



במה מחקרית

**תהליכי למידה של תלמידים
תת-משיגים במתמטיקה
בסביבה עשירה בפיגומים
ותיווך אינטנסיבי של מורה -
חקר מקרה**

—◆—
ד"ר אורית ברוזה
מכללת לוינסקי לחינוך

•
ד"ר יפעת בן-דוד קוליקנט
האוניברסיטה העברית, ירושלים.



תהליכי למידה של תלמידים תת-משיגים במתמטיקה בסביבה עשירה בפיגומים ותיווך אינטנסיבי של מורה - חקר מקרה

אורית ברוזה, יפעת בן-דוד קוליקנט

רקע תאורטי

המקור לקשיים של התלמידים במתמטיקה

מנקודת מבט סוציו-תרבותית תלמידים תת-משיגים מאופיינים בנטייה להימנע מהשתתפות בפעילות מתמטית, כתוצאה מתחושות תסכול וכישלון (Haylock, 1991). בכדי להבין סוג זה של הימנעות, כדאי להבחין בין שני גורמים המשפיעים על דפוס התנהגות זה של התלמיד המתקשה **אפיוני לומד ואפיונים סביבתיים**. תחת הקטגוריה של **אפיוני הלומד** נמצאים: שליפה איטית או לא מדויקת של עובדות חשבון בסיסיות, קושי ביצירת דימויים מנטאליים של מושגים מתמטיים (לינצ'בסקי ותובל, 1993; Geary, 2005), יכולת חלשה להפיק משמעות מספרית מסמלים, תובנת מספר לא מפותחת, חסכים במיומנויות מטה-קוגניטיביות (Goldman, 1989), וקשיים בהחזקת מידע בזיכרון העבודה (Passolunghi & Siegel 2004). קשיים אלה מעצבים דפוסי התנהגות כגון: הסתמכות סבילה על סמכות חיצונית, קושי לרסן אסוציאציות ולהתמקד בבעיה מוצגת, וחולשת אחריות פנימית (Geary, 2005). **אפיונים סביבתיים** אינם קשורים ללומד עצמו כי אם לדיסציפלינה, למורה המתווך וסגנון הוראתו, ומשפיעים אף הם על הישגי הלומד (קדרון, 1985). המתמטיקה מחד, גדושה בסמלים שרובם אינם רומזים על משמעות מושגים, ובדרך כלל מאוד מופשטים, עובדה היוצרת קושי אצל הלומדים. הוראה לקויה מאידך, כמו למשל: התעלמות מטעויות בחשיבה של התלמיד, שימוש מטעה באמצעי המחשה, קצב מהיר, דרישות נוקשות, דרישה לזיכרון בעל-פה ללא הפנמת משמעות, חוסר התייחסות לשונות קוגניטיבית ועוד, מחזקות קשיים אצל הלומדים. הוראה מסוג זה משמרת דפוסים התנהגותיים שתוארו לעיל, גורמת לצבירת פערים, ומסייעת למעגל הקשיים להתרחש מדי שנה בכיתות היסוד, ומקשה על תלמידים אלה בהמשך לימודי המתמטיקה.

תקציר

מחקר זה בחן תהליכי למידה של תלמידים תת-משיגים במתמטיקה, אשר למדו בקבוצות קטנות חיסור מספרים עשרוניים, בסביבה עשירה המשלבת משחק מחשב, כסף מוחשי, אינטראקציות בין עמיתים, ותיווך אינטנסיבי של מורה. הקלטות וידאו של השיעורים ושל מסכי המחשב, ריאיונות, דפי עבודה, תצפיות והערכות פרי-פוסט של מורים בכיתות האם, שימשו אותנו כדי לתאר ולאפיין את תהליכי הבניית הידע של התלמידים. הממצאים מצביעים על תהליכים לא לינאריים, המאופיינים בהתקדמויות ובנסיגות לסירוגין, לאור הידע השביר ומאפייני הלומדים. אך יחד עם זאת נצפה שינוי משמעותי בדפוסי ההתנהגות והחשיבה. במאמר זה מודגם חקר מקרה של התלמיד רון, אשר שופך אור על תהליך הלמידה המורכב, ועל הפוטנציאל הפדגוגי שבתכנית התערבות זו.

הקדמה

השאלה מדוע תלמידים רבים מתקשים במתמטיקה כבר בכיתות היסוד, מעניינת מורים וחוקרים רבים מתחום החינוך והפסיכולוגיה. למרות זאת, המחקר על תהליכי למידה של תלמידים תת-משיגים במתמטיקה הוא דל, והספרות הקיימת מתמקדת בעיקר בחולשות שלהם. מחקר זה בא לבחון תהליכי למידה אצל תלמידים תת-משיגים בסביבה שעוצבה בהסתמך על החולשות המדווחות בספרות, ובניסיון להתמודד אתן. הייחודיות במחקר היא בשילוב בין שלושה עמודי תווך תאורטיים, שאינם ספציפיים לתלמידים תת-משיגים, והחיבור ביניהם. האחד, הוראת מתמטיקה בהקשר משמעותי מחיי היומיום, השני, תאוריות למידה בשילוב תקשוב בדגש על משחקים דיגיטליים, והשלישי, תאוריות הוראה קונסטרוקטיביסטיות אשר במרכזן שימוש בפיגומים ותיווך של מורה.



