



במה מחקרית

## מתמטיקה בגן הילדים: ידע ילדי גן במטלות העוסקות בדגמים שונים

—◆—  
ד"ר איריס שרייבר  
אוניברסיטת בר אילן,  
מכללת סמינר הקיבוצים



# מתמטיקה בגן הילדים: ידע ילדי גן במטלות העוסקות בדגמים שונים

איריס שרייבר

## תקציר

מאמר זה מתאר מחקר שנערך בקרב 206 ילדי גן בגילאי 4-6, שבו נבדק ידע ילדי גן במטלות העוסקות בדגמים. הדגמים שנבחרו למחקר זה הם:

- ■ ● ■ ● ■ ● ■ (הדגם החוזר):
- ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ (והדגם הצומח):

המטלות שנבדקו היו: המשך הדגם החוזר, המשך הדגם הצומח, והשלמת הדגם החוזר. המטלות הוצגו על מסך מחשב, בכל פעם הוצגה שאלה אחת.

על הצג הופיע הדגם ומתחתיו אוסף של צורות, מהן הילד הנבדק גרר (בעזרת עכבר המחשב) את הצורות המתאימות לדעתו, לשם ביצוע המטלה. אוסף הצורות נקרא במחקר זה בנק.

בחלק מהבנקים היו בדיוק הצורות הנדרשות בצבעים הנדרשים, בחלק מהבנקים היה עודף של צורות ו/או צבעים, בחלק מהבנקים היו רק חלק מהצורות ו/או הצבעים הנדרשים, ובחלק מהבנקים כלל לא הופיעו הצורות ו/או הצבעים הנדרשים באוסף הצורות. בשאלות בהן לא היה בבנק את הדרוש לביצוע המטלה, התשובה המצופה היתה שלא ניתן להמשיך/להשלים את הדגם. במחקר נבדק הקשר בין ביצועי הילדים לבין: סוג הבנק, סוג המטלה, וגיל הילדים.

בממצאי המחקר נמצא כי סוג הבנק משפיע על ביצועי הילדים, נמצא קשר בין גיל הילדים לבין ביצועיהם, ונמצא כי דגם צומח קשה משמעותית לילדים בכל הגילאים מאשר דגם חוזר. לא נמצא הבדל בביצועי הילדים בין המשך דגם חוזר לבין השלמת דגם חוזר.

## מבוא ורקע למחקר

בשנים האחרונות מתגבשת הסכמה רחבה כי חשוב לקדם ידע מתמטי של ילדים כבר מהגיל הרך. בספרות המקצועית קיימות התייחסויות רבות לתכניות לימוד מתמטיקה, והמלצות לפעילויות לימודיות שמטרתן

לבסס תובנות מתמטיות ולפתח את החשיבה המתמטית (Clements & Sarama, 2011; Klein, Starkey & Wakeley, 1999). במסמכי סטנדרטים למורים (NCTM, 2000) ובתכניות לימוד שונות, מודגשת החשיבות של לימודי המתמטיקה בגן. גם בתכנית הלימודים במתמטיקה לחינוך הקדם-יסודי בישראל (משרד החינוך, 2010), מודגשת החשיבות לעיסוק במתמטיקה בגיל הרך. הנחות היסוד הן, כי המתמטיקה היא תחום דעת הנבנה נדבך על נדבך, וכי הבסיס המתמטי מתחיל להיבנות כבר בגיל הרך, ולכן יש חשיבות לעיסוק במתמטיקה כבר מגיל זה.

מהנושאים השונים בתכנית הלימודים במתמטיקה לגני ילדים נבחר למחקר זה נושא הדגמים. הבחירה בנושא הדגמים נעשתה לנוכח החשיבות המיוחדת לו: בתחום החינוך המתמטי מקובל לטעון כי יש חשיבות לעיסוק בדגמים, כיוון שעיסוק זה מפתח היבטים שונים של חשיבה מתמטית (Mulligan, English, Mitchelmore, Welsby, & Crevensten, 2005; Warren, 2011).

