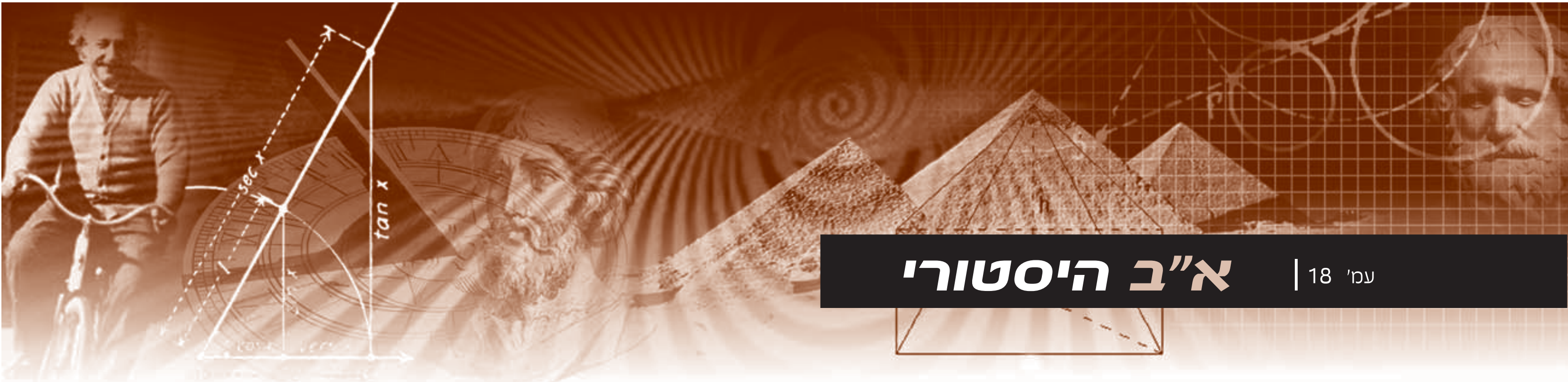


אוקלידס (euclides) 330 לפנה"ס-265 לפנה"ס

מרגרט פרוים

האגדה מספרת כי פעם אחת הסביר אוקלידס הוכחה קשה בגיאומטריה למלך תלמי הראשון[1]. משסיים אוקלידס את הסברו שאל אותו המלך הגדול: "אין דרך קצרה ומהירה יותר ללימוד הגיאומטריה?" ענה לו אוקלידס: **"הוד מלכותך, אין דרך מלכותית, (רוצה לומר - קלה) ללימוד הגיאומטריה"**.

תשובה זו, שבמרכזה עומדת הדרישה להשקעה ולהתמדה בלימוד, נשארה רלבנטית גם ללומדים בימינו, וכמוה גם ספרו של אוקלידס "יסודות" ("האלמנטים"), שהיה במשך 2000 שנה הספר החשוב ביותר ללימוד הגיאומטריה.

אוקלידס היה מתמטיקאי יווני שחי במאה הרביעית והשלישית לפני הספירה. תקופת חייו נחשבת לתקופה של פריחה ושגשוג בתחום המתמטיקה והפילוסופיה היוונית, ומלבדו פעלו בה גם אפלטון ואריסטו. אוקלידס נולד, כנראה, באתונה, אך בשל התיעוד ההיסטורי הדל של תקופתו לא ידוע הרבה על קורות חייו. בצעירותו הוא התחנך באקדמיה האפלטונית באתונה, שנחשבה באותם ימים לבית המדרש החשוב ביותר[2]. כל המועמדים ללימודים באקדמיה חויבו להיות בעלי ידע במתמטיקה. "מי שאינו יודע גיאומטריה אינו רשאי לבוא בשעריי", היה כתוב על שער הכניסה של האקדמיה.

