מודל העוגה המלבנית לשברים פשוטים
או: "איך לחשב עם שברים ולהרגיש בלי"

ד"ר מיכאל קורן, משרד החינוך, בית ברל

1. מבוא

נושא השברים הפשוטים הוא מהנושאים הקשים בתכנית הלימודים במתמטיקה הנלמדת בבית הספר היסודי. ממבחנים ארציים ומקומיים שנערכו בבתי ספר יסודיים התברר, שאפילו ביצוע טכני של תרגילי חיבור וחיסור בשברים, הוא ברמה נמוכה.

בשנים האחרונות פיתחתי שיטה להוראת פרק השברים לתלמידי מכללה למורים. השיטה החדשה התקבלה יפה בכיתות במכללת בית ברל, שבה אני מלמד. הצגתי את שיטתי בהשתלמויות מורים אחדות. מורים, שהשתמשו במשימות שהצעתי בהשתלמויות, דיווחו שהמשימות התאימו לתלמידים בכיתות ד' ה' של בית הספר היסודי. מאמר זה נועד לתאר את שלביו הראשונים של מהלך ההוראה בשיטה זו, על מנת לאפשר למורים לנסות חלקים ממנו בכיתותיהם. המשך מהלך ההוראה יתואר במאמרים נוספים.

2. ההתחלה היא לפני ההתחלה

בגישה המוצגת כאן, הוראת השברים מתחילה לפני כל התייחסות לשברים ולמשמעותם. מבחינת התלמידים מדובר בסוג נוסף של בעיות במספרים טבעיים.

שלב זה מהווה תשתית חשובה להמשך ההוראה, וראוי לתת לתלמידים זמן מספיק כדי לעכל את משמעויותיו.

בעיית העוגה, המוצגת להלן, היא דוגמה למה שפרוידנטל (1) קורא פרדיגמה, דהיינו, מקרה אופייני שמאפשר הבנה של עיקרון מעבר לפרטים המרכיבים אותו.

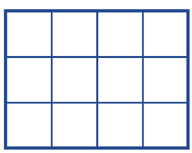
"בעיית העוגה":

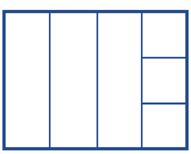
אבא אפה עוגה מלבנית. לפני שאמא הלכה לעבודה, יעל, בתם הקטנה, ביקשה מאמא לפרוס את העוגה, כדי שתוכל לחלק אותה עם חברים שיבואו לשחק אתה. אמא שאלה את יעל: כמה ילדים תהיו? יעל ענתה שאינה בטוחה. הם יהיו שלושה או ארבעה.

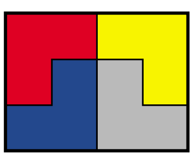
איך תחלק אמא את העוגה, כך שיהיה אפשר לחלק את כולה שווה בשווה בין הילדים, בין אם יהיו שלושה ובין אם יהיו ארבעה? (וזאת בלי צורך בחיתוך נוסף לאחר שהילדים מגיעים).

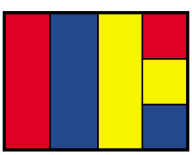
התלמידים מתבקשים לצייר על דף משבצות עוגה שיהיה להם נוח להראות בה חלוקה אפשרית, ולהראות חלוקה כזו.

מבין הפתרונות שהציעו תלמידים בכיתות שונות, במכללה ובכיתות ד' בבתי ספר, נציג שלושה פתרונות והסבריהם:


איור א


איור ב


איור א1


איור ב1


איור ג

באיור א: העוגה חולקה ל 12 פרוסות שוות. אם יהיו ארבעה ילדים, כל אחד יקבל 3 פרוסות. למשל עמודה, או כמו באיור א1 שבו כל ילד מקבל "פינה" לפי הצביעה. אם יהיו שלושה ילדים, כל אחד יקבל 4 פרוסות, למשל שורה.

באיור ב: אם יהיו ארבעה ילדים, שלושה יקבלו עמודה (לא מחולקת) ואחד יקבל את העמודה המחולקת. אם יהיו שלושה ילדים, כל אחד יקבל עמודה אחת ועוד פרוסה קטנה, כמודגם בצבע באיור ב1.