תוך הישענות על ידע קודם, על שכל ישר, ועל ייצוגים שתומכים בפיתוח אסטרטגיות חישוב.

הספרות עשירה במחקרים שבהם אסטרטגיות חישוב צמחו באופן אינטואיטיבי בהקשרים מתמטיים מחוץ לבית הספר, לדוגמה, בין רוכלי רחוב צעירים בברזיל (Nunes, Schliemann & Carraher, 1993) או בין חייטים (Lave & Wenger, 1990). למרות זאת, כאשר נדרשו לפתור בעיות בסיסיות בסגנון מבחן פורמלי, הם הפעילו פרוצדורות שנלמדות בבית הספר, על-פי רוב ללא הצלחה. הדבר שאפיין את שיטות החישוב המומצאות במחקרים שתוארו לעיל היה, שהן כללו פרוצדורות מנטליות, ללא נייר ועיפרון וללא שימוש במחשבון, אגב הישענות על פירוקי מספר, אומדן ושכל ישר.

מחד גיסא, מחקרים אלו מחזקים את הגישה המצדדת בגיוס מצבים יום-יומיים לתוך הכיתה, ומאידיך גיסא, הם ממחישים את הביקורת של ברנר (Brenner, 1998) על הוראה מסוג זה, שלפיה כאשר הקישור בין אסטרטגיות חישוב בהקשר יום-יומי למתמטיקה פורמלית של בית הספר לא נעשה במפורש, הוא נשאר עמום עבור התלמידים, ולא נעשה בו שימוש משמעותי. ברנר חקרה את ההשפעה של מתמטיקה של חיי היום-יום על מתמטיקה בית-ספרית, בקרב ילדי גן ובתי-ספר יסודיים, באמצעות שימוש בסיטואציות של שימוש בכסף. בתצפיות ובריאינות שערכה ברנר נמצא כי תלמידים משתמשים בשכל הישר (common sense) כאשר הם מדברים על כסף. עם זאת, היא מצאה הבדל מהותי בין שימוש בכסף בחיי היום-יום לבין שימוש בכסף בשיעורי המתמטיקה. בכיתה התלמידים למדו על כסף כסדרה של פעילויות מנותקות, כגון: שיום, תרגום למספרים וכדומה. הכסף בכיתה שימש כייצוג עבור תהליך ההקבצה ל-10 (קיבוץ המטבעות הקטנים למטבעות גדולים יותר); ואילו סיטואציות הכסף האותנטיות דרשו דווקא פריטה ופירוק של מטבעות או שטרות למטבעות קטנים יותר, להחזרת עודף.

המסקנה המתבקשת ממחקרה של ברנר היא: שכאשר מביאים סיטואציה יום-יומית לכיתה ומשתמשים במודל הכסף, יש להשתמש במשמעות של הפעולות בשימוש בכסף ולא רק כאמצעי המחשה למתמטיקה

מחקר זה בנה סביבה ייחודית בתוכה למדו התלמידים התת-משיגים, ומטרתו היתה לבחון את דפוסי ההתנהגות שלהם בסביבה החדשה ולאפיין אותם. ההתבוננות בתהליך הלמידה היתה דרך המסגרת התאורטית הסוציו-תרבותית הלוקחת בחשבון לא רק את הלומד עצמו, אלא מתבוננת באינטראקציה שלו עם מכלול הסביבה הלימודית.

למידת מתמטיקה בהקשר רלוונטי לחיי היום-יום

לצד הדיווחים שתוארו לעיל, אשר מתמקדים בחסכים של תלמידים תת-משיגים, ישנם דיווחים מועטים המעידים גם על חוזקות של התלמידים האלה. חזן (Chazan, 2000) מצא כי שינוי בשיטת הלימוד ובתכנים עשוי להביא להכרה בנקודות החוזק של התלמידים האלה. הוא קרא לשנות את גישת ההוראה ללימוד האלגברה, ולעודד דיון בקבוצות קטנות אגב שימוש בתכנים הקרובים לעולם התלמידים, כדי לגרום להם לצאת מדפוסים של פסיביות, ולבטא את מחשבותיהם כמה שיותר במהלך עבודתם. הוא מצא כי כאשר גישת ההוראה אינה מאיימת ושיפוטית, רבים מתלמידים אלו מסוגלים לתת משמעות לבעיות, ואפילו לבקר פרוצדורות מתמטיות בכלים של שכל ישר והיגיון, ובכך להתקדם בהבנה. דו"ח מחקר העוסק באפיוני למידה וחשיבה של תלמידים חלשים במתמטיקה (קרסנטי והרכבי, 2003), ומסתמך על ממצאיו של חזן (Chazan, 2000) דן בפוטנציאל של גישת הוראה המעודדת בקרה והעברת אחריות ללומד, כדי להתמודד עם קשיי ההתנהגות שתוארו לעיל. עדויות אלו הן הבסיס למחשבה שאפשר לחלץ תלמידים תת-משיגים מנחשלתם.

