיס פוזיציוני שאמורה לאפשר כתיבה חסכונית של מספרים.

בשיטה זו, יחד עם האפס, השתמשו מדענים יוונים, בעיקר האסטרונומים, אפילו במאות הראשונות לספירה, מאחר והשיטה הרומית הייתה מסורבלת והקשתה לבצע פעולות חשבון.

השיטה הבבלית אפשרה לרשום בבסיס ספירה שהתאים גם לחלוקת המעגל ל-360 מעלות, וזה מה שגרם לאסטרונומים להשתמש בשיטה הבבלית אלפי שנים לאחר המצאתה.

באחד מלוחות החומר, מאוסף המצוי באוניברסיטת קולומביה ונקרא "פלימפטון 322", פענחו החוקרים חישוב מקורב של שורש 2. בלוח החומר הבבלי כתובים המספרים הבאים בכתב היתדות: 10, 51, 24, 1. מאחר ואי-אפשר להבדיל בין מספרים שלמים לבין ההופכיים שלהם, כי לא היה לבבלים קו שבר, ניסו החוקרים את כל האפשרויות.

הם הגיעו למסקנה שמדובר בשברים הרשומים בבסיס 60: $\frac{1}{60}$, $\frac{51}{60}$, $\frac{24}{3600}$, $\frac{10}{216000}$, ואם מחברים את השברים מקבלים 1.414222, שהוא קירוב טוב לערך של המספר האי-רציונלי 1.414135.

לבבלים היו טבלאות מוכנות של כפל, חילוק, ואפילו העלאה בחזקה, כדי לבצע את חישוביהם.

במידע שהשאירו הבבלים על-גבי מאות לוחות חומר שהשתמרו, מצאו הארכיאלוגים בנוסף לדרך כתיבת המספרים (כולל 0), גם את שמות המספרים (טבלה 2). המצאת האפס הבבלי אפשרה את הבנת השיטה.

שמות המספרים כפי שהם נקראים בבבלית	תרגומן בשיטה העשרונית	הספרות הבבליות
	0	⌌
אַס איש	1	𐎠
קִין אישה	2	𐎡
אַס הרבה	3	𐎢
לימו	4	𐎣
איֶאָה	5	𐎤
איֶאָס - צירוף של 5 ו-1	6	𐎥
איֶקִין - צירוף של 5 ו-2	7	𐎦
אוסו	8	𐎧
איֶלימו - צירוף של 5 ו-4	9	𐎨
או	10	𐎩
	60	𐎠⌌
	300	𐎡⌌
	3600	𐎠⌌⌌

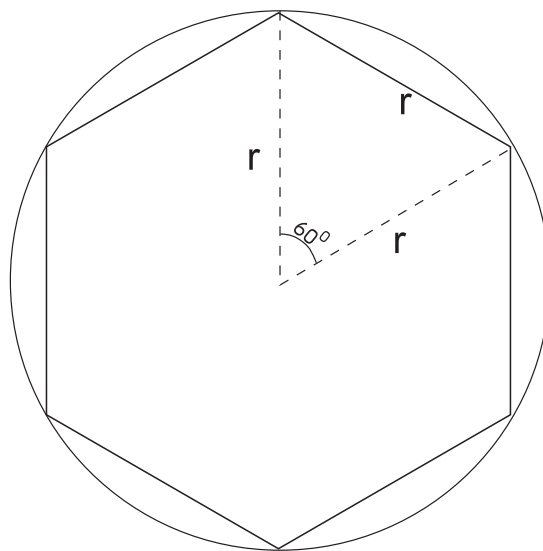
טבלה 2: המספרים הבבליים ושמותיהם בבבלית

מקורות

אונגורו, ש' (1989). **מבוא לתולדות המתמטיקה, חלק א', הזמן העתיק וימי-הביניים**. משרד הביטחון.
 ארבל, ב' (2005). **קיצור תולדות המתמטיקה**. מכון מופ"ת.
 ברגמיני, ד' (1970). **מתמטיקה, הספרייה המדעית של לייף**. מעריב.
 גזית, א' (2004). **מצאתי, על אנשים שאהבו לחשוב ולחשב**. הוצאת גייסט.
 שישא, א' (1977). **מתמטיקה ומתמטיקאים**. מסדה.

Gulberg, J. (1997). *Mathematics from the birth of numbers*, W.W. N.Y: Norton & Company.
 NCTM, (1998). *Historical topics in mathematical education*. National Council of Teacher of Mathematics.

באותו אוסף "פלימפטון 322", מצאו החוקרים גם שלשות של מספרים, והתברר מפענחם שמדובר בשלושת פיתגוראיות כמו: 3, 4, 5 או 5, 12, 13.
 בלוח חומר אחר, שנמצא בחורבות העיר Susa, שמייחסים אותה לשושן הבירה, נמצא חישוב יחס היקף משושה משוכלל להיקף מעגל החוסם אותו.
 פיענוח היחס, שנמצא רשום בכתב היתדות, נותן את המספרים 36, 57, שבדיקתם העלתה שני שברים: $\frac{57}{60}$, $\frac{36}{3600}$.
 סכומם הוא 0.96. היחס בין היקף משושה משוכלל להיקף מעגל החוסם אותו הוא - $\frac{6r}{2\pi r} = 0.955$ זהו קירוב מצוי, ואם נחשב את הפאי המתקבל, נקבל 3.125 - קירוב מרשים לפאי האמיתי.



על מחבר המאמר:

ד"ר אביקם גזית



מרצה לחינוך מתמטי במכללות סמינר הקיבוצים ובית ברל וחבר סגל המחלקה לחינוך ולפסיכולוגיה באוניברסיטה הפתוחה. התמחותו בתחומים של היבטים פסיכולוגיים של חשיבה מתמטית, פתרון בעיות, תולדות המתמטיקה, הסתברות, קומבינטוריקה, וליקוי למידה במתמטיקה. הוציא לאור שלושה ספרים שעניינם אתגרי חשיבה מתמטיים, ספר על תולדות המתמטיקה וספר שירה. כל זאת בנוסף לעשרות מאמרים שפורסמו ב"מספר חזק" ובכתבי עת בארץ ובעולם.

ניתן להרחיב עוד הרבה על המתמטיקה הבלית, אך ענייננו הוא הפעם המספר 60, ולכן לא נעסוק בה כאן. למתעניינים, אפשר למצוא חומר נוסף והרחבה ברשימת המקורות.