גם באיור ג יש 12 פרוסות שוות, ולכן אם יהיו שלושה ילדים, כל אחד יקבל 4 פרוסות, ואם יהיו ארבעה ילדים, כל אחד יקבל 3 פרוסות. פתרון נוסף לשאלה היה על ידי בחירת מלבן של יותר מ 12 משבצות. למשל, 24 משבצות. במקרה של 24 משבצות, המנה של כל ילד תהיה, כמובן, שמונה פרוסות או שש פרוסות, לפי מספר הילדים. כל אחד מהפתרונות שהצגנו הוא פתרון נכון, ואין סיבה להעדיף פתרון אחד על האחרים.

רצוי לדון בכיתה בפתרונות השונים שהוצעו על ידי התלמידים: כך למשל, אם העוגה מחולקת ל–12 חלקים שווים, ניתן לחלקה שווה בשווה לא רק בין שניים או שלושה ילדים, אלא גם בין ארבעה או שישה (או 12) ילדים. אם העוגה מחולקת ל 24 חלקים שווים, ניתן לחלק את העוגה שווה בשווה גם לשמונה ילדים (או ל 24 ילדים).

הפתרון שבו העוגה חולקה לשלושה חלקים גדולים ולשלושה חלקים קטנים (איור ב) מעניין במיוחד, כי הוא מראה, בין היתר, שאפשר לקבל שליש גם בחלוקה לחלקים לא שווים.

כמובן שהדיון בנקודה זו יבוא רק בשלב מאוחר יותר, לאחר שהתלמידים ילמדו מהם שברים.

בשלב מקדים זה, כשלרשות התלמידים דפים משובצים, הם בוחרים בעצמם במלבנים שניתן לחלק באופן נוח לשני מספרים נתונים.

שאלה לדוגמה: ביום אחר אמרה יעל ,שיבואו לשחק עמה חמישה או שבעה ילדים. איך תחתוך אמא את העוגה הפעם?

במקרה זה כדאי לבחור מלבן שמספר המשבצות בו מתחלק הן ל 5 והן ל 7. מלבן שרוחבו 5 משבצות ואורכו 7 משבצות יתאים כאן (אך, כמובן, יש אפשרויות נוספות).

שאלה נוספת: ומה אם יבואו שניים או שלושה או ארבעה ילדים?

3. היכרות ראשונה עם שברים

לאחר חזרות על פעילות המבוא בווריאציות שונות, נדון בשמות המקובלים במתמטיקה לחלקים השונים. (חזרות ספורות. על פי פרוידנטל, פרדיגמות אינן דורשות חזרות רבות). בגישה המוצגת כאן, ההגדרה לשבר יחידה (שבר שהמונה שלו 1) אינה "חמישית היא מה שמקבלים, אם מחלקים את היחידה ל 5 חלקים שווים", אלא

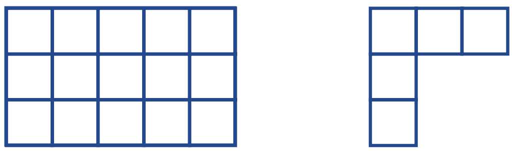
"זו חמישית, אם חמישה כמוה מכסים את הצורה"

או, בניסוחים אחרים "זו חמישית העוגה, כי ניתן לתת מנה כזו ל 5 ילדים", "זה רבע, כי ארבעה כמוהו מכסים את כל המלבן", "הריבוע האדום הוא שביעית של המלבן, כי שבעה ריבועים אדומים מכסים את המלבן", וכו'.

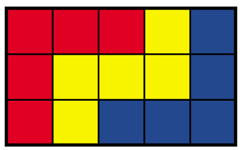
הבהרה: בהגדרה שבמסגרת, המלה "כמוה" איננה מספקת תיאור מדויק ומובחן. כמוה מאיזו בחינה? היה אפשר לכתוב, למשל, "חמישה ,ששטח כל אחד מהם כשטחה, מכסים...". לדעתי, מוטב להסתפק בנוסח שאינו חד משמעי, ולהבהירו בעזרת דוגמאות. בשלב זה אין צורך להשתמש במפורש במושג השטח, שכן כל צורה תורכב תמיד ממשבצות שוות, ולכן ניתן להשוות צורות חלקיות (שברים) ע"י ספירת משבצות.