מחקר קודם (ברוזה ובן-דוד קוליקנט, 2009), אשר בחן את למידת מושג הרחבת השבר תוך שימוש בהקשר יום-יומי רלוונטי, הראה כי תלמידים תת-משיגים אימצו כלים בלתי פורמליים הלקוחים מחיי היום-יום שניתנו בסביבה, והשתמשו בהם כדי להסביר את המושג המופשט של הרחבה. המחקר הנוכחי יצא מהנחה דומה לפיה דרך הוראה זו תהפוך את המתמטיקה לפחות מאיימת עבור התלמידים התת-משיגים, תגרום להם להיות יותר אקטיביים, ותאפשר להם להמציא חוקים ואסטרטגיות,



יתרה מכך, תלמיד יכול לפתח דפוס התנהגותי (לגיטימי בסביבה משחקית) של ניסוי וטעייה גרידא, ללא הפקת לקחים ופיתוח מושכל של אסטרטגיות אחרות. משום כך, מאמץ המחקר את הפוטנציאל הגלום בשימוש במשחק, אך נשען גם על התאוריה העוסקת בתיווך המורה, בכדי לתת מענה לחסרונות שבתאוריה של למידה ממשחקים.

תאוריות למידה קונסטרוקטיביות: פיגומים ותיווך

מורה

כפי שצוין קודם לכן, תלמידים תת-משיגים זקוקים לסיוע ותמיכה בבניית מושגים מתמטיים. על-פי ויגוצקי, עם התמיכה המתאימה של מבוגר, ילדים מסוגלים להתקדם בתוך מה שהגדיר כ"אזור ההתפתחות הקרובה" (Zone of Proximal Development), דהיינו צמצום הפער בין רמת ההתפתחות הנוכחית של הילד ורמת ההתפתחות שהוא מפגין בעת שניתן לו סיוע מהמבוגר (Vygotsky, 1980). Wood, Bruner & Ross (1976) כינו את התמיכה של המבוגר בתהליך כזה "פיגומים": תהליך המאפשר לילד או לטירון לפתור בעיה, לבצע משימה או להשיג מטרה שלא יכול היה לבצע עצמאית לפני כן. פיגומים הם משאבים שהשימוש בהם מאפשר ללומד לבצע מטלה או לפתור בעיה באופן שלא היה מסוגל לו בלעדיהם. מונח זה שימש בעבר להתייחסות לתמיכה של מבוגר, אך עם הזמן הורחבה ההגדרה והיא כוללת גם כלי תכנה, משחק, ייצוגים גרפיים, מחוות היגדים ועוד. במחקר הנוכחי, משחק המחשב, הכסף המוחשי, אמירה של תלמיד, או מחווה של מורה, משמשים כפיגומים בסביבה.

ישנם פיגומים שנעלמים עם הזמן וישנם כאלה שיישאר כל עוד נזדקק להם, בהתאם לפונקציה שהם משמשים. פיגומים אחרים הם "מטה-פיגומים" (metascaffolding). פיגומים אלה מסייעים ללומד להיעזר בפיגומים שכבר קיימים בסביבה בכדי להצליח במשימה (Pea, 2004). דוגמה למטה-פיגום יכולה להיות פעולה של מורה בפתרון בעיות הכוללת: פירוק מבנה הבעיה, הצבעה על מה כדאי לתלמיד להסתכל בפתרון הבעיה, איזה כלי כדאי לגייס מהסביבה, ומה פחות חשוב. מחקר קודם מצא כי בהינתן פיגומים מתאימים

הסימבולית. מסקנה זו מתחזקת בעקבות ממצאים מניתוחים של ריאיונות עם תלמידים שפתרו בעיות בייצוג אותנטי של כסף, לעומת תלמידים שפתרו בעיות ללא ייצוג של כסף (McNeil, Uttal, Jarvin & Sternberg, 2009). בקבוצה שהשתמשה בכסף נצפתה רמה גבוהה של הבנה קונספטואלית של הפעולות הנדרשות בפתרון בעיות מילוליות, ורוב ההסברים היו מבוססים על היגיון (sense making).