באותה עת הייתה העיר אלכסנדריה נתונה תחת שלטונו של המלך המצרי תלמי הראשון, ומשערים כי בעקבות הזמנתו של המלך תלמי העתיק אוקלידס את מקום מגוריו לאלכסנדריה (שנקראה על שם מייסדה - אלכסנדר הגדול). אלכסנדריה הפכה תחת שלטונו של תלמי לאחת הערים החשובות בעולם, וכך הייתה במשך תקופה ארוכה. בעיר שכנה "הספרייה הגדולה של אלכסנדריה" - מרכז הידע של העולם העתיק. עיקר עיסוקו של אוקלידס היה בתחום ההוראה באוניברסיטה של אלכסנדריה (המוזיאון). מסַפרים שהוא

---

1. תלמי הגדול, שליט מצרים, חי בשנים 367 לפנה"ס עד 283 לפנה"ס. הוא היה מייסד שושלת תלמי, ששלטה במצרים העתיקה במשך כ- 300 שנה, מ- 305 לפנה"ס עד 30 לפנה"ס. תלמי הגדול הוא זה שהפך את אלכסנדריה למרכז התרבות העולמי. תלמי הראשון, למעשה, שלט במצרים החל משנת 323 לפני הספירה, מיד לאחר מותו של אלכסנדר הגדול. הוא הוכתר כמלך רק ב- 305 לפנה"ס. עוד בהיותו שליט מצרים (לפני שהיה למלך) הקים את המוזיאון ואת הספרייה.

2. האקדמיה נוסדה על-ידי אפלטון, ומאז ייסודה נקראת כל מסגרת המחנכת למחשבה אינטלקטואלית גבוהה בשם 'אקדמיה'. האקדמיה של אפלטון התקיימה כ- 800 שנה.

זכה למוניטין כמורה מוערך, ישר והגון ובעל מזג נוח, מורה הנזהר שלא להעליב את תלמידיו או לפגוע בהם. מלבד "יסודות", שכבר הוזכר, כתב אוקלידס ספרים נוספים, וביניהם: הספר "הנתונים", המכיל בעיות בגיאומטריה; הספר "האופטיקה", שהוא הספר הראשון העוסק בפרספקטיבה; ספר העוסק בתיאוריה של השתקפות עצמים על-ידי מראות מישוריות וקעורות; וספר העוסק ביישומים של גיאומטריה באסטרונומיה.

הספר "יסודות" והשיטה הדדוקטיבית

אוקלידס זכור בעיקר בזכות ספרו "יסודות" - חיבור המורכב מ- 13 פרקים (או "הספרים"), אשר כונה על-ידי איינשטיין "הספר השמימי". החיבור המקורי לא נשמר, ומצויים רק עותקים שונים שלו. "יסודות" איגד, למזלנו, את מרבית הידע המתמטי שהיה מוכר בימיו של אוקלידס (יש להניח שחלק מההוכחות הן של אוקלידס עצמו), ולולא אוספה זו ייתכן שהיינו מאבדים חלק ניכר מהחומר[3]. בספרו "יסודות" הניח אוקלידס את היסוד לשיטה הדדוקטיבית.

מהי חשיבה דדוקטיבית?

ניתן לתאר את החשיבה הדדוקטיבית כחשיבה הכוללת הסקת מסקנה המבוססת על כללים לוגיים. המסקנה נגזרת מעובדות נתונות ונובעת מהן באופן הכרחי. התהליך הוא שיטתי ומתרחש שלב אחר שלב, כך שכל מעבר אל השלב העוקב מתבצע בעזרת היסקים לוגיים[4]. מבנה החיבור - יסודות, יוצא מהנחות מצומצמות ככל האפשר (ראו הרחבה בהמשך) ומגיע למסקנות מרחיקות לכת. ניתן לומר, אפוא, שבאופן שבו ארגן את החיבור, הניח אוקלידס את היסוד לשיטה הדדוקטיבית. גדולתו של אוקלידס מתבטאת, אם כן, לא רק בכך שאסף מידע ממקורות רבים, ולא רק בכך שהשכיל לקשור יחדיו 465 משפטים בנושאים מתמטיים שונים, אלא גם ובעיקר בזכות העובדה שהוא ניסח את החומר בצורה ברורה, וסידר אותו נדבך על נדבך באופן שיטתי, לוגי ודדוקטיבי (Dunham,1994), החיבור בהיר ורהוט כל כך עד שהפך לספר הלימוד בעל ההשפעה הגדולה ביותר בהיסטוריה, ואת מחברו אוקלידס הפך למורה המפורסם ביותר[5].