התרגול בשלב זה יכלול, למשל, "עוגה שלמה" ו"פרוסות של העוגה" שיוצגו לפני התלמידים, אשר יתבקשו למצוא את השם המתאים לכל פרוסה על ידי ריצוף המלבן (ה"עוגה") במלבנים הקטנים (ה"פרוסות"), וגילוי מספר הפרוסות המרכיבות את כל העוגה.

תרגיל אחר: נתונים מלבן וצורה קטנה על נייר משובץ, כמו באיור ד. התלמידים מתבקשים להראות שהצורה הקטנה היא שליש (של המלבן). ריצוף ישיר בלתי אפשרי כאן, אך בכל זאת הצורה הקטנה, המורכבת מחמש משבצות, היא שליש המלבן, כי במלבן 15 משבצות. כדי לכסות את המלבן צריך לחלק את הצורה (לפחות פעם אחת) למשבצות, לחתוך משבצת אחת ולהעבירה ולהצמידה למקום אחר בצורה (כפי שנעשה בצורה הצהובה במלבן באיור ד1).



איור ד



איור ד1

הערות:

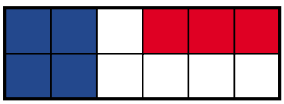
א. ראינו בדוגמת העוגה שחולקה לפרוסות בשני גדלים (איור ב׳ בעמוד הראשון) כי ההגדרה המקובלת של שבר כמתקבל מחלוקה לחלקים שווים אינה מכסה את כל האפשרויות. גם הגדרת הכיסוי שבה בחרנו אינה שלמה, שכן, כמו שראינו בתרגיל האחרון, לפעמים לצורך הריצוף יש לחתוך את הצורה הקטנה על מנת לאפשר את הריצוף. אין צורך בהגדרה מדויקת יותר. די להבהיר, בעת הצורך, כי בריצוף מותר לפרק את הצורה הקטנה (הצורה המרצפת).

ב. בשלב זה די לטפל בשברי יחידה (שברי יחידה הם שברים שהמונה שלהם 1).

ג. מומלץ להסתפק בשלב זה בכתיבת שמות השברים במילים בלבד. שימוש מוקדם בספרות עלול להגדיל את הטעויות הנובעות מתכונות של מספרים טבעיים, למשל הטעות $\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$ (בגלל ש $2<3$).

דוגמאות לשאלות נוספות בשלב זה:

1. בחרו מלבן שקל לסמן בו גם שליש וגם רבע. סמנו שליש בצבע כחול וסמנו רבע בצבע אדום. מי גדול יותר? בכמה? איך קוראים למשבצת אחת?

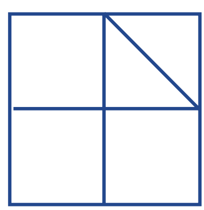


איור ה

פתרון אפשרי (איור ה): נבחר מלבן של 12 משבצות (כל מספר שמתחלק ב 4 וב 3 יתאים. לא רק 12 אלא גם 24, 36 וכו׳). כאן בחרנו במלבן שאורכו 6 משבצות ורוחבו 2 משבצות; אפשר כמובן לבחור במלבן של 3 על 4 או במלבן של 1 על 12. השורה באדום היא רבע. הריבוע הכחול הוא שליש, ולכן שליש גדול מרבע במשבצת אחת.משבצת אחת היא שתים-עשרית (או אחד חלקי 12), ולכן שליש גדול מרבע בשתים-עשרית.

