

אמצעי המחשה ללמידת נושא המשולש

אבתיסאם עבד אל ח'אלק, וג'יה דאהר

נתאר בקצרה את שתי הרמות הראשונות של התפתחות החשיבה הגיאומטרית, מתוך ההיררכיה אותה בנה ואן הילה: הרמה הוויזואלית והרמה האנליטית. הרמה הוויזואלית היא רמה בה הילדים יכולים לזהות צורות כפי שהן נראות, ללא התייחסות אל מרכיביהן (Van Hiele, 1959/1985). למשל, הם יכולים לזהות צורה כמלבן אם היא נראית כמו דלת. תיתכן גם התמקדות במרכיב אחד של הצורה, למשל, הילד יכול לטעון שצורה כלשהי היא משולש, אם יש לה "שפיץ" (Samara & Clement, 2000).

הרמה האנליטית או התיאורית היא הרמה שבה הילדים יכולים לזהות צורות על-פי התכונות שלהן, למשל, ילדים מזהים מלבן כצורה שיש לה שני זוגות של צלעות שוות וכל הזוויות שלה ישרות (ibid).

על-פי מחקרים, שנערכו בכיתות לימוד שונות, משתמע שההתקדמות מרמה לרמה אינה תלויה בגיל הביולוגי של הלומד, אלא בחינוך המתמטי והזדמנויות הלמידה שקיבל, ולכן ילדים עשויים להגיע לרמה האנליטית רק בחטיבת הביניים, וייתכן גם שלא יגיעו לרמה זו לפני שסיימו את לימודי הגיאומטריה בבית הספר העל-יסודי (Samara & Clement, 2000).

תיאוריית ואן הילה, העוסקת בהתפתחות החשיבה הגיאומטרית, השפיעה על העוסקים בחינוך המתמטי, ועודדה תכנון פעילויות המסתמכות על עזרי המחשה שונים, מתוך מטרה לקדם את החשיבה הגיאומטרית של התלמידים, על-ידי קידום המעבר מהרמה הוויזואלית לקראת הרמה האנליטית.

הרעיון למאמר זה נולד, כאשר אימא של ילדה ביקשה מאחד המחברים לבדוק את היכולת המתמטית של הבת שלה לקראת כניסתה לכיתה א. בשיחה מקדימה התברר שהילדה הכירה בנוסף למושג המשולש, את המושגים: קדקוד, צלע וזווית. המחבר ביקש מהילדה לצייר משולש, וכשציירה אותו הוא ביקש ממנה להצביע על קדקודיו. הילדה הצביעה רק על הקדקוד אשר ב"חלק העליון" של המשולש. כאשר התבקשה הילדה להצביע על זוויות המשולש, היא הצביעה רק על שתי הזוויות ש"בחלק התחתון" של המשולש. הפרדה זו הדליקה אצלנו נורה אדומה של אזהרה: ייתכן שתהיינה לילדים בכיתות א-ב בעיות בזיהוי חלקים של צורות גיאומטריות. היכולת לזהות חלקי מצולעים וההבחנה ביניהם, היא אחד המרכיבים המשמעותיים של הרמה השנייה מתוך חמש הרמות של התפתחות החשיבה הגיאומטרית, אותן תיאר ואן-הילה (ואן-הילה, 1999). הרמה הראשונה היא הרמה הוויזואלית, שבה הילד מסתמך על השיפוט החזותי שלו, כשהוא מזהה צורות גיאומטריות. ברמה זו אפשר להסתפק בראייה גלובלית של הצורה, ואילו ברמה השנייה חייבת להיות היכולת לזהות את מרכיבי הצורה, כדי לאפשר זיהוי תכונות של כל מרכיב.



המצולעים, למצוא את השוני בין המרכיבים השונים, ולאחר מכן לאפיין את התכונות של כל מרכיב ומרכיב. במאמר זה נציע פעילויות ועזרי המחשה, המתאימים לתלמידים החל מגיל הגן, שהשימוש בהם יאפשר לפתח את הראייה הגיאומטרית של מרכיבי המצולעים.