ששת הפרקים הראשונים של הספר "יסודות" עוסקים בגיאומטריית המישור, ושלושת הבאים בתורת המספרים. הפרק העשירי עוסק ביחסים אי-רציונליים, ושלושת הפרקים האחרונים (הפרקים 11, 12 ו-13) בגיאומטריית המרחב.

הפרק הראשון מכיל משפטים בגיאומטריה בנושאים, כגון: זוויות ושטחים, ישרים מקבילים, סכום הזוויות במשולש וחפיפת משולשים. המשפט, שמספרו 47 בפרק, הוא משפט פיתגורס, והמשפט שמספרו 48, הוא המשפט ההפוך של פיתגורס, אשר קובע שמשולש הוא ישר-זווית אם ריבוע צלע אחת שלו שווה לסכום ריבועי הצלעות האחרות.

הפרק השני עוסק בנושאים הקשורים בשטחים.

הפרק השלישי עוסק במשפטים על מעגלים.

הפרק הרביעי עוסק במשולשים ובריבועים החוסמים או החסומים במעגל.

הפרק החמישי עוסק בפרופורציות.

הפרק השישי עוסק ביישום מושג היחס לדמיון צורות. פרק זה כולל משפטים ששויכו בטעות לתלס (פרוים, 2007).

להלן נרחיב בנושאים בגיאומטריה ובתורת המספרים מתוך החיבור של אוקלידס: בתחילת ספרו "יסודות" מביא אוקלידס רשימה של 23 הגדרות ו-10הנחות יסוד.

על מושגי יסוד והגדרות

הצורך בהגדרת מושגים נובע, כמובן, מהצורך שכל המשתמשים במושג יתכוונו לאותו דבר. כל שנדרש מהגדרה הוא שתהיה מובנת (Dunham, 1991), חשיבותן הגדולה של הגדרות באה לידי ביטוי במהלך הוכחה של משפטים. לדוגמה, כדי להוכיח שמשולש מסוים הוא משולש שווה-צלעות חייבים להוכיח שהוא עונה לדרישות ההגדרה של "שווה-צלעות".

---

3. לחלק מהמשפטים שבספר כבר ניתנו הוכחות מסוימות קודם כתיבת הספר על-ידי מתמטיקאים שונים.
4. השיטה הייתה מוכרת למתמטיקאים יווניים ונזכיר רק כמה מהם : תאלס (624 לפנה"ס - 547 לפנה"ס), אודוקסוס (408 לפנה"ס - 355 לפנה"ס), פיתגורס (582 לפנה"ס - 496 לפנה"ס).
5. הגיאומטריה הנלמדת בבית הספר היא הגיאומטריה האוקלידית. ביוונית פירוש המילה "גיאומטריה" הוא למדוד (מטר) את האדמה (גאו), והמילה אוקלידית מקורה בשמו של אוקלידס. זה למעלה מ- 2000 שנה נחשבת עבודתו למודל לחשיבה מתמטית.

בגיאומטריה של ימינו קיימים מושגים המכונים מושגי יסוד, כגון, נקודה וישר[6], שאותם אין מגדירים. בימינו מגדירים רק מושגים "מורכבים", כגון משולש, מרובע, מלבן ואחרים. הגדרתם של מושגים מורכבים כגון אלה מסתמכת על מושגי היסוד או על מושגים שכבר הוגדרו באמצעות מושגי היסוד. בתחילת הספר "יסודות" מביא אוקלידס 23 הגדרות של מושגים. בניגוד למוסכמות של הגיאומטריה הנהוגה היום, מביא אוקלידס גם הגדרות של מושגים יסודיים, כמו, הנקודה והקו. לפניכם שתי ההגדרות הראשונות הרשומות בספר, בניסוחן הקדום:

"נקודה היא משהו שאין לו חלק".

"קו הוא אורך חסר רוחב". (המונח 'קו' בספרו של אוקלידס הוא המושג 'קטע' בגיאומטריה של היום.)