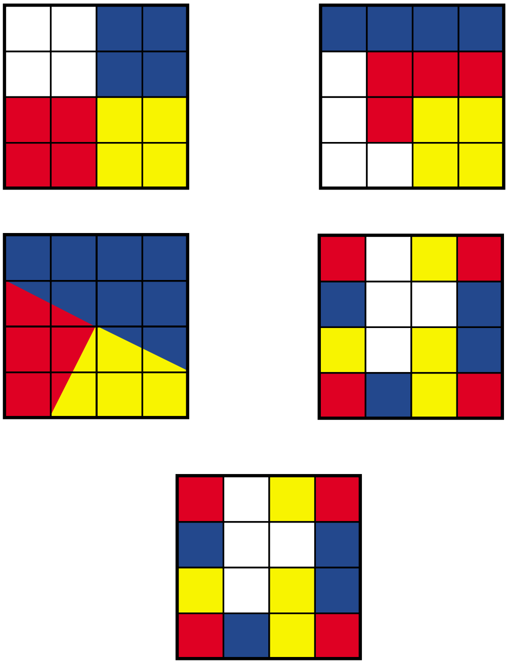
הערה: לפעמים תלמידים מסמנים לצורך השוואת שברים כל שבר במלבן אחר. אם המלבנים זהים ומחולקים לאותו מספר משבצות, הפתרון יהיה נכון. אם המלבנים אינם שווים במספר משבצותיהם, למשל, השליש נצבע במלבן של 24 משבצות, והרבע במלבן של 12 משבצות, התשובה תהיה, כמובן, שגויה. כדאי להדגיש באוזני התלמידים שלצורך השוואת שברים יש לבחור באותו מלבן (או לפחות במלבנים שווים).
אין ספק שהקושי העיקרי במודל המלבן הוא, ש"השלם" יכול להשתנות משאלה לשאלה. לדעתי, סכנת קושי זה קטנה מהתועלת שבגמישות המודל, המאפשרת ללומד לבחור בעצמו את ההמחשה המתאימה לכל שאלה.

2. כמה זה חצי של רבע? כמה פרוסות כאלה (חצי של רבע) יכסו את העוגה כולה? פתרון אפשרי: באיור ו כל ריבוע קטן הוא רבע של הריבוע הגדול. בריבוע הימני העליון כל משולש הוא חצי של הריבוע הקטן, או חצי של רבע. מאחר ויש שני משולשים בריבוע קטן, ויש ארבעה ריבועים קטנים, שמונה משולשים יכסו את הריבוע הגדול. לכן, כל משולש הוא שמינית של הריבוע הגדול, ולכן חצי של רבע זה שמינית.
הערה: מאחר ומשולש אחד הוא גם רבע של חצי הריבוע (למשל, רבע העמודה הימנית) אז גם רבע של חצי זה שמינית.

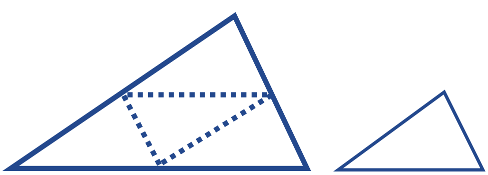


איור ו

3. ציבעו בריבוע של 16 משבצות כל רבע בצבע אחר. נסו ליצור דוגמאות מעניינות. שאלה זו מזמנת דיון נוסף על כך, שרבע יכול ללבוש צורות שונות, ואפילו להיות מורכב מריבועים שאינם מחוברים ביניהם. להלן מעט מעושר האפשרויות לצביעת רבעים בריבוע:

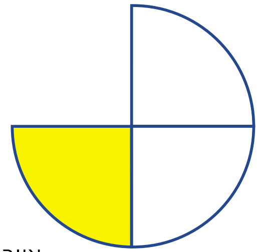


בשלב זה אפשר להציג שברים גם בעזרת צורות שונות, כמו עיגול וגזרות, קטע וקטעים חלקיים, משולשים וכו'.
לדוגמה; באיור ז המשולש הקטן הוא רבע של המשולש הגדול. לתלמידים ניתן את המשולשים ללא הסימון המקווקו ונבקש שימצאו איזה חלק מהווה המשולש הקטן מהמשולש הגדול.