למידה באמצעות משחקים דיגיטליים

מה שסייע להביא את חיי היום-יום לכיתה היו משחקי המחשב. השימוש במשחקי מחשב בהוראה נשען על ההנחה התאורטית והממצאים האמפיריים המייחסים חשיבות ללמידה בהקשר, כלומר, להצגת מושגים וחוקים בהקשר רלוונטי לחיי היום-יום של הילד (Gravemeijer & Doorman, 1999). המשחק משמש כר נרחב להזדמנויות רבות ללמידה שאינן מאיימות, מכיוון שהן מאפשרות ללומד לנסות ולהיכשל ללא ההשלכות השליליות שיכולות להיות לכישלון זה עליו (Squire, 2008; Gee, 2007). במשחק קיים הצורך במודעות לתוצאות הפעולות שהתלמיד מבצע ובהפעלת "עריכה" על פעולות אלה, הכוללת חזרה על מהלכים שהתגלו כמוצלחים, נטישה של מהלכים שהביאו לתוצאות שליליות, ובניית קשרים בין סיבה ותוצאה. לפיכך במשחקים מסוג זה יש פוטנציאל לכך שהלומד יהיה פעיל, ישקיע מרץ ומחשבה בפתרון הבעיות המוצבות בפניו, ויתאמץ לגלות דרכי פתרון ואסטרטגיות חשיבה כדי לנצח, אך לא תמיד זה קורה. אל מול הפוטנציאל הגלום בשילוב סימולציות ומשחקי מחשב בהוראה, חשוב לבחון גם את החסרונות האפשריים. משחקים מתמטיים רבים לא מתייחסים במפורש למושגים מתמטיים מהותיים, כמו חוקים, אסטרטגיות ועוד, ובכך מצליחים לקדם מוטיבציה ללמידה בלבד (Mor, Winters, Cerulli & Björk, 2006). מפתחי המשחק מניחים שדרך המשחק ילדים יאמצו חוקים, ידברו על אסטרטגיות לפתרון ויעסקו במושגים מתמטיים, אך בפועל הילד המשחק לא תמיד יהיה מסוגל להגיע בכוחות עצמו לרמות ההפשטה להן מצפים מפתחי המשחק או המורים (Mariotti, 2000).



כ"קביים", ואז לנסות להשתחרר מתמיכת הקביים ולבדוק את תפקוד התלמידים.

המתמטיקה של חיי היום-יום הונגשה לתלמידים באמצעות משחק מחשב "הגלידרייה" ויחידות תוכן שמלוות אותו, אשר פותחו על-ידי עמותת סנונית לקידום החינוך המתקשב. המשחק בנוי כך שהתלמיד נכנס לנעליה של דמות וירטואלית, ונדרש לקבל את הזמנות הלוקחות, להכין אותן, לחשב את עלות ההזמנה, לקבל את הכסף ולתת עודף. את המשחק מלוות יחידות למידה מתוקשבות נוספות, העוסקות במעברים בין הייצוג של הכסף לייצוג של הסמל המתמטי העשרוני, ובתרגול ממוקד של שלב החזרת העודף. משאב נוסף שהיה קיים בסביבה לעזרת התלמידים היו המטבעות והשטרות המוחשיים. הם נמצאו שם גלויים כעזרה לתלמידים בחישוב או כהדגמה למורה בכל שלב של ההוראה.

אופני הלמידה השתנו במהלך השיעור עצמו ובין השיעורים, מלמידה בזוגות מול מחשב, דיונים בקבוצה, או בחינת תפקוד באופן אינדיבידואלי. משקל רב בעיצוב הסביבה ניתן ללמידה בקבוצה, מתוך הנחה שזוהי מסגרת המאפשרת להתבונן בתהליכי חשיבה ולמידה של תלמידים בעת לימוד נושא, ותוך כדי כך לזהות את התרומה של הפרטים, את "נדידת" הרעיונות בין המשתתפים בשיח, את ההפריה ההדדית, ואת השפעתה על החשיבה וההבנה של החומר הנלמד.

תיווך המורה תוכנן כאוסף של פעולות דידקטיות, כגון: מתן לגיטימציה לדרכים רבות לפתרון, כולל "המצאת" דרכים חדשות על-ידי התלמידים, קיום שיח על העדפות בבחירת הדרכים לפתרון, והעברת האחריות ללמידה אל התלמידים על-ידי דרישה להסברים על הדרך הנבחרת והפגנת יכולת לבדיקה עצמית.