על הנחות יסוד

לזכותו של אוקלידס אפשר לזקוף את העובדה, שהוא הבין שכדי ליצור מערכת לוגית נרחבת ומקיפה יש להתחיל בקביעת מספר הנחות יסוד. ואכן, לאחר 23 ההגדרות רשם אוקלידס בספרו 10 הנחות יסוד, שאותן הוא הציג כאמיתות תקפות מראש הניתנות ללא הוכחה.

אחד מהישגיו הוא הצלחתו להשתמש רק בקומץ קטן של הנחות יסוד (עשר בלבד, כאמור) כבסיס ליצירת מערכת גדולה ומורכבת, שהיא גם עקבית וגם בעלת רצף הגיוני. נפלא הוא הדבר שהנחות היסוד נבחרו בצורה "נכונה" ממאגר גדול של הנחות אפשריות.

עשר הנחות היסוד בחיבורו של אוקלידס מחולקות לשתי קבוצות: 5 הנחות יסוד הנקראות "פוסטולטים" ו- 5 הנחות יסוד הנקראות "אקסיומות"[7].

את ההבחנה בין פוסטולט לבין אקסיומה קבע המתמטיקאי והפילוסוף אריסטו (384 לפנה"ס – 322 לפנה"ס), שהשפעתו הרבה ניכרת בספרו של אוקלידס.

האקסיומות הן אמיתות הנכונות לכל המדעים ולכל התחומים. אלו הן קביעות שאינן מתייחסות למדע ספציפי, ויש לקבל אותן לפני שמתחילים לדון בכל מדע שהוא.

הפוסטולטים הם הנחות המיוחדות לתחום מסוים, כגון, גיאומטריה.

ואולם, במתמטיקה המודרנית אין הבדל של ממש בין שני המונחים (Artmann, 1999).

חמש האקסיומות שהציג אוקלידס בספרו הן:

(מנוסחות קרוב לניסוחן הקדום)

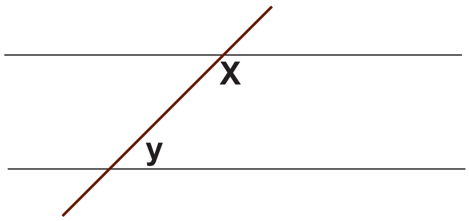
1. דברים השווים לאותו דבר, שווים גם זה לזה.
2. אם מוסיפים דברים שווים לדברים שווים, הסכומים שווים.
3. אם מחסירים דברים שווים מדברים שווים, ההפרשים שווים.
4. דברים החופפים זה לזה, שווים זה לזה.
5. השלם גדול מחלקו.

חמשת הפוסטולטים שהציג אוקלידס בספרו הם:

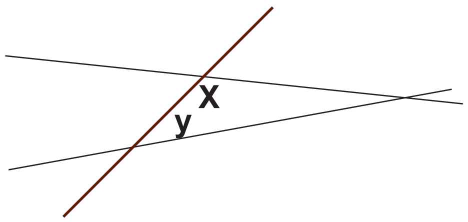
(מנוסחים בניסוח המקובל היום)

1. ניתן להעביר קו ישר מנקודה כלשהי לנקודה כלשהי.
2. ניתן להאריך קו ישר בשני כיווניו.
3. ניתן לסרטט מעגל בעל מרכז ורדיוס נתונים.
4. זווית ישרה שווה לכל זווית ישרה אחרת.
5. פוסטולט המקבילים: דרך נקודה, הנתונה מחוץ לישר נתון, אפשר להעביר רק מקביל אחד לישר הזה.

בחיבורו של אוקלידס מופיע הפוסטולט החמישי בניסוח דומה לניסוח הבא: אם ישר חותך שני ישרים, כך שסכום הזוויות הפנימיות שמאותו צד של החותך הוא פחות מכפליים זווית ישרה, אז שני הישרים, אם ממשיכים אותם מספיק, נחתכים באותו צד (ראה סרטוט).