Jones (2000) טוען שסוג העזרים בהם משתמשים בפעילות מתמטית משפיע על הבניית הידע המתמטי של התלמידים, והשפעה זו אינה חד-משמעית. בפעילויות השונות שנציע במאמר נתייחס גם להבדלים בין עזרי הלימוד השונים, וכיצד יכול המורה לתווך ולסייע ברכישת המושג המתמטי אותו הוא רוצה לפתח. כאמור לעיל, הכרת המושג המתמטי כוללת עיסוק במרכיבים השונים של המושג, בראיית ואפיון הפרטים, וב"איחודם" למושג מוכלל. במאמר נעסוק במושג המשולש ובמרכיביו: קדקודים, צלעות וזוויות, אך, כמובן, אפשר להשתמש באותן פעילויות ועזרים גם ללימוד מושג ה"מצולע".

העזרים שישימשו אותנו הם: לוחות מסמרים, קשיות עם פלסטלינה, רצועות פלסטיק, מצולעים מנייר, מצולעים מפלסטיק ועוד.

לוחות מסמרים

יש כמה סוגים של לוחות מסמרים: מעץ, מפלסטיק (שקוף ולא שקוף), מנייר, ואלקטרוניים. נתייחס לכל אחד מהסוגים האלה, תוך ציון תרומתו להתפתחות המושגים הגיאומטריים של הילדים.



על סמך ההתנסות, שתיארנו בראשית המאמר, ראינו חמישה-עשר תלמידים בכיתה ב שהישגיהם, על-פי תיאור שניתן על-ידי מורתם, הם מעל הממוצע. ילדים אלה כבר למדו על מצולעים ומשולשים (זיהוי מצולעים לפי מספר צלעות ומספר קדקודים). מטרת הריאיון הייתה להכיר בצורה יותר מעמיקה את החשיבה הגיאומטרית של ילדים בכיתות א-ב, אודות המשולש ומרכיביו.

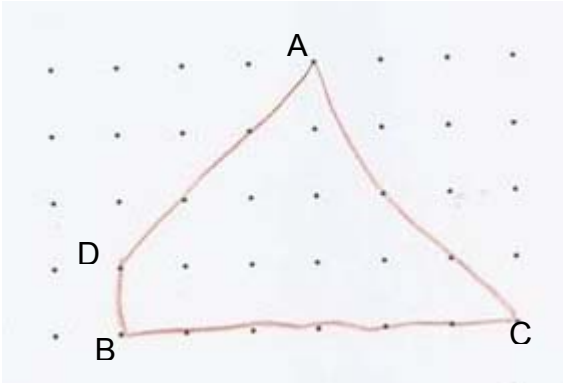
הילדים התבקשו לצייר משולשים, לתאר את המשולש במילים, ולהצביע על הצלעות, הקדקודים והזוויות - מושגים שהתלמידים למדו ועסקו בהם.

נוכחנו לדעת שרוב התלמידים יכלו לצייר משולש, ורובם ציירו משולשים שווי-שוקיים. יחד עם זאת חלק מהילדים ציירו צורות פתוחות, עובדה המעידה על חוסר תפיסה שלמה ומדויקת של המשולש.

כאשר התלמידים התבקשו לזהות את הזוויות ואת קדקודי המשולש, חלק מהילדים טענו, כפי שראינו לגבי הילדה שעלתה לכיתה א, שקדקוד המשולש נמצא רק ב"חלק העליון" של המשולש, בזמן שזוויותיו נמצאות רק ב"חלק התחתון" שלו. היו ילדים שהצביעו על הנקודות שבהן נחתכות צלעות המשולש כעל קדקודים וגם זוויות - כאילו שני המושגים זהים. בקשר לצלעות המשולש זיהינו תפיסה מוטעית של הילדים, שחשבו שצלע היא נקודה כלשהי על היקף המשולש, שאיננה נקודת החיתוך של הצלעות (נקודות אלו נחשבו אצל התלמידים קדקודים או זוויות או שניהם).