מהלך השיעורים

המחקר התקיים בקבוצות קטנות של עד ארבעה תלמידים (סה"כ 23 תלמידים), במשך שמונה שיעורים במהלך יום הלימודים, בשעות רוחב בית-ספריות, ובמסגרת שעות המתמטיקה. למחקר הוכשרה מורה מומחית למתמטיקה על-ידי החוקרת. זמן ניכר מהשיעור הוקדש לעבודת תלמידים עם הכסף

לתלמידים, כגון: שילוב של כלים טכנולוגיים ויזואליים עם תיווך מורה, ששם כמטרה לשפר את ההבנה המתמטית (ברוזה, ובן-דוד קוליקנט, 2009), תלמידים אלה מתקדמים ומשכללים את הביצועים שלהם. במחקר זה נרצה להרחיב את נקודת המבט ולבחון מה מאפיין את השינוי שיתרחש, האם הוא נעשה בעזרת גורמים חיצוניים (תיווך מורה) או בעזרת גורמים פנימיים (אימוץ של פיגומים מהסביבה באופן עצמאי)?

קונטקסט המחקר

הרציונל לעיצוב הסביבה

עיצוב הסביבה נעשה בכמה רמות: עיצוב תהליך הלמידה מקונקרטריות להפשטה, בחירת הכלים המתווכים (למשל, משחק המחשב) ואופן ומידת השימוש בהם, עיצוב של אינטראקציות למידה מגוונות (למשל, יחידים בזוגות ובקבוצה), ועיצוב דרכי התיווך של המורה בסביבה הלימודית.

ההוראה בסביבה עסקה בחיבור וחיסור בשברים עשרוניים. היא התרחשה לפני ההוראה הפורמלית בכיתת האם, זאת בכדי לאפשר לתלמידים חופש פעולה בבניית האסטרטגיות, ולמנוע מהם קיבעון לדרכים מקובלות בכיתה. מסגרת ההוראה בסביבה נבנתה על שישה שלבי פעולה דידקטיים, המדגישים מעבר עדין מהסביבה המציאותית של חיי היומיום, לתרגיל הפורמלי, נטול ההקשר. לדוגמה, בשיעורים הראשונים הכסף היה הייצוג היחיד והמרכזי, השיום של הסכומים היה באופן מילולי ובמספרים, ללא ייצוג של תרגיל. בהמשך, היה מעבר לייצוג פעולת חישוב המחיר והעודף בתרגיל, אך ההצגה של המספרים העשרוניים כללה עשירות בלבד, כאשר בספרת המאות הופיע 0 (5.20), כתיבה הקרובה יותר לשפת הדיבור על כסף (חמש ועשרים אגורות). בשלבים מאוחרים יותר של ההוראה, נעשתה "מתחה" של השלב הפורמלי: מעבר לחישובי עודף אותנטיים לתרגילים כגון 2.40-27, מעבר לאגורות בודדות (2.99), או ייצוג מצומצם של הספרות (למשל, 3.5 ולא 3.50). הקו המנחה בהוראה היה שבכל מעבר משלב לשלב יש לחזור ולהשתמש באמצעים המוחשיים של הכסף



בקבוצה, והקשיים הכרוכים בבניית האסטרטגיות ובמעברים מהמוחשי למופשט, הוחלט להשתמש בשלב הניתוח של הסבב השני במתודולוגיה של סיפורי מקרה. סיפור מקרה מאפשר לראות את תהליך הלמידה עם כל המורכבות שלו, בסביבה הטבעית, ויחד עם זאת להקיף את כל השחקנים הקשורים לתהליך עצמו.

במאמר זה בחרנו להתמקד בתלמיד אחד, רון, כדוגמה למקרה מצליח. תשעה תלמידים מתוך הסבב העיקרי עברו תהליך משמעותי. רון היה אחד התלמידים המתקשים ביותר בקבוצה, שהצליח לעשות שינוי משמעותי בחשיבה ובהתנהגות שלו. סיפור מקרה מצליח (Brinkerhoff, 2005), מתאים במצבים של תכניות התערבות, מכיוון שהוא מאפשר לבחון לעומק את התנאים להצלחה בהשוואה למקרים שלא הצליחו. דרך הסיפור של רון נוכל ללמוד על הפוטנציאל של תכנית מסוג זה לגבי התערבויות נוספות בעתיד.

איסוף הנתונים

כדי להבין את השינוי של רון בסביבה מורכבת ומאתגרת ובהקשרים רבים, עשינו שימוש במגוון רחב של כלי המחקר. הכלי המרכזי היה צילום וידאו, ותמלול של שמונה שיעורים בקבוצה של רון (45 דקות כל שיעור), יחד עם צילום מסכי המחשב והמבעים של רון וכן הזוג שעבד עמו מול המחשב (כ- 60 דקות). כלים נוספים כללו: ריאיון ראשוני עם רון על-ידי החוקרת לפני המחקר אשר התמקד בחישובים בעל-פה במטרה לאפיין קשיים, תצפית בכיתת האם של רון, מיפוי המאפיינים הקוגניטיביים וההתנהגותיים (על בסיס הקריטריונים מתוך הספרות) של רון על-ידי המורה שמלמדת מתמטיקה בכיתה, לפני המחקר ואחריו לצורך בחינת שינויים אם התרחשו, דפי עבודה שרון פתר במהלך העבודה בקבוצה, ודוחות תצפית של החוקרת משיעורי המחקר.