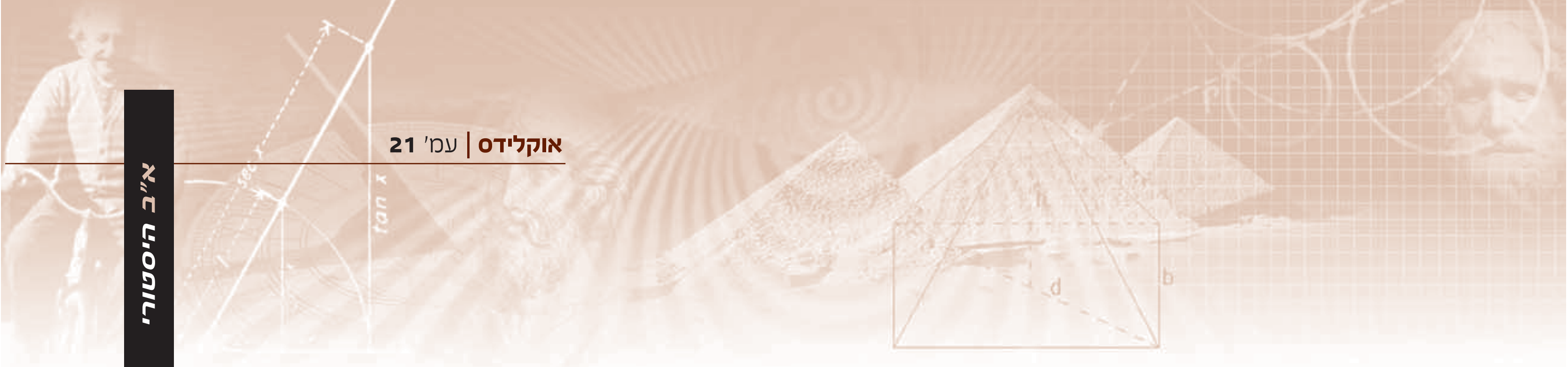


הסכום של X ו- Y הוא בדיוק פעמיים זווית ישרה



הסכום של X ו- y הוא פחות מפעמיים זווית ישרה

6. גם המושג האוניברסלי "קבוצה" הוא מושג יסודי ואיננו ניתן להגדרה.
7. פירושה של המילה אקסיומה ביוונית העתיקה הוא "עיקרון מובן מאליו".



מורכבותו של הפוסטולט הזה ("פוסטולט המקבילים") גרמה למתמטיקאים רבים לנסות להסיר אותו מרשימת חמשת הפוסטולטים. הם ביקשו להראות שהפוסטולט הזה אינו הנחת יסוד תקפה מראש, הניתנת ללא הוכחה כמו שאר הפוסטולטים, אלא משפט מתמטי, וניתן להוכיח אותו על סמך ארבעת הפוסטולטים הקודמים לו. מאמציהם של המבקשים לגרוע את הפוסטולט החמישי מהרשימה נכשלו במשך כאלפיים שנה, ורק במאה התשע-עשרה גילו שלושה מתמטיקאים - הגרמני פרידריך גאוס (בשנת 1792), וארבעים שנה מאוחר יותר, כמעט בו-זמנית, הרוסי ניקולאי לובצ'בסקי וההונגרי יאנוש בויאי - שאם במקום הפוסטולט החמישי (של המקבילים) מציבים פוסטולט אחר, מתקבלות גיאומטריות חדשות, קונסיסטנטיות, תקפות באופן מוחלט מבחינה מתמטית, אך שונות מהגיאומטריה של אוקלידס. תורות אלה קרויות גיאומטריות **"לא-אוקלידיות"**. הגיאומטריה הלא אוקלידית מהווה בסיס לתורת היחסות המהפכנית שפורסמה על-ידי אלברט איינשטיין בשנת 1915.

על משפטים מתמטיים

בעקבות רשימת 23 ההגדרות ו-10 הנחות היסוד, מובאים בספרו של אוקלידס משפטים מתמטיים, שההוכחות שלהם ניתנות בעזרת היקשים לוגיים המושתתים על ההגדרות, על הנחות היסוד, ועל משפטים שכבר הוכחו. (נבהיר, כי לעומת הנחות היסוד שאמיתותן היא שרירה וקיימת, המשפטים המתמטיים כוללים בתוכם הנחות, שביחס אליהן אפשר לשאול אם הן אמת או שקר (Hartshorne, 2000)**.**

להלן נרחיב בנושאים בתורת המספרים מתוך חיבורו של אוקלידס, ותחילה נתייחס למשפטו של אוקלידס בנושא המספרים המושלמים.