אנו סבורים שהתפיסות הגיאומטריות שמצאנו, מקורן בראייה גלובלית של הצורה, ללא יכולת לפרק את הצורה הנתונה למרכיביה, והן מתאימות לרמה הוויזואלית של התפתחות החשיבה הגיאומטרית על-פי ואן הילה. כדי לקדם את התלמידים לקראת הרמה האנליטית, בה הם נדרשים להכיר, לזהות ולאפיין תכונות, חשוב לתת להם פעילויות בהן יוכלו: לזהות את המרכיבים השונים של

"לוחות מסמרים" מנייר



הנקודות בלוח המסמרים מנייר, דומות מבחינת צורתן לקדקודי משולש מצויר, יותר מאשר המסמרים בלוח המסמרים. הילדים יכולים להשתמש בעזר זה אחרי שהם השתמשו בלוח מסמרים מפלסטיק, ואז עבודה זו תעשיר את התמונה המנטאלית שלהם למושג "קדקודי המשולש". במקרה של העבודה עם לוח המסמרים מנייר, הילדים יכולים לחוש את מושג הזוויות במשולש, כי הם מתחילים את הציור כשהם מציירים צלע מקדקוד מסוים, וכאשר הם מגיעים לקדקוד אחר הם מסובבים את היד כדי לצייר את הצלע השנייה. סיבוב זה נותן לילדים תחושה ותמונה ראשונית של מושג הזווית במשולש. תמונה זו יכולה להתפתח כאשר נבקש מהילדים לתאר איך בנו את המשולש, ונדגיש את עניין הסיבוב שעושים בבואנו למפגש של כל שתי צלעות.

החיסרון של שימוש בלוחות מסמרים מנייר הוא, שהנקודות עלולות להיות מכשול במהלך הציור, לדוגמה, באיור שלמעלה הילד התכוון לצייר משולש. הנקודות שעל הלוח היו פעמיים מכשול בפני ילד זה: פעם אחת כשצייר את הצלע הימנית (AC), הוא ניסה לחבר בין שתי נקודות מסומנות וקיבל קו עקום. וזאת משום שהתנועה הטבעית שלו גררה אותו לעבור רק דרך נקודות בלוח. בפעם השנייה, מתוך אותה נטייה לחבר נקודות בלוח, קיבל שני קטעים AD ו-DB במקום צלע אחת AB.

(האותיות שבסרטוט אינן חלק מהסרטוט של הילד והן הוספו לצורך הבהרות במאמר.)

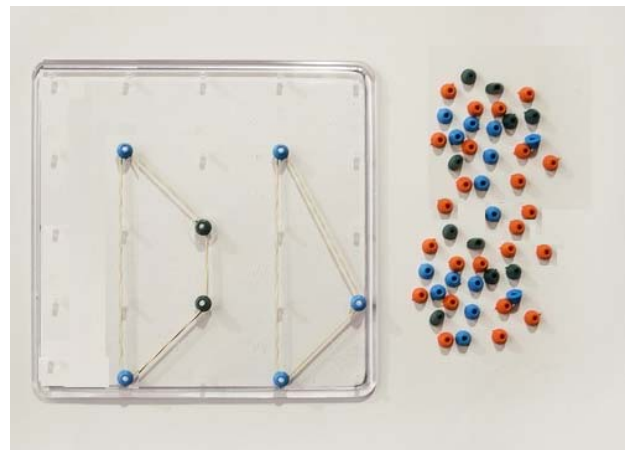
לוחות מסמרים מפלסטיק או מעץ

לוחות אלה הם הנפוצים ביותר. בניית מצולעים בעזרת גומיות בלוח מסמרים מפלסטיק, עוזרת לילדים לבנות ולהכיר משולשים מסוגים שונים. למשל, משולשים שאינם שווים-שוקיים וגם חדי-זוויות, אותם בדרך כלל ילדים נוהגים לצייר. היתרון הבולט של עזר זה הוא השימוש המכוון במסמרים כקדקודים של המשולש, ובגומייה כיוצרת צלעות המשולש, ובאמצעותם טיפול בבניית המושג "משולש".

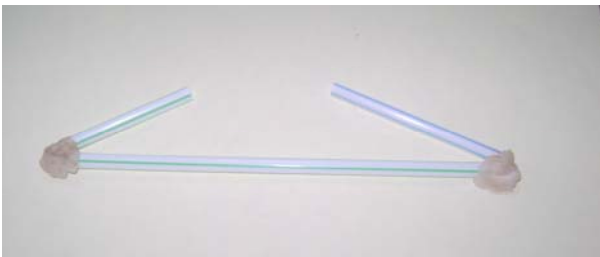
אפשר להתחיל את העבודה עם לוח מסמרים על-ידי כך שנבקש מהילדים לבנות משולשים שונים ולתאר את דרך בנייתם, וכך לגרום לתלמידים לשוחח על המשולשים, ולהפריד בין המושגים "צלע המשולש" ו-"קדקוד המשולש".