**במוקד מחקר זה שני סוגי דגמים:** דגם חוזר ודגם צומח. דגם חוזר הוא חלק מתכנית הלימודים במתמטיקה לגני הילדים בישראל ובמדינות רבות בעולם, ודגם צומח הוא חלק מתכנית הלימודים במתמטיקה לגני ילדים במדינות אחדות (למשל באוסטרליה).

**דגם חוזר (repeating pattern)** הוא דגם הכולל מרכיב החוזר על עצמו באופן שיטתי (Papic & Mulligan, 2007). הדגם החוזר שנבחר למחקר זה הוא: ● ■ ● ■ ● ■ ● ■

**דגם צומח (growing pattern)** הוא דגם הגדל (או קטן) באופן שיטתי. הדגם הצומח שנבחר למחקר זה הוא: ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■ ● ■

לכל דגם ניתן לחבר מטלות שונות כגון: תיאור/ העתקה/ המשך/ השלמה/ יצירה של דגם. למחקר זה נבחרו שתי מטלות שחשיבותן הודגשה בספרות המקצועית, כמטלות בעלות פוטנציאל לפיתוח חשיבה מתמטית,



כל אחת מאפשרויות אלו שמספקים לנבדק לצורך ביצוע המטלה, תיקרא **בנק**.

באיורים 1-3 יש דוגמאות לשלושה סוגי בנק שונים שניתן לתת לנבדק: בסוג הבנק הראשון (איור 1), שנקרא לו **בנק מדויק**, קוביות כחולות וצהובות בלבד. כלומר, בבנק מצויים רק הפריטים הנדרשים לצורך בניית המשך המגדל. בסוג הבנק השני (איור 2), שנקרא לו **בנק עודף**, נמצאות קוביות בצבעים הנדרשים (כחול וצהוב) וקוביות בצבעים נוספים (סגול, כתום ועוד). כלומר, בבנק מצויים הפריטים הדרושים לצורך בניית המשך המגדל, ופריטים נוספים שאינם נדרשים לצורך בניית המשך המגדל.

בסוג הבנק השלישי (איור 3), שנקרא לו **בנק חסר**, קוביות כחולות בלבד. כלומר, בבנק חסרים פריטים הנדרשים לצורך בניית המשך המגדל.

בספרות המקצועית לא נמצאה עד כה התייחסות לבנק האפשרויות כאל משתנה במחקר, ובמחקרים לא תמיד מציינים איזה בנק ניתן לנבדקים לצורך פתרון המטלה. הקשר בין סוג הבנק לבין ההצלחה במטלות דגמים לא נחקר עד כה בצורה מובנית. **לא נערכו**, למיטב ידיעתנו, מחקרים המשווים ביצוע ילדי גן לגבי אותו דגם בהינתן **בנקים שונים**.

**במחקר זה, הבנק הוא אחד ממשתני המחקר**, וזאת על מנת לבדוק האם קיים קשר בין סוג הבנק לבין ההצלחה במטלות דגמים. לצורך זה נבנו שאלות שונות בהן יש הקפדה על אותו דגם ("חוזר" / "צומח") ואותה מטלה ("המשך" / "השלם"), כאשר השוני בין השאלות הוא בסוג הבנק.

למשל, נבנו שאלות שבכולן התבקשו הנבדקים להמשיך אותו דגם צומח, כאשר בחלק מהשאלות ניתן להם בנק מדויק (בו יש בדיוק את הפריטים הדרושים לפתרון המטלה), בחלק מהשאלות ניתן בנק עודף (שבו פריטים שלא הופיעו בדגם המקורי), ובחלק מהשאלות ניתן בנק חסר (שבו חסרים פריטים הדרושים לפתרון המטלה). ידע ילדי הגן נבדק (נכונות התשובות, תשובות אופייניות) בשלוש מטלות: "המשך דגם חוזר", "המשך דגם צומח" ו"השלם דגם חוזר", כשנתונים בנקים שונים. כל אלה תוך השוואה לפי גיל הנבדק.

יכולת ניבוי והכללה: "המשך דגם" (התלמיד מקבל דגם וצריך להמשיך אותו מקצהו והלאה), ו"השלם דגם" (התלמיד מקבל דגם ובו חסרים איברים שאותם הוא צריך להשלים).