ניתוח הנתונים

ניתוח השיעורים מתוך צילומי הוידאו התמקד בבחינת המשאבים שרון השתמש באינטראקציה, ההצדקות שרון נתן לביצועים שלו, האסטרטגיות שהפעיל, ניתוח הטעויות שלו והאופן שבו הוא נחלץ מהן, ההמשכיות

המוחשי, בסיטואציות קנייה ומכירה הלכה למעשה ומול מחשב, וזאת על מנת לעודד למידה פעילה וקבלת החלטות. כאשר התלמידים עבדו מול המחשב, המורה נמצאה תמיד ברקע, מתבוננת בקשיים ובדרכים החדשות שתלמידים מאמצים, ובמידת הצורך מתערבת. התערבות המורה התמקדה: במתן לגיטימציה לריבוי דרכי פתרון, הצעת עזרה בכיוון החשיבה, עידוד התלמיד למציאת הדרך שנחה לו בפתרון הבעיה, פירוק בעיה לבעיות קטנות יותר, שאילת שאלות המכוונות לשחזור דרך הפתרון וגילוי מקור הטעות בחישוב, עידוד הקשבה ודיון עם עמיתים. מדובר אם כן בהתערבות שהיא מעבר למתן אישור על נכונות או אי-נכונות של תשובה. הדיון במליאה הוקדש לליבון קשיים ופריצות דרך אותם חוו התלמידים בסיטואציה, לפיתוח אסטרטגיות לפתרון הקשיים, ומיצוי התובנות שהושגו בסיטואציות המשחקיות והלא משחקיות.

שאלות המחקר היו:

1. באיזה אופן תלמידים בונים ידע חדש בסביבה?
2. מהי ההתפתחות שקרתה בלמידה לאורך תקופת המחקר, אם בכלל?

מתודולוגיה

שיטת המחקר התבססה על המתודולוגיה של מחקר העיצוב במדעי הלמידה (design-based research), אשר בדרך כלל ממוקדים במכלול היחסים בין הלומד, הסביבה וסוג הפעילות (Brown, 1992). מטרת המחקר היתה להבין את המהות ואת התנאים שמביאים ללמידה בהקשר בו היא מתרחשת, באינטראקציה מתמדת של הלומד עם הסביבה ועם הפעילות. בניגוד למחקר המבוסס על ניסויים מבוקרים הנעשים במעבדות, מחקר עיצוב מהווה מסגרת מתודולוגית הלוקחת בחשבון את המורכבות של המערכת המעורבת במחקר, ואת ריבוי המשתנים המופיעים, אשר חלקם ידועים וחלקם מתגלים במהלך המחקר.

המחקר נעשה בשני סבבי התערבות (12 תלמידים בסבב הראשון ו- 11 תלמידים בסבב השני). בשל המורכבות של תהליך הלמידה בסביבה, ההטרוגניות של התלמידים



אחר הבניות (Construct) מכיוון שזוהי עדות לשינוי בהתנהגות ואינדיקציה לכך שהתרחשה למידה. כלים נוספים כמו הריאיונות מתחילת המחקר, והדיווח של המורה (לפני ואחרי המחקר) שימשו לצורך הצלבת נתונים, הסבר או פרשנות של הממצאים שעלו מהניתוח, ובכך סייעו ביצירת תמונה שלמה יותר של התפקוד של רון לפני ואחרי המחקר.

ממצאים

הסיפור של רון

רון תלמיד חלש מאוד הלומד בכיתה הטרורגנית. מתצפית שנערכה בכיתה האם ומדיווחי המורה עלה, כי רון כלל אינו מעורב בנעשה בשיעור המתמטיקה בכיתה. בתצפית נמצא כי רוב השיח בכיתה האם מאופיין כשיח של "פינג פונג", שאלה של המורה מובילה לתשובה קצרה של תלמיד, ומשוב של מורה. אין מספיק זמן לחשיבה, מעט תלמידים משתתפים, והמורה מנסה לערב תלמידים שאינם משתתפים על-ידי פנייה ישירה אליהם, גם אם הם לא הצביעו. רון נראה חסר מוטיבציה, פאסיבי ועסוק כל הזמן בהתרחשויות סביבו.