לעומת זאת, טיפול במושג "זוויות המשולש" אינו קל בעזר לימוד זה. כדי להתמודד עם החיסרון אנו מציעים לבקש מהתלמידים בכל פעם להעביר את האצבע על הגומייה, וכך להמחיש להם שחיבור בין שתי צלעות מכריח סיבוב של האצבע בהמשך תנועתה. פעילות זו מפתחת אצל התלמידים את "תחושת" הזווית.

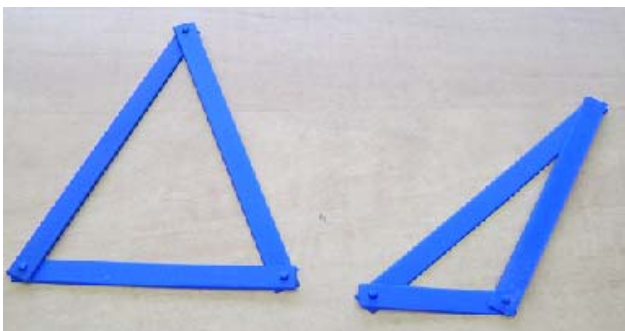
נציין עוד חיסרון של עזר לימוד זה. המסמרים על הצלעות יכולים להיחשב על-ידי הילד כקדקודים של המשולש, ולכן, חשוב להדגיש את הקדקוד כמסמר בו "הגומייה עושה סיבוב", או להבליט את הקדקודים עם פלסטינה או חרוזים, כפי שרואים בתמונה הבאה.



למשל, כדאי לשאול על מספר כדורי הפלסטלינה ועל מספר הקשיות להם יזדקקו (כהשערה לפני הבנייה) על מנת לבנות את המשולש. אמצעי עזר זה לא מפתח בצורה אוטומטית את מושג "הזווית". יחד עם זאת, תיווך משלים באמצעות שיחה, הדומה לזו שתיארנו בעבודה עם לוחות מסמרים, ישלים את החסר. בשלב יותר מאוחר, אפשר לנצל אמצעי עזר זה כדי ללמד את מושג הזווית, על-ידי הסרתה של קשית אחת, והתמקדות ב"צורה" החדשה הפתוחה שהיא הזווית. גם פעילות זו מעודדת הסתכלות על מרכיבי הצורה. במכלול הפעילויות בעזרת קשיות ופלסטלינה קיים מעבר ממרכיבי המשולש למשולש, ומהמשולש למרכיביו. שני הכיוונים של העבודה מסייעים לפיתוח ההמשגה של חלקי הצורה, ומקדמים את התלמידים לקראת הרמה השנייה לפי ואן-הילה. חשוב לדאוג שהקשיות יהיו באורכים שונים, כך שתהיה לילדים הזדמנות לבנות משולשים שאינם סטריאוטיפים, וגם להיתקל במצב שבו משלוש קשיות לא ניתן לבנות משולש, כפי שרואים בתמונה הבאה.



רצועות פלסטיק



לוחות מסמרים אלקטרוניים

העבודה עם לוח המסמרים האלקטרוני דומה לעבודה עם לוח המסמרים מפלסטיק, כי הילד בונה את המצולע באמצעות גומייה, והלוח עצמו דומה ללוח המסמרים מנייר, מכיוון שיש בו נקודות ולא מסמרים.

בלוחות המסמרים האלקטרוניים ישנם צבעים, ואפשר בקלות למחוק את כל הבניות שבונים בהם ולבנות משולשים חדשים. ייתכן שתכונה זאת מגבירה את המוטיבציה של התלמידים לעבוד אתם. אפשר למצוא לוחות מסמרים אלקטרוניים, למשל, [באתר של ה-NCTM](http://www.nctm.org).

כל שאר המאפיינים של לוחות המסמרים האלקטרוניים דומים למאפיינים של הלוחות עליהם דיברנו לעיל.