משפט מס' 36 מפרק 9: המספרים המושלמים כ"הוכחה" לכך שהמתמטיקה היא גוף חי ונושם

מספר מושלם הוא מספר השווה לסכום כל המחלקים החיוביים שלו, למעט המספר עצמו.
בימי קדם היו מוכרים ארבעה מספרים מושלמים: 6, 28, 496, 8128. להלן נתייחס לכל המחלקים החיוביים של המספר למעט המספר עצמו.

המחלקים של 6 הם: 3 ,2 ,1 $6=3+2+1$
המחלקים של 28 הם: 14 ,7 ,4 ,2 ,1 $28=14+7+4+2+1$
$496=248+124+62+31+16+8+4+2+1$
$8182=4064+2032+1016+508+254+127+64+32+16+8+4+2+1$

אוקלידס גילה קשר הדוק בין המספרים המושלמים הנדירים האלו ובין החזקות של 2. הוא מצא שמספר מושלם הוא תמיד מכפלה של שני מספרים: הראשון הוא חזקה של 2, והשני הוא החזקה הבאה של 2 פחות 1[8].
אם ניקח, לדוגמה, את המספר 6, נראה כי המספר הראשון הוא חזקה של 2 (2^1) והמספר השני הוא החזקה הבאה של 2 פחות 1 (2^2-1) כלומר 3. מכפלתם היא בדיוק 6, שהוא כאמור המספר המושלם הראשון:
$2^1(2^2-1)=6$
אוקלידס היה הראשון שמצא תנאי מספיק לכך שמספר שלם וחיובי יהיה מספר מושלם זוגי: אם n שלם וחיובי, ואם (2^n-1) הוא מספר ראשוני, אזי: $2^{n-1}(2^n-1)$ הוא מספר מושלם זוגי, כמוצג להלן:

$n=2$
$2^1(2^2-1)=6$

$n=3$
$2^2(2^3-1)=28$

$n=5$
$2^4(2^5-1)=496$

$n=7$
$2^6(2^7-1)=8128$

רק כ- 1700 שנים לאחר זמנו של אוקלידס התגלה המספר המושלם החמישי, שהוא 33,550,336 ($n=13$). היום ממשיכים לחפש אחר מספרים מושלמים נוספים בעזרת מחשבים. עד היום ידועים 44 מספרים כאלה, המצייתים כולם לכלל של אוקלידס (האחרון התגלה בשנת 2006, והוא בעל יותר מ- 19,616,714 ספרות). לא מן הנמנע שכאשר תתפרסמנה שורות אלו יתגלה מספר מושלם חדש, וזאת הוכחה חותכת נוספת שהמתמטיקה היא גוף חי ונושם המועשר ומשתבח מדי יום ביומו, בדיוק כפי שהיה הדבר בימיו של אוקלידס.

8. ראוי להעיר כי המספרים המושלמים נחקרו עוד לפני כן על-ידי פיתגורס אשר סבר שהם בעלי תכונות מיסטיות.

נוסיף ונאמר שהבעיה "האם קיים מספר מושלם אי-זוגי?" עדיין אינה פתורה, ונשארה בעיה פתוחה עד עצם היום הזה.

המתמטיקאי הדגול לאונרד אוילר (1707-1783) (ראה פרוים, 2007) הוכיח את המשפט ההפוך למשפט מס' 36 מפרק 9 בספרו של אוקלידס: כל מספר מושלם זוגי צורתו $2^{n-1}(2^n-1)$ כאשר (2^n-1) ראשוני. (ארבל, 2005).

משפט מס' 20 מפרק 7: אינסופיות המספרים הראשוניים

בהוכחה למשפט מס' 20 בפרק השביעי בספר ה"יסודות" העוסק במספרים הראשוניים, השתמש אוקלידס בשיטה הקרויה ההוכחה בדרך השלילה - הוכחה על-ידי הבאה לידי סתירה[9].