המורה דיווחה שרון חסר שליטה בסיסית במספרים, מתקשה ביכולת להסביר מהלכים שהוא מבצע, וחסר ידע אסטרטגי שבא לידי ביטוי על-ידי שימוש נכון חלקית באסטרטגיות. בריאיון לפני תחילת ההתערבות, עלו קשיי החישוב של רון. הוא נעזר באצבעות לצורך חישוב בראש של תרגילים מאוד פשוטים כגון: 8-11 או 7-31. הוא התקשה בפתרון תרגילים בהם יש צורך לבצע פריטה של עשרת, כמו: 28-50 או 18-100, אך הצליח בתרגילי חיבור גם אם תחום המספרים היה גבוה יותר, כמו למשל: 10+95 או 10+395.

שיעורים 1 - 4:

דפוסים קוגניטיביים והתנהגותיים של רון בראשית ההוראה בארבעת השיעורים הראשונים רון נראה שקט יחסית, מתבונן מהצד, מעדיף להיות פחות מעורב בקבוצה. כנראה שהמשימות עם הכסף המוחשי אתגרו אותו, כיוון שבסיטואציות אלו הוא נראה פעיל יותר. כאשר המורה

והיציבות בשימוש באסטרטגיות, ואופי השינוי שחל בדפוסי החשיבה וההתנהגות שלו.

השיעורים שהוקלטו בוידאו תומללו במלואם. תמלילי השיעורים קודדו פעמיים על-ידי שתי חוקרות. בשלב הראשון חולקו התמלילים לאפיזודות שהגדירו את יחידות הניתוח. כל אפיזודה נפתחה במשימה חדשה שהציבה המורה, ונבחנו ההיבטים הבאים: (א) מי השתתף באפיזודה (ב) הכלים שהיו מעורבים (ג) פיסות הידע שבאו לידי ביטוי (ד) קשיים שעלו, האם נפתרו ואם נפתרו כיצד? ועל-ידי מי? הכותרת של כל אחת מן האפיזודות נקבעה בהתאם לתכנית. הכותרות נועדו לבטא את הדינאמיקה בבניית הידע אצל רון, המאופיינת בהתקדמות ונסיגה לסירוגין. האפיזודה נסגרה עם פתרון המשימה שהוצבה. סה"כ נותחו 35 אפיזודות שבהן רון השתתף, זמן נטו של כ-400 דקות.

בשלב השני וכדי להבין לעומק תהליכים של הבניית ידע בסביבה, נעזרנו במודל לניתוח פעולות אפיסטמיות, שפותח על-ידי Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus (2001) המכונה RBC. כלי זה מאפשר זיהוי וקידוד של פעולות אפיסטמיות המרכיבות תהליכים של הבניית ידע, כגון: זיהוי (Recognizing) בנייה עם (Building with), והבנייה (Construction). לשיטתם, R משמעו זיהוי "בנייה עם" (Building with) - פעולה שמתבססת על מבני ידע שזוהו כדי להשיג מטרה מקומית, כגון, שימוש באסטרטגיה לפתרון בעיה, הצדקת טענה וכו'.

C משמעו הבנייה (Construction), זו פעולה המתרחשת כאשר הלומד מחבר מבני ידע קיימים שהוא מזהה כרלוונטיים, ויוצר מבנה ידע חדש.

התמלילים הרלוונטיים קודדו פעם נוספת על-פי מודל זה, כאשר קודם כל נעשה חיפוש אחר עדויות בתוך האפיזודות למבנה ידע חדש (Construct) אצל רון, כמו למשל, אסטרטגיה חדשה שהפציעה, ורק לאחר מכן, נעשתה סקירה אחורנית להיסטוריה רלוונטית ולשימושים קודמים בסביבה, אם היו, וזאת בכדי לבחון כיצד התרחשה הבנייה של הידע החדש ומה סייע לה להתגבש, החל מרגע הזיהוי. החיפוש הראשוני היה



פורמלית. רון מספק הסבר בלתי פורמאלי כשהוא משתמש במונחים של הכסף (אגורות), הסבר שהיה לגיטימי עד כה בקבוצה. המורה זונחת לרגע את הכתיבה ומחליטה ללכת בדרך שלו, אולי כדי להתחיל מנקודת מוצא משותפת. רון מתחיל לתאר את דרך החיסור כשהוא מחסר את השלמים (מבע 1), מתעלם מבקשה נוספת של המורה לכתיבה פורמלית, ועובר לשימוש בפעולת החיבור לצורך השלמה של האגורות כלפי מעלה. ניתן להניח שהוא עובר לפעול בדרך של חיבור מכיוון שכפי שראינו בריאיון המקדים, חיסור עם פריטה קשה לו יותר לחשב מאשר חיבור, בחיבור הוא מרגיש נוח יותר. במבע 9, רון מתאים את עצמו לדרישה של המורה לרשום באופן פורמלי, אך אז היא זו שמחזירה אותו לשפת הקונטקסט (מבע 14) על-ידי השאלה "מאה מה?".