לכל סוג מטלה ("המשך" / "השלם") ניתן לבנות משימות שונות בהן מרכיבים העשויים להשפיע על ביצועי התלמידים. למשל, בניית דגמים בעלי מאפיינים שונים בהם יש להתייחס למשתנים שונים (כמו: צבע, צורה, כיוון וכד'), או דגמים בייצוגים שונים העשויים להשפיע על הביצוע.

אחד ממאפייני המשימות הוא מה שמספקים לנבדק לצורך ביצוע המשימה. למשל, אם ילד מתבקש להמשיך לבנות מגדל קוביות הבנוי כדגם חוזר של קוביות: כחולה-צהובה-כחולה-צהובה, אפשר לספק לו קוביות כחולות וצהובות בלבד (איור 1), מהן עליו לבנות את המשך המגדל בסדר שנקבע. אפשר לספק לו קוביות במגוון רחב של צבעים (איור 2) ביניהם הצבעים הנדרשים לביצוע המטלה, מהן עליו לבחור קוביות בצבעים המתאימים בלבד ולבנות את המשך המגדל בסדר שנקבע. אפשר לספק לו קוביות כחולות בלבד (איור 3) ומצופה ממנו לומר כי אי-אפשר להמשיך ולבנות את המגדל, כיוון שחסרות קוביות צהובות.





## מתודולוגיה

### אוכלוסיית המחקר

במחקר השתתפו 206 ילדים: 99 ילדים בגן טרום חובה (בגילאי 4 עד 5), 107 ילדים בגן חובה (בגילאי 5 עד 6). הילדים למדו בגני ילדים באותו יישוב במרכז הארץ, כולם בגני ילדים ממלכתיים, בעלי מדד טיפוח של מצב סוציו-אקונומי בינוני זהה, על-פי הקריטריונים של משרד החינוך בישראל. הילדים למדו בגני ילדים בהם יש מספר ילדים דומה (29-31 ילדים בכל גן), והגנות שהשתתפו במחקר - לכולן היתה אותה מפקחת מטעם משרד החינוך. בכל הגנים למדו יחד ילדים בגיל גן טרום חובה וילדים בגיל גן חובה. לכל הילדים הנבדקים בגילאי 4-5 שנים (גן טרום חובה) זו השנה הראשונה בגן. לכל הילדים הנבדקים בגילאי 5-6 שנים (גן חובה) זו השנה השנייה בגן.

### כלי המחקר

במחקר נעשה, כאמור, שימוש בסוגי בנק שונים. בניית מרחב אפשרויות לבנקים שונים נעשתה תוך התייחסות לשני המשתנים המאפיינים את הדגם: צבע (אדום, צהוב) וצורה (עיגול, ריבוע). כל משתנה יכול לקבל במסגרת הבנק ארבעה ערכים: **חסר** (כשהבנק אינו מכיל את ערכי המשתנה. למשל, הבנק אינו מכיל את הצורות ריבוע ועיגול אלא צורות אחרות), **חלקי** (כשהבנק מכיל חלק מערכי המשתנה. למשל, בבנק יש רק צבע צהוב), **מדויק** (כשהבנק מכיל בדיוק את ערכי המשתנה. למשל, בבנק יש בדיוק את שני הצבעים צהוב ואדום), ו**עודף** (כשהבנק מכיל צורות נוספות ו/או צבעים נוספים). בהתאם לכך נבנתה טבלת אפשרויות (טבלה 1) על-פיה מתקבלים 16 בנקים שונים.

### טבלה 1: טבלת האפשרויות לבנקים שונים.

עודף	מדויק	חלקי	חסר	צבע / צורה
▲★▲★▲★▲★	▲★	▲	▲★	חסר
■□■□■□	■□	●	●	חלקי
●○●○●○■□■□	●□	●□	■○	מדויק
●□■□●○■□★▲★▲▲▲	■★▲●○★▲■□	▲★■●	▲★■○	עודף