איור ז

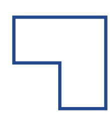
יש המעדיפים את מודל העיגול המחולק לגזרות, לפחות כהתחלה, בין היתר בגלל שלשבר יחידה כגזרה יש "צורה אופיינית". כמו בכל הדוגמה של שברים, גם במודל העיגול, כפי שלמדתי מפרופ' דינה תירוש [2] יש קשיים. מהו, למשל, השבר הצהוב באיור ח? הוא נראה כרבע, אבל הוא שליש של הצורה.



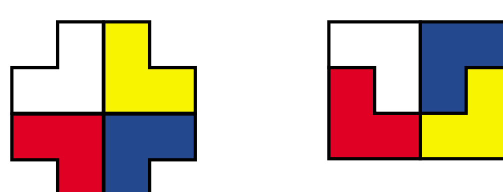
איור ח

כאמור, אני מעדיף את המחשת השבר על ידי מלבן, כי בדרך זו התלמידים יכולים לבנות לעצמם בקלות המחשה של "כל" שבר ושל "כל" זוג שברים. ("כל", כמובן, במגבלה של גודל מלבן שבו נרצה לעסוק), אך מובן שניתן לגוון את הדוגמאות. בשלב זה אפשר לעמוד על הקשר שבין הצורות בשני הכיוונים: למשל, בדוגמת המשולשים, המשולש הקטן הוא רבע של המשולש הגדול. המשולש הגדול הוא ארבע פעמים המשולש הקטן. משימה נוספת, המתאימה לשלב זה, היא לתת לתלמידים צורה ולבקשם לצייר צורה חדשה, שהצורה שניתנה להם תהווה רבע שלה. לדוגמה: אם הצורה שבאיור ט היא רבע, אז הצורה שיש לצייר יכולה להיראות, בין היתר, כמו הדוגמאות באיור י.

כדאי לעורר בכיתה דיון בשאלה מה משותף לכל הצורות שהצורה באיור ט היא רבע שלהם.



איור ט



איור י

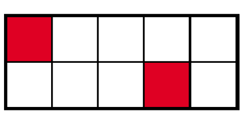
4. שמות רבים לשבר

בשלב זה נכניס את הסימון בספרות לשברי יחידה, וגם את הסימון לשברים אחרים, כצירוף של שברי יחידה: חמישית אפשר לכתוב כ– $\frac{1}{5}$, ו $\frac{3}{5}$ מסמן צירוף של שלושה חלקים שכל אחד מהם הוא חמישית. (לא נזכיר בשלב זה את משמעות $\frac{3}{5}$ כ "3 מחולק ל 5", דהיינו את קו השבר כסימן חילוק). כל דיון יתחיל בבחירת מלבן מתאים.

שאלות לדוגמה לשלב זה:

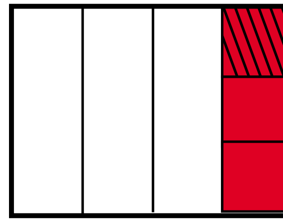
1. העוגה חולקה לעשרה חלקים שווים. רן קיבל שני חלקים כאלו. איך נקרא החלק שקיבל רן? (בדיון נדאג להופעת שתי האפשרויות: שתי עשיריות, חמישית). פתרון אפשרי: נבחר מלבן, שקל להראות בו חלוקה ל–10 חלקים שווים כמו באיור יא, מלבן של 2 על 5 משבצות.

   השטח הצבוע הוא $\frac{2}{10}$, אבל חמישה זוגות של משבצות יכסו את המלבן, ולכן השטח הצבוע הוא גם חמישית. (קל יותר לראות זאת אם בוחרים שתי משבצות היוצרות עמודה, כי במלבן כולו יש חמש עמודות.)