במבע הבא רון משתמש בידע קודם שנלמד בקבוצה, החוק שבשקל יש מאה אגורות, וממשיך בחישוב:

16. **רון:** עכשיו מחברים את זה ל-7 נקודה שבעים, וזה יוצא שבע נקודה מאה אגורות. ואז שמחברים את זה..

17. **מורה:** רגע רגע, מה עושים עכשיו? אני ממש רושמת את כל התרגילים שאתה אומר לי לרשום. אז תגיד לי מה לרשום.

18. **רון:** ואז זה מאה אגורות זה שקל.

19. **מורה:** עוד פעם?

20. **רון:** רואים שמאה אגורות זה שקל.

21. **מורה:** מאה אגורות זה אחד שקל.

22. **רון:** ואז מחברים את זה לשבע. וזה יוצא..

23. **מורה:** את השקל מחברים לשבע? אז לעשות שבעה שקלים..

24. **רון:** ועוד אחד.

25. **מורה:** ועוד אחד ש, כמה זה יוצא?

26. **רון:** שמונה.

27. **מורה:** שמונה שקלים.

קטע זה ממחיש תהליך של בנייה, עם הכלל שבשקל יש 100 אגורות, וזאת כדי לעבור משבעה שקלים ומאה אגורות לשמונה שקלים. רון משתמש בכלל כעוגן וממציא, כלומר בונה, ייצוג ביניים (7.100) שמהווה פיגום עבורו בהמרה לשלם חדש. הכתיבה שאינה נכונה

הציבה בפניו משימה, או ביקשה לתת הסבר, רון שיתף פעולה והסביר. בסיטואציות בהן עבד עם בן זוג על המחשב, רון נראה אקטיבי יותר, מדבר בחופשיות, אך עדיין במקרים בהם היה חוסר התאמה בין התשובה שלו לתשובה של העמית שלו, רון נכנע, נמנע מקונפליקט, והשאיר את קבלת ההחלטות במהלך המשחק בידי חברו.

שיעור 5:

רון בונה אסטרטגיה בפעם הראשונה

השינוי הראשון הבולט אצל רון היה כאשר המורה הציבה משימה על הלוח, בהשראת משחק הגלידרייה, וביקשה מהתלמידים לחשב את העודף. הסיטואציה היתה כזו: "מחיר הגלידה 7.70 שקלים, הלקוח נתן 20 שקלים. כמה עודף יקבל הלקוח?" המורה ביקשה מכל תלמיד לומר את התשובה. ככל התלמידים, רון ענה כשהתבקש על-ידי המורה ושגה, תשובתו היתה: "שלוש-עשרה שקלים ושלושים אגורות". המורה בחרה לפנות אליו כדי לשמוע את מהלך הפתרון.

1. **רון:** עושים עשרים פחות 7 זה יוצא 13.

2. **מורה:** אוקיי [כותבת]: עשרים.. קודם כל בכלל באופן כללי, מה התרגיל שאתה חושב שצריך לעשות?

3. **רון:** להוסיף שלושים אגורות לשבעים.

4. **מורה:** אוקיי.. אני אלך אתך.

5. **רון:** להוסיף לשבעים אגורות, שלושים אגורות זה יוצא מאה אגורות.

6. **מורה:** לרשום שבעים אגורות ועוד שלושים אגורות?

7. **רון:** מהנהן בראש.

8. **מורה:** אוקיי. אז איך לרשום, תגיד לי ממש איך לרשום.

9. **רון:** שבעים ועוד שלושים.

10. **מורה:** שבעים ועוד שלושים. ככה לרשום?

11. **רון:** כן.

12. **מורה:** כן? אוקיי.

13. **רון:** שווה מאה.

14. **מורה:** כן. מאה מה?

15. **רון:** אגורות.

הדרישה של המורה לרשום את התרגיל היתה חדשה עבור רון בשלב הזה של ההוראה, זו היתה הפעם הראשונה שהמורה ביקשה זאת, בניסיון לעבור לשפה



- משותף בשברים. במקום לעשות שישה שקלים, אני עושה שש מאות אגורות ועוד ארבעים.
64. **מורה:** אהה.. אתה עכשיו הולך למשהו אחר לגמרי. אתה אומר אני במקום שישה שקלים וארבעים אגורות, אני הופך את זה לשש מאות וארבעים אגורות.
65. **רון:** כן. ואז אני מחסר את השש מאות ארבעים פחות חמישים.
66. **מורה:** שש מאות ארבעים לעשות? פחות חמישים? כך?
67. **רון:** לא במאונך.
- רון לא שיטתי, ולא הופך את 50 השקלים לאגורות, וגם מבלבל שוב בין המחוסר והמחסר. בלבול זה משקף את שבירות הידע של רון. המורה משקפת לו את השינוי באסטרטגיה שהוא נוקט (מבע 64) לאחר ההצלחה במקרה הקודם, אך לא מערערת לו את