לוחות מסמרים אלקטרוניים

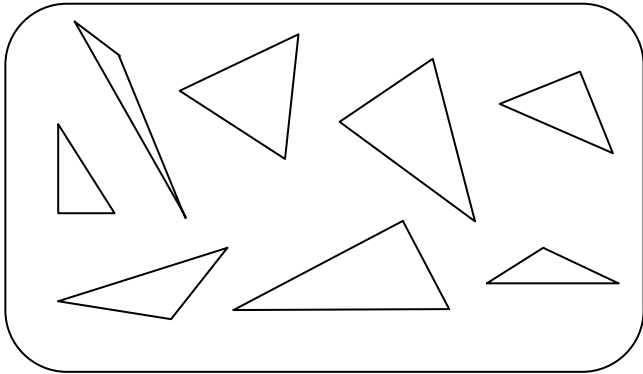
<http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L401>

קשיות וכדורי פלסטלינה



כאשר הילד בונה משולשים מקשיות באורכים שונים ומכדורי פלסטלינה, הוא, בעצם, עובד מההתחלה עם שני מרכיבים של המשולש: צלעות, המיוצגות באמצעות הקשיות וקדקודים, המיוצגים באמצעות כדורי הפלסטלינה. בשיחה עם הילדים במהלך הבנייה ולאחריה, אפשר להגיע להמשגת המושגים: צלעות המשולש וקדקודיו.

משולשים מנייר המיועדים לגזירה



אפשר לנצל את פעולת הגזירה של המשולשים ללימוד והעמקה במושגים "צלע" ו-"זווית", וזאת באמצעות הכוונת התלמידים להתחיל את הגזירה לאורך הקווים, ולסובב את המספריים כאשר מגיעים לקצה של קו.

משולשים מחבלים ועצים

מבקשים מהילדים להקיף מספר עצים בחבל, ואחר כך שואלים מהו המצולע שיצרו.



בניית המשולשים בדרך זו מדגימה בצורה ברורה את המושג "קדקודי המשולש", שכאן מיוצגים על-ידי העצים. כדאי גם לטפל במושגים צלעות המשולש וזוויות המשולש, וזאת תוך כדי שיחה על דרך הבנייה. בנוסף לשיחה אפשר לבקש מהילדים ללכת לאורך החבל, וכאשר הם מגיעים לעץ, שהוא קדקוד, הם צריכים לעצור ולהסביר מה הם צריכים לעשות כדי להמשיך את הליכתם לאורך החבל. באמצעות עזר זה, הילדים יבינו שמשולש

בניית משולשים מרצועות פלסטיק עוזרת לילדים בבניית מושג המשולש ומרכיביו, מאחר והמשולש נבנה מ"צלע" ועוד "צלע" ועוד "צלע". בעזרת הרצועות ניתן להמחיש

את מושג הזווית, על-ידי שינוי "גודל המִפְתָּח" שבין שתי הצלעות. כמו כן, ניתן לראות את הקשר שבין גודל הזווית לבין אורך הצלעות. יחד עם זאת, חשוב להבחין שאמצעי עזר זה יכול לשבש את תפיסת מושג הקדקוד, משום שהקדקוד המתקבל איננו נקודה. למשל, כאשר נשאר פתח חיצוני בין שתי רצועות בנקודת חיבורם. גם הצלעות המיוצגות באמצעות רצועות פלסטיק, אינן דומות לצלעות הגיאומטריות, עקב רוחב הרצועות.

חיסרון נוסף הוא קיום האפשרות ליצור צלע אחת על-ידי חיבור שתי רצועות יחד ("באותה שורה"), וכך ליצור תפיסה מוטעית של אפשרות לבנות משולש מארבע "צלעות" או יותר.

משולשים מנייר

יש שני סוגי משולשים מנייר: משולשים מוכנים שהילד משחק אתם, חוקר ובוחן את תכונותיהם, ומשולשים מצוירים על נייר, שהילד או המורה גוזר אותם. נתאר כיצד כל סוג עוזר בפיתוח המושגים הגיאומטריים הקשורים במשולש ומרכיביו.