בכל אחד מהתאים בטבלה מתואר בנק בעל שני ערכים שונים. למשל, בתא בעל הערכים חסר-חסר ישנו בנק שבו אין הצורות הנדרשות, (יש בו כוכב ומשולש וחסרות בו הצורות ריבוע ועיגול) ואין הצבעים הנדרשים, (יש בו את הצבעים כחול וורוד ואין בו את הצבעים צהוב ואדום). בדרך זו של בניית השאלון, התקבלו שלושה שאלונים, שאלון לכל סוג מטלה: המשך דגם חוזר, השלמת דגם חוזר, והמשך דגם צומח. בכל שאלון היו 16 שאלות, שאלה לכל סוג בנק. שלושת השאלונים לבחינת ידע מתמטי של ילדים בנושא דגמים, נבנו כשאלונים ממוחשבים: המבדק בוצע מול צג מחשב באמצעות תכנה שפותחה במיוחד לצורך המחקר. על צג המחשב הופיעה בכל פעם שאלה אחת בלבד: דגם שהוצג על-גבי המסך ומתחתיו אוסף של צורות, מהן יכול היה הנבדק לבחור את המתאימות לדעתו. אוסף הצורות הוא הבנק.



על השאלון בנוכחות החוקרת בפנינת משחק שקטה בגן. תשובות הילדים, (האופן שבו המשיכו או השלימו את הדגם והמענה שלהם בעל פה), תועדו על-ידי תכנת המחשב באופן אוטומטי והוקלטו.

## ממצאי המחקר

### ממצאים הקשורים לנוכחות התשובות של הילדים:

- בהתאם למצופה, נמצא הבדל בין ביצועי ילדים בגיל גן חובה לבין ביצועי ילדים בגיל גן טרום חובה: אחוז הילדים בגיל גן חובה שענו נכון היה גבוה יותר, ברוב השאלות, מאחוז הילדים בגיל גן טרום חובה, וזאת על אף העובדה שהם לומדים באותו גן.
  - בביצועי ילדים בגילאים שונים נמצאו הבדלים גם בשגיאות האופייניות. ראו פירוט בהמשך.
  - ביצועי ילדי גן בכל הגילאים במטלת המשך דגם חוזר, דומים לביצועיהם במטלת השלמת דגם חוזר. אחוזי ההצלחה בהשלמת הדגם הנם גבוהים במעט אך לא באופן מובהק.
  - מטלת דגם צומח הנה קשה יותר לילדים בכל הגילאים ממטלות דגם חוזר.
  - בהינתן אותו דגם ואותה מטלה (לדוגמה, המשך דגם חוזר) עם בנק שונה, יש הבדלים בביצועי הילדים בהתאם לבנק המוצג בשאלה. בשאלות בהן לא ניתן להמשיך את הדגם, ובבנק יש פריט אחד, נמצא אחוז המשיבים את התשובה הנכונה הגבוה ביותר. בשאלות בהן ניתן להמשיך את הדגם, ובבנק יש שמונה פריטים או יותר, נמצא אחוז המשיבים את התשובה הנכונה הנמוך ביותר. ראו פירוט בהמשך.
  - בטבלה הבאה (טבלה 2) יוצגו אחוזי הילדים שענו נכון על כל אחת מהשאלות במחקר. ההצגה היא על-פי מאפיינים שונים של הבנק:
- שאלות שבהן **אפשר להמשיך/להשלים את הדגם**. ניתן להבחין בין שני סוגי בנק כזה: **א1**. בנק מדויק-מדויק, **א2**. בנק בו לפחות אחד המשתנים עודף.
  - שאלות שבהן **אין אפשר להמשיך/להשלים את הדגם**. ניתן להבחין בין שני סוגי בנק כזה: **ב1**. בנק ובו צורה אחת בלבד, **ב2**. בנק ובו שתי צורות לפחות.

הילדים התבקשו להמשיך/להשלים את הדגם על-ידי "גרירה" של הצורה שבחרו בעזרת עכבר המחשב. הבנק הוצג לילדים כקופסאות, בכל קופסה הוצגה צורה מצוירת. ניתן היה לגרור מכל קופסה מספר מופעים של הצורה על-פי רצון הנבדק.

### מספר שאלות לדוגמה מתוך השאלונים:

#### שאלה א.

המשך דגם חוזר בבנק מדויק-מדויק (כלומר, הצורות בבנק הן בדיוק הצורות הנדרשות, והצבעים בבנק הם בדיוק הצבעים הנדרשים).