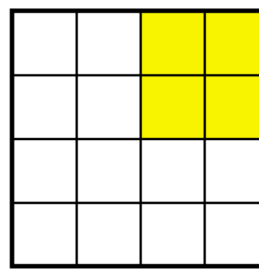
איור יא

2. מלבן חולק לארבעה חלקים שווים, ואחד החלקים חולק לשלושה חלקים שווים (איור ב בעמוד הראשון). תנו שם למנת עוגה המורכבת מחלק גדול וחלק קטן. פתרון: שמות אפשריים: שליש, רבע ועוד שתים–עשרית, רבע ועוד שליש של רבע. הסבר לשם "רבע ועוד שתים–עשרית": המלבן ניתן לכיסוי על ידי 12 ריבועים (כמו הריבוע האדום–שחור, איור יא), ולכן כל ריבוע כזה הוא שתים–עשרית. מנת העוגה מורכבת מעמודה, שהיא רבע, ועוד הריבוע שהוא שתים–עשרית. הסבר לשם "רבע ועוד שליש של רבע": העמודה האדומה היא רבע, והריבוע המקווקו הוא שליש של העמודה.



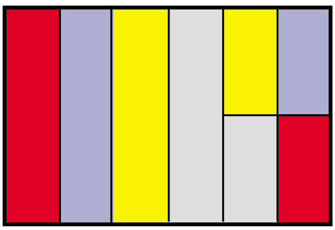
איור יא1

3. כמה חלקי 16 שווים לרבע? פתרון: נבחר ריבוע של 16 משבצות (איור יב), (או כל מלבן אחר שמספר המשבצות בו מתחלק ל 16). נסמן בו רבע ונבדוק כמה חלקי 16 כלולים ברבע זה. מאחר ומצאנו ארבעה, הרי ש $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$.

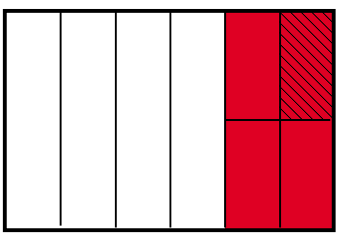


איור יב

4. מלבן חולק לשישה חלקים שווים. שניים מהחלקים חולקו כל אחד לשני חלקים שווים. כמה חלקים גדולים וכמה חלקים קטנים יהיו ביחד רבע מלבן? תנו שמות נוספים לרבע שנוצר. פתרון: באיור יג1, אשר חולק כנדרש, צבוע כל רבע בצבע אחר. שם נוסף: כל רבע מורכב מעמודה, שהיא שישית המלבן וחצי עמודה, שהיא שתים-עשרית המלבן. לכן רבע זה הוא $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}$.
שם אחר: שישית ועוד חצי של שישית. אפשרות נוספת: באיור יג2 צבוע באדום שליש מלבן (2 משש עמודות) ושתים-עשרית של המלבן צבועה באדום ושחור. רואים מכאן כי שתים-עשרית היא רבע של שליש, ולכן ניתן לקרוא לרבע גם שישית ועוד רבע של שליש. באותו ציור, רואים שמלבן גדול ומלבן קטן הם ביחד $\frac{3}{12}$. שם נוסף לרבע, שקל לראות בציור האחרון, הוא $\frac{2}{6}-\frac{1}{12}$. (החלק הצבוע באדום, פחות המלבן שצבוע גם בשחור).

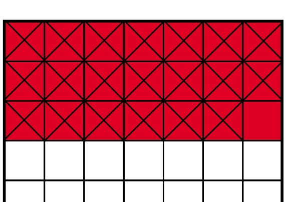


איור יג1



איור יג2

5. מי גדול יותר, ובכמה: $\frac{4}{7}$ או $\frac{3}{5}$? פתרון: כמו בכל שאלה, תחילה בוחרים מלבן מתאים. באיור יד בחרנו במלבן של 35 משבצות. ארבע שביעיות של 35 הם 20 משבצות. שלוש חמישיות של 35 הם 21 משבצות. אם ננסה לסמן לחוד כל שבר, נזדקק ל 41 משבצות. אך אם לא רוצים לטפל כעת בשברים גדולים מ-1, נצבע באדום 21 משבצות ונמחק מהן 20 משבצות (ההפרש כחיסור, כסילוק חלק מהמחוסר), ונראה שההפרש הוא $\frac{1}{35}$ ולכן $\frac{3}{5}$ גדול מ $\frac{4}{7}$ ב $\frac{1}{35}$.