משולשים מוכנים מנייר

כאשר הילדים משחקים במשולשים מנייר הם, למעשה, עובדים עם משולשים שלמים ולא עם המרכיבים שלהם. אפשר לדרוש מהילדים למשש את המשולש מסביב, ואז הם יתעסקו עם צלעותיו, קדקודיו וזוויותיו. שיחה עם הילדים על אופן המישוש תגרום להבנת מושגים אלה. מגוון משולשים מוכנים מפלסטיק יכולים לשמש לאותן מטרות, אך צריך לשים לב, שבדרך כלל, המשולשים המוכנים הם תלת-ממדיים בזמן שהם צריכים לייצג צורות דו-ממדיות.

לא יכול להיבנות משלוש נקודות שהן על ישר אחד, כלומר, ללא שינוי בכיוון ההליכה. אחד הקשיים בבניית מצולעים מעצים וחבלים, הוא המקרה בו העץ נמצא על צלע המשולש ואינו נקודת המפגש של שתי צלעות. מצב זה דומה למצב שתיארנו בקשר לעבודה עם לוחות המסמרים למיניהם.

משולשים מגופי הילדים כקדקודים

פעילות זו דומה לפעילות הקודמת. נציין שבמקרה זה הילדים מעורבים יותר בהיותם חלק מאמצעי המחשה בו הם משתמשים. שלושה ילדים מתבקשים לעמוד במקומות כלשהם, וילדים נוספים מתבקשים לקשור חבל סביב רגליהם של שלושת הילדים.



במקרה זה ישנה הזדמנות לפתח שיחה גיאומטרית על מספר הילדים העומדים, ועל הצורה בה הילדים צריכים לעמוד כדי שיוכלו ליצור משולש. כך יגיעו למסקנה ששלושה ילדים העומדים בקו ישר לא יכולים להיות קדקודי משולש.

משולשים מגופי הילדים כצלעות

פעילות אחרת עם גוף הילדים היא פעילות שבה גוף הילד הוא הצלע ולא הקדקוד, כמו בתמונה הבאה. פעילות זו מדגישה את מושג הצלע יותר מאשר בפעילות הקודמת, ומדגישה פחות את מושג הקדקוד, וזה מכיוון שקדקודי המצולע כאן הם נקודות המפגש בין שני ילדים, ולא ראשי או רגלי הילדים, כמו כן היא איננה יכולה להמחיש חיתוך בין צלעות (גם מטעמי בטיחות).



משולשים בחצר בית ספר

נצייר משולש, או נדביק פסי טפט צבעוני בחצר בית הספר, נבקש מהילדים ללכת לאורך הקווים (הצלעות) של המשולש. בהליכתם הם יחושו מה זאת צלע ומהי זווית. אם נצבע כל צלע בצבע שונה הילדים יכירו בצורה יותר טובה את מושג הצלע. בשיחה עם הילדים על מה שעשו הם ידעו שהקדקוד הוא נקודת המפגש של שתי צלעות, והזווית נוצרת מהסיבוב שאנו עושים כדי להמשיך את הליכתנו אחרי שסיימנו ללכת על צלע מסוימת.



סיכום

הטבלה הבאה מסכמת את היתרונות והחסרונות של העזרים השונים.

חסרונות	יתרונות	אמצעי העזר
- התייחסות למסמרים שאינן קדקודים כאל קדקודים. - המסמרים לא דומים בגדלם לנקודות.	- עוזר בהכרת סוגים שונים של משולשים. - עוזר בהכרת המשולש כשלם. - עוזר בהכרת המושג קדקוד.	לוחות מסמרים מפלסטיק או מעץ
- הנקודות מהוות מכשול לציור. - התייחסות לנקודות שאינן קדקודים כאל קדקודים.	- עוזר בהכרת סוגים שונים של משולשים. - עוזר בהכרת המושגים קדקוד, צלע, וזווית המצולע.	לוח מסמרים מנייר
- הנקודות מהוות מכשול לציור. - התייחסות לנקודות שאינן קדקודים כאל קדקודים.	- עוזר בהכרת סוגים שונים של משולשים. - עוזר בהכרת המשולש כשלם. - עוזר בהכרת המושג קדקוד. - מעודד תלמידים לעבוד אתו, בגלל אופציית הצבע.	לוח מסמרים אלקטרוני