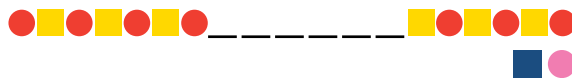
#### שאלה ב.

המשך דגם חוזר בבנק עודף-מדויק (כלומר, בבנק יש צורות עודפות, והצבעים בבנק הם בדיוק הצבעים הנדרשים).



#### שאלה ג.

השלם דגם חוזר בבנק מדויק-חסר (כלומר, בבנק יש בדיוק את הצורות הנדרשות, ואין הצבעים הנדרשים).



#### שאלה ד.

המשך דגם צומח בבנק חלקי-חלקי (כלומר, בבנק יש חלק מהצורות הנדרשות וחלק מהצבעים הנדרשים).



בשאלונים שהתקבלו: בחלק מן השאלות ניתן היה להמשיך או להשלים את הדגם (כמו בשאלות א ו-ב שהוצגו לעיל), ובחלק מן השאלות התשובה המצופה היא, שלא ניתן להמשיך/להשלים את הדגם עקב חלקיות/חוסר של צבעים ו/או צורות (כמו בשאלות ג ו-ד שהוצגו לעיל).

### מהלך המחקר

עם כל אחד מהילדים נערכו שלושה מפגשים בני עשר דקות עד רבע שעה. כל מפגש הוקדש לשאלון אחד. כל אחד מהילדים השיב



## טבלה 2: אחוז המשיבים נכון במטלות השונות בשאלות עם בנקים שונים.

מטלה			בנק		סוג הבנק
המשך דגם	השלם דגם	המשך דגם	מאפייני הבנק	צורה-צבע	
5.34	86.4	80.6	●	■	1א מדויק-מדויק
5.34	67.5	58.7	●●●●●●●●	■	2א מדויק-עודף
5.34	66.0	58.7	■	★	עודף-מדויק
5.34	64.1	57.3	●●●●●●●●	★	עודף-עודף
88.8	90.8	90.3	●		1ב חלקי-חלקי
88.8	90.3	89.3	●		חלקי-חסר
89.3	90.8	89.8	▲		חסר-חלקי
78.2	79.1	79.6	■	■	2ב חלקי-מדויק
75.2	76.2	76.2	▲	★	חסר-חסר
75.7	74.8	75.2	▲	★	חסר-מדויק
78.6	78.2	74.3	●	■	מדויק-חלקי
72.8	73.8	72.8	■	●	מדויק-חסר
77.2	80.6	80.6	▲	★	עודף-חלקי
75.7	75.7	75.7	■	■	חלקי-עודף
72.3	75.2	75.2	▲	●	עודף-חסר
73.8	73.8	73.3	▲	★	חסר-עודף

מכל השאלות בכל שלושת השאלונים (שלושת סוגי המטלות) - אחוז המשיבים נכון בשאלות אלה גבוה אף יותר מאשר בבנק מדויק-מדויק. לא נמצא הבדל מובהק באחוזי ההצלחה בין השאלונים השונים. ככל הנראה הילדים מבחינים שהדגם בנוי משני פריטים החוזרים על עצמם, ואילו בבנק יש פריט אחד בלבד.

**2ב.** בשאלות עם בנק שאינו כולל את הנדרש ויש בו לפחות שתי צורות, אחוז המשיבים נכון נמוך מאשר בבנק שבו צורה אחת (ב- 10% עד ל- 17%) ונמוך מאשר בבנק מדויק. חשוב לשים לב כי לא רק גודל הבנק משפיע: בשאלה עם בנק ובו 8 פריטים שכן אפשר להמשיך את הדגם (למשל בבנק ) , נמצא אחוז משיבים נכון קטן יותר באופן משמעותי מאשר בשאלה עם בנק ובו 8 פריטים שאי-אפשר להמשיך את הדגם: (הבנק ) .

ממצא זה וממצאי סעיפים 1ב ו-2ב, מעידים כי הילדים מזהים כאשר ניתן (וכאשר לא ניתן) להמשיך או להשלים את הדגם, אך הם לא תמיד יודעים להמשיך/להשלים בצורה הנכונה.