שיטה זו, שהייתה אהובה על אוקלידס, ושימושית עד עצם היום הזה, תוארה על-ידי המתמטיקאי ג'.ה. הארדי (1877-1947) כאחד מכלי הנשק הטובים ביותר של המתמטיקאי.

נסביר את מהות השיטה: נניח שרוצים להוכיח משפט מסוים. תחילה מניחים שהמשפט שרוצים להוכיח הוא שקרי. כהמשך להנחה זו מסיקים בעזרת שרשרת של היקשים הגיוניים, ומגיעים לתוצאה חסרת היגיון, אבסורדית (כלומר, לתוצאה הנמצאת בסתירה עם משפט אחר או עם אחת מהנחות היסוד). תוצאה אבסורדית זו נובעת מכך שהמשפט הראשון שהיווה הנחה בסיסית להוכחה הוא שקרי. מאחר וההנחה הבסיסית הייתה שקרית, התוצאה האבסורדית שקיבלנו מראה שהמשפט המקורי שאותו רצינו להוכיח לא יכול להיות שקרי, כלומר, הוא חייב להיות אמיתי. ובכך הוכחנו את המשפט. כהדגמה נציג את משפטו המפורסם של אוקלידס - משפט מס' 20: **יש אינסוף מספרים ראשוניים.**

ההוכחה אינה מסובכת ומתנהלת כדלקמן: תחילה מניחים שהמשפט הזה הוא שקרי ושיש מספר סופי k של כל המספרים הראשוניים. כלומר, קיים מספר ראשוני גדול מכולם. מסדרים אותם ברשימה סופית בסדר עולה כך שהאחרון הוא המספר הראשוני הגדול ביותר.

כופלים את כל המספרים הראשוניים $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_k$ מוסיפים 1 למכפלתם ומקבלים את המספר N.

$N = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots p_k + 1$.

נתבונן במספר N . קיימות שתי אפשרויות בלבד: המספר N הוא מספר ראשוני, או מספר שאינו ראשוני, כלומר, מספר פריק. נבדוק כל אחת משתי האפשרויות:

א. אם N הוא מספר ראשוני, אז הוא מספר ראשוני חדש הגדול מהמספר p_k (שהוא המספר הראשוני הגדול מכולם), מה שמלמד שהרשימה של המספרים הראשוניים אינה סופית. המסקנה הזו סותרת את ההנחה ההתחלתית שהרשימה סופית.

ב. אם N אינו מספר ראשוני, אז הוא מספר פריק, ולכל מספר פריק קיים גורם ראשוני. גורם ראשוני זה חייב להיות אחד מן המספרים הראשוניים שברשימה הכוללת את כל המספרים הראשוניים. אולם מנת החילוק של N בכל אחד מהם משאירה שארית 1. מכאן נובע שאף גורם ראשוני של N אינו נמצא ברשימה של המספרים הראשוניים. גם מסקנה זו סותרת את ההנחה ההתחלתית שהרשימה סופית.

מכל האמור נובע כי ההנחה שיש מספר ראשוני גדול ביותר מובילה לסתירה.

הסתירה הזו נובעת מהיות המשפט "יש מספר סופי (k) של מספרים ראשוניים" - משפט שקרי. הסתירה מראה שהמשפט המקורי "יש אינסוף מספרים ראשוניים" - לא יכול להיות שקרי, כלומר, הוא חייב להיות אמיתי. רשימת המספרים הראשוניים, אם כן, אינה יכולה להיות סופית.

המשפט היסודי של האריתמטיקה

בספרו של אוקלידס מופיעה גם ההוכחה של המשפט היסודי של האריתמטיקה האומר: **כל מספר טבעי גדול מ-1, או שהוא ראשוני, או שהוא יכול להיכתב באופן אחד ויחיד כמכפלה של מספרים ראשוניים.**

לדוגמה, את המספר 100 ניתן לכתוב כמכפלה הבאה של מספרים ראשוניים: $100 = 5^2 \cdot 2^2$

אין שום דרך אחרת לכתוב את המספר הזה כמכפלה של מספרים ראשוניים. בספר מופיע גם האלגוריתם הקדום ביותר שהופיע בכתב, והוא האלגוריתם לחישוב המחלק המשותף המקסימלי. שיטות לביצוע חישובים היו קיימות, כמובן, גם לפני זמנו של אוקלידס, אך דרך שיטתית וכללית, שצעדיה מוגדרים היטב, לחישוב המחלק המשותף המקסימלי במספר סופי של צעדים לא הייתה בנמצא.