(המשך הטבלה)

אמצעי העזר	יתרונות	חסרונות
קשיות ופולסטלינה	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת הזווית. - מזמן חקירת הקשר שבין אורך קטעים לאפשרות לבנות משולש. - עוזר בהכרת צלעות וקדקודי המשולש. 	<ul style="list-style-type: none"> - יתכן שיבוש מושג הקדקוד - קיימת האפשרות לחבר שתי קשיות או יותר "באותה שורה".
רצועות	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת הזווית. - מזמן חקירת הקשר שבין אורך קטעים לאפשרות לבנות משולש, והקשר שבין גודל הזווית לצלעות המשולש. 	<ul style="list-style-type: none"> - הרצועות רחבות יחסית לקטע ולכן לא מייצגות בצורה טובה את הצלעות.
משולשים מוכנים מנייר	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת המשולש כשלם. 	<ul style="list-style-type: none"> - קשה לראות את המרכיבים השונים של המשולש.
משולשים מנייר לגזירה	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת המשולש כשלם. - מעודד תלמידים ללמוד על המשולש דרך עבודתם בגזירה. 	<ul style="list-style-type: none"> - קשה לראות את המרכיבים השונים של המשולש.
משולשים מעצים וחבל	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת מושג הקדקוד. - גורם למוטיבציה ללמידה בגלל הפעילות בחוץ. 	<ul style="list-style-type: none"> - התייחסות לעצים שאינם קדקודים כאל קדקודים. - העצים לא דומים בגדלם לנקודות.
גופי הילדים כקדקודים	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת מושג המשולש כשלם. - מעורר מוטיבציה ללמידה, בגלל שהתלמידים הם חלק מהעזר. - עוזר בהכרת מושג הקדקוד. 	<ul style="list-style-type: none"> - גוף הילד אינו דומה בגודלו לנקודות.
גופי הילדים כצלעות	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת מושג המשולש כשלם. - מעורר מוטיבציה ללמידה, בגלל שהתלמידים הם חלק מהעזר. - עוזר בהכרת או מושג הצלע. 	<ul style="list-style-type: none"> - הילד מערבב בין הקדקוד לראש התלמיד, ולא מזהה את הקדקוד כנקודה המחברת את שני גופי הילדים.

(המשך הטבלה)

אמצעי העזר	יתרונות	חסרונות
משולשים בחצר בית הספר	<ul style="list-style-type: none"> - עוזר בהכרת מושג המשולש כשלם. - עוזר בהכרת מושג הצלע. - יוצר מוטיבציה ללמידה, בגלל העבודה מחוץ לכיתה, ובגלל אופציית הצבע. - מזמן למידת העובדה ששלוש נקודות על אותו ישר לא יוצרות משולש. 	<ul style="list-style-type: none"> - יכול להטעות בקשר לתכונות מושג הצלע, כי הליכה על הצלע יכולה לחרוג מגבולות הצלע.

Cobb (1997) אומר: "ההתבוננות כיצד התלמידים מתנהגים עם אמצעי עזר מסוים, וכיצד הם לומדים באמצעותו, זו הדרך המרכזית לקשר בין ההתנסות להתפתחות המתמטית שלהם". (עמוד 170).

במאמר זה תיארו כיצד התנסות עם עזרים שונים עוזרת ליצור את מושג המשולש ומרכיביו.

בתהליך למידת מושג המשולש ומרכיביו, אפשר להצביע על ההיבטים הבאים כמשפיעים על הבניית המושג אצל התלמיד:

א. הסדר, מרכיב-שלם או שלם-מרכיב, שבו הילד עובד עם אמצעי העזר, כלומר, האם הילד עובד קודם עם מרכיבי המשולש, ואחר כך עם המשולש השלם, או ההיפך. אם הסדר הוא מהמרכיבים אל השלם, צפוי שהילד יכיר את המושגים הקשורים למרכיבים מהר יותר וטוב יותר, מאשר בלמידה של פירוק השלם למרכיביו.

ב. רציפות החלקים של אמצעי העזר - האם העזר בנוי מחלק אחד, כמו החבל והגומיות, או מכמה חלקים, כמו הרצועות. עזר הבנוי ממספר חלקים מבלית את מרכיבי המשולש טוב יותר מאשר עזר שבנוי מחלק רציף אחד.