ממצאי טבלה 2 ניתן לראות כי בהתייחס למאפייני הבנקים והשאלות השונות:

**1א.** בשאלות עם בנק מדויק לא נמצא הבדל משמעותי בין מטלת "המשך דגם חוזר" למטלת "השלם דגם חוזר". נמצא הבדל מובהק בין "דגם צומח" "לדגם חוזר": אחוז המשיבים נכון במטלת "המשך דגם צומח" נמוך משמעותית מאחוז המשיבים נכון במטלות "המשך דגם חוזר" ו"השלם דגם חוזר".

**2א.** בשאלות עם "בנק עודף" הכולל את הנדרש להמשך/השלמת הדגם: אחוז המשיבים נכון הנו הנמוך ביותר מכל השאלות בכל אחד מהשאלונים. ככל הנראה עודף הפריטים בבנק יצר עומס קוגניטיבי שהוביל לשגיאות. נמצא הבדל מובהק בין "דגם צומח" "לדגם חוזר": אחוז המשיבים נכון במטלת "המשך דגם צומח" נמוך משמעותית מאחוז המשיבים נכון במטלות "המשך דגם חוזר" ו"השלם דגם חוזר".

**1ב.** בשאלות עם בנק שאינו כולל את הנדרש, ויש בו צורה אחת בלבד, אחוז המשיבים נכון היה הגבוה ביותר





An evaluation of the pattern and structure mathematics awareness program in the early school years. Proceedings of the AAMT-MERGA conference 2011, The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Mathematics Education Research Group of Australasia, Alice Springs, pp. 548- 56.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Virginia, USA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Curriculum and Evaluation for school mathematics. Reston, Virginia, USA: NCTM.
- Papic, M., & Mulligan, J. (2007). The growth of early mathematical patterning: an intervention study. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), Proceeding of the 30th Annual Conference of the Mathematical Education Research Group of Australia (v2, pp. 591-600). Sydney: MERGA.
- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's Mathematical knowledge through a pre kindergarten mathematics intervention. Early Childhood Research Quarterly, 19, 99-120.
- Threlfall, J.(1999). Repeating pattern in the early primary years. In A. Orton (Ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (pp.18-29). Cassel, London & New-York.
- Warren, E. (2005). Young children's ability to generalize the pattern rule for growing pattern. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceeding of the 29th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (v4, pp. 305-312). Melbourne: PME.

וצורה. כלומר, על הנבדק להמשיך את הדגם עם הכמות הנכונה של הצורה הנכונה בצבע הנכון, דבר המעלה את רמת הקושי של המטלה.

- דגם צומח אינו חלק מתכנית הלימודים המחייבת בגן הילדים בישראל, ולכן ההתנסות של הילדים עם דגם כזה הינה מועטה או כלל לא קיימת. מכאן עולה כי ניתן לשקול לשלב דגם מסוג זה בתכנית הלימודים במתמטיקה בגן הילדים כהמשך העיסוק בחוקיות ובדגמים.

## מקורות

- משרד החינוך והתרבות. (2010). תכנית לימודים במתמטיקה לגני ילדים בישראל לחינוך הממלכתי והממלכתי דתי. ירושלים: ת"ל.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. Science, 333, 968-970.
- Fox, J. (2005). Connecting algebraic development to mathematical patterning in early childhood. In P. Grootenboer., R. Zevenbergen & M. Chinnappan (Eds.), Proceeding of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia (v1, pp. 221-228). Canberra, Australia: MERGA.
- Garrick, R., Threlfall, J., & Orton, A. (1999). Pattern in the nursery. In A. Orton (Ed.), Pattern in the teaching and learning of mathematics (pp. 1-17). Cassel, London & New-York.
- Klein, A., Starkey, P., & Wakeley, A. (1999). Enhancing pre kindergarten children's readiness for school mathematics. Paper presented at the Annual Meetin of the American Educational Research Association. Montreal, Quebec, Canada: AERA.
- Mulligan, J., English, L. D., Mitchelmore, M., Welsby, S. & Crevensten, N. (2011).