איור יד

הערה: יש בלבול לשוני אצל הרבה תלמידים, האומרים "לחלק לרבעים" הן כשכוונתם היא לחלק (יחידה) לארבעה חלקים שווים כדי לקבל רבעים והן כשהכוונה היא לחלק (מספר) ברבע. הביטוי "לחלק לרבעים" אינו מדויק באף אחת משתי המשמעויות ומוטב לוותר עליו. כדי ליצור רבעים אפשר לחלק לארבע, ו $3:\frac{1}{4}$ הוא שלוש לחלק לרבע (ולא שלוש לחלק לרבעים).

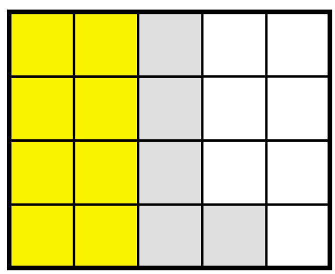
5. חיבור וחיסור שברים

שלב זה נפתח בשאלה כגון זו:

רינה אכלה רבע עוגה, רון אכל שתי חמישיות של העוגה. איזה חלק של העוגה נשאר?

הערה: לבעיית מבוא בחרתי בעיה מורכבת יותר מחיבור של שני מספרים. בעיה כזו מאפשרת דיון עשיר יותר.

פתרון השאלה: שוב נתחיל במלבן מתאים. מאחר וצריך מלבן שקל לחלקו לארבעה ולחמישה חלקים שווים בחרנו (כמו באיור טו) במלבן של 20 משבצות. בצהוב צבענו 8 משבצות שהן שתי חמישיות המלבן. באפור צבענו 5 משבצות שהן רבע מלבן. נשארו 7 משבצות ולכן נשארו $\frac{7}{20}$ מהעוגה.



איור טו

הערה: יש תלמידים המבקשים תמיד לסמן את השבר בשורות שלמות או בטורים שלמים. בשאלה האחרונה יהיה להם קושי בציור מתאים לפתרון. ייתכן ויהיה צורך לדון שוב באפשרות לסמן את השבר בציור בכל צורה שבה מספר המשבצות מתאים לשבר.

בשלב זה נפתור בעיות של חיבור וחיסור של שני שברים וכן מציאת ההפרש בין שני שברים (לאו דווקא על ידי כתיבת תרגיל חיסור). כל תשובה תסתמך על בחירת מלבן מתאים וחלוקה מתאימה שלו.

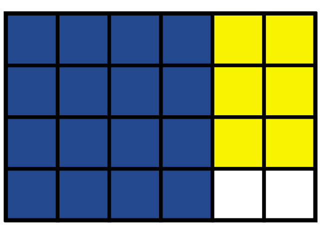
גם בשלב זה לא ייעשה שימוש במונחים פורמליים כמו "מכנה משותף", "צמצום" ו"הרחבה" ולא יהיו סיכומים פורמליים. המעבר למונחים המקובלים ולמיסוד דרך הפתרון צריך לבוא בשלב מאוחר יותר. יש אולי תלמידים מעטים הבשלים כבר לסיכום פורמלי, ויש תלמידים שיסתפקו תמיד בגישה הלא פורמלית בלבד.

יש לקוות שדחיית הסיכום הפורמלי לשלב מאוחר יותר, תגדיל את מספר התלמידים שעבורם סיכום כזה יהיה משמעותי.

שאלות לדוגמה לשלב זה:

1. ברק הוציא רבע מכספו על ממתקים ושני שליש מכספו על שתייה. איזה חלק מכספו הוציא בסך הכול?

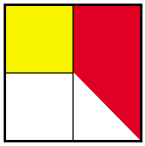
פתרון אפשרי: נציג את חסכונותיו במלבן של 24 משבצות. רבע מהחסכונות הם 6 משבצות. שליש החסכונות הם 8 משבצות, ולכן שני שליש הם 16 משבצות. באיור טז צבענו בירוק שני שליש מלבן ובצהוב רבע מלבן. מהציור רואים שברק הוציא $\frac{22}{24}$ מכספו. (בחירה במלבן של 12 משבצות היתה מביאה לתשובה השקולה $\frac{11}{12}$) שאלת המשך אפשרית: האם הוציא יותר או פחות משבע שמיניות של כספו?