9. בלטינית: reductio ad absurdum

סוף דבר

ההיסטוריון הידוע T. L. Heath (1840-1961) אמר על ספרו של אוקלידס: "הנה אחת מהעבודות החשובות והמשפיעות בהיסטוריה של המתמטיקה, עבודה אשר היוותה ומהווה בסיס ללימוד הגיאומטריה בתרבות המערבית במשך 2000 השנים האחרונות. עבודה זו יצרה לראשונה סטנדרטים קפדניים המאפיינים מבנה לוגי של הוכחה מתמטית". היסטוריון ומתמטיקאי אחר כותב: "לאחר התנ"ך 'היסודות' הוא הספר המתורגם ביותר, המודפס ביותר והנלמד ביותר" (Van der Waerden, 1973). מאז כתיבת חיבורו של אוקלידס ועד היום כמעט שלא נוסף לו דבר. מדענים גדולים שקראו בו במהלך הדורות, ביניהם ניוטון, גלילאו ודקארט, הושפעו ממנו רבות ויישמו את גישתו בעבודתם. בזכות "יסודות" מכונה אוקלידס בשם "אבי הגיאומטריה".

התחלנו באגדה אחת ונסיים באחרת...

האגדה מספרת על תלמיד אחד שהתחיל ללמוד גיאומטריה אצל אוקלידס. לאחר שלמד את המשפט הראשון בגיאומטריה שאל התלמיד את מורהו: מה אשיג מלימוד הדברים האלה? מה אני יכול להרוויח מהם? איזו תועלת הם יביאו לי? אוקלידס זימן אליו את אחד מעבדיו ואמר לאותו עבד: תן לו פרוטה, כיוון שהוא חייב להרוויח ממה שהוא לומד.

לשמע האגדה מתעוררת השאלה: האם המסר שאליו היא רומזת רלוונטי גם לימינו, לאחר יותר מ-2000 שנה? האם אנו המורים יודעים להסביר לתלמידינו מדוע הם לומדים? האם נצליח להסביר להם שלימוד המתמטיקה מפתח חשיבה דדוקטיבית? האם נצליח להבהיר להם שהרגלי חשיבה, שיטתיות, טיעון והצדקה חשובים לחיי היום-יום? האם אנו יודעים לגרום לתלמידינו הנאה בשיעורי הגיאומטריה, ולעורר אצלם את החדווה והשמחה של הגילוי? האם גם אנו מצליחים להביא את המתמטיקה לפני התלמידים כגוף חי ונושם?

מקורות

ארבל, ב' (2005). **קיצור תולדות המתמטיקה**. תל אביב: מכון מופ"ת.
פרוים, מ' (2006). תאלס . **מספר חזק 2000**, גיליון 13.
פרוים, מ' (2007). לאונרד אוילר. **מספר חזק 2000**, גיליון 14.
הספר "יסודות", באנגלית, נמצא באתר:
http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/toc.html

Artmann, B. (1999*). Euclid :the creation of mathematics*. New York: Springer.
Dunham, W. (1994). *The mathematical universe :an alphabetical journey through the great proofs, problems, and persons*. New York: John Wiley & Sons.
Dunham, W. (1991). *Journey through genius : The great theorems of mathematics*. New York: Penguin
Hartshorne, R. (2000). *Euclid and beyond*. New York: Springer.
Heath, T. L. (1931). *A history of Greek mathematics*. London: Oxford University Press.
Van Der Waerden, B. L. (1973). *Science Awakening* , Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

על מחברת המאמר:

מרגרט פרוים

מרצה ומדריכה פדגוגית לפרחי הוראה ולמורים בפועל בתחום המתמטיקה במכללת תלפיות. חברה בצוות מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי, הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה. חברת מערכת כתב העת מספר חזק 2000.
margaret@012.net.il