ג. גמישות אמצעי העזר: האם העזר עשוי מחלקים ישרים שאינם גמישים או מחומר גמיש. כאשר העזר עשוי מחומר גמיש, אז מה שייבנה באמצעותו עלול שלא להיות בדיוק מצולע, כי כמה מחלקיו יהיו קווים עקומים, כמו למשל, הגומייה סביב המסמר (הקדקוד) בלוח מסמרים.

ד. מידות חלקי אמצעי העזר: מידת התאמת המידות היחסיות של חלקי העזר למידות היחסיות שבין חלקי המצולעים (למשל, מידות הקדקוד לעומת מידות הצלעות) שהם דו-ממדיים. ככל שההתאמה גדולה יותר, העזר יוכל להמחיש ולתווך טוב יותר כדי להבין את מרכיבי המצולע.

בנוסף, נדגיש שוב את החשיבות של השיחה בין המורה והתלמידים ובין התלמידים עצמם, לפני, תוך, ואחרי ביצוע פעילויות עם אותו אמצעי עזר.

ואן-הילה במאמרו טען, שכדי להתקדם מרמה אחת לרמה הבאה אחריה, יש לבנות את רצף הפעילויות בצורה מבוקרת. אחד השלבים החשובים כאן הוא שלב החקירה, בו החומרים מובילים את הילדים לחקור ולגלות תכונות של צורות שונות ומרכיביהן. בנוסף, מדגיש ואן-הילה את החשיבות של יצירת טרמינולוגיה מתאימה, שבהתחלה מסתמכת על "שפת התלמידים", ובהכונת המורה מגיעים בהדרגה אל המושגים המקובלים בגיאומטריה.

במאמר זה העלינו הצעות כיצד לבצע, באמצעות עזרים שונים פעילויות לשם: בניית מושגים, חקירת תכונות המצולע ומרכיביו השונים, ובניית טרמינולוגיה נכונה, המבוססת על שיחות ועל הבנייה הדרגתית של מונחים גיאומטריים. בתכנון ההוראה באמצעות העזרים הנ"ל חשוב מאוד להיות מודעים ליתרונותיו וחסרונותיו של כל אמצעי עזר, וכך לדעת ליצור דימוי מושג נכון בקרב התלמידים על-ידי שימוש בצירוף של כמה עזרים.

על כותבי המאמר:

מקורות

ד"ר וג'יה דאהר

ראש החוג למתמטיקה במכללת אלקאסמי.
תחומי התעניינות ומחקר: שיטות אלטרנטיביות בהוראת
המתמטיקה, טכנולוגיה ומחשבים בחינוך המתמטי וחינוך
מקוון.

אבתיסאם עבד אל ח'אלק

עובדת במרכז מורים ארצי באוניברסיטת חיפה ומדריכה
סטודנטיות בהתמחות מתמטיקה והגיל הרך במכללות
גורדון ואלקאסמי.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 420-464). New York: Macmillian,

Clements, D. H., & Sarama, J. (2000). Young Children's Ideas about Geometric Shapes. *Teaching Children Mathematics*, 6 (8), 482-488.

מתורגם לעברית

[http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/articles\(pdf\)/article15.pdf](http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/articles(pdf)/article15.pdf).

Cobb, P. (1997). Learning from Distributed Theories of Intelligence. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Volume 2*, (pp.169-176). Helsinki: Finland.

Jones, K. (2000). *The Mediation of Mathematical Learning through the Use of Pedagogical Tools: a Sociocultural analysis*. Invited paper presented at the conference on Social Constructivism, Socioculturalism, and Social Practice Theory: Relevance and Rationalisations in Mathematics Education, Norway.

Van Hiele, P. M. (1959/1985). The Child's Thought and Geometry. In D. Fuys, D. Geddes & R. Tischler (Eds.), *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*, (pp.243-252). Brooklyn, N.Y.: Brooklyn College, School of Education, ERIC Document Reproduction Service No. 289 697.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities that Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, 5 (6), 310-316.

מתורגם לעברית

[http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/articles\(pdf\)/article4.pdf](http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/articles(pdf)/article4.pdf).