איור טז

2. דינה אכלה רבע של העוגה. דוד וגבי חילקו ביניהם (שווה בשווה) את מה שנותר. איזה חלק אכל כל אחד מהם?

פתרון אפשרי: נבחר מלבן של 4 משבצות (איור יז). הריבוע הצהוב הוא הרבע שאכלה דינה. הטרפז האדום והטרפז הלבן הם החלקים שאכלו דוד וגבי. התשובה היא, לכן, שלוש שמיניות (או רבע ושמינית...)



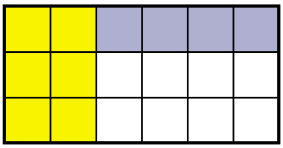
איור יז

3. מירב אכלה שליש חפיסת שוקולד. רני, צחי וגבי חילקו ביניהם את מה שנשאר. איזה חלק קיבל כל אחד מהם?

פתרון: במלבן שנבחר צריך להראות שליש, ואחר כך שליש של שני שליש. מלבן של 9, 18, ... משבצות יתאים. באיור יח בחרנו במלבן של 18 משבצות. החלק שאכלה מירב הוא 6 משבצות (בצהוב) ולכן התשובה היא שליש של הנותר, או 4 מתוך 12 המשבצות שלא אכלה. החלק של אחד מהשלושה מסומן בכחול.

כל אחד מהשלושה קיבל $\frac{4}{18}$ (או $\frac{2}{9}$) של החפיסה.

שגיאה אופיינית כאן היא לענות שכל אחד מהילדים אכל שליש חפיסה, כי שוכחים ששתים עשרה המשבצות הלבנות אינן "השלם" (אינן כל החפיסה.)



איור יח

4. עידו אכל שליש חפיסת שוקולד. אייל אכל שליש ממה שנשאר. איזה חלק של החפיסה אכלו יחד?

פתרון: באיור יח החלק הצהוב מסמן את מה שאכל עידו. החלק הכחול מסמן את מה שאכל אייל, ולכן אכלו יחד $\frac{10}{18}$ של החפיסה.

5. לאיזה שבר יחידה שווה $\frac{4}{20}$? כמה חלקי עשרים יש בחצי? כמה חלקי עשרים קרובים ביותר לשליש?

פתרון: נבחר במלבן של 20 משבצות. בתוכו נראה ש 4 משבצות מכסות חמש פעמים את המלבן, ולכן שבר היחידה הוא חמישית. באותו מלבן נראה ש $\frac{10}{20}$ הם חצי וכי $\frac{7}{10}$ הוא הקרוב ביותר לשליש, מתוך השברים עם מכנה 20 (אפשר כמובן להגיד שנחוצים בדיוק $6\frac{2}{3}$ חלקי 20 לקבלת שליש).

6. ומה הלאה?

עד כה עסקנו בהשוואת שברים פשוטים, בחיבור וחיסור של שברים פשוטים, וקצת בקשר שבין השלם לחלקיו. ראינו כיצד מודל העוגה המלבנית עוזר לתלמידים להמחיש לעצמם את השברים ואת הקשרים ביניהם.

לאחר השלב השלישי ניתן להמשיך בכיוונים שונים: יש שאלות נוספות שניתן לפתור בשיטה של ציור מלבן מתאים. (או מלבנים מתאימים). טרם טיפלנו בשברים גדולים מ-1. טרם עסקנו בכפל ובחילוק של שברים פשוטים.

במאמר הבא, נעסוק בנושאים אלו. נעיר רק כי המשכו של המהלך שתואר כאן הוא בהרחבת החילוק לשברים ורק אחר כך בהרחבת הכפל לשברים, אך מדוע וכיצד – במאמר הבא.

רשימת מקורות

[1] Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. London: Kluwer Academic Publishers.

[2] Tirosh, D., Wilson, J.' Graber, A., and Fischbein, E. (1993), *Conceptual adjustments in progressing from whole to rational numbers*. Final report to the Binational Science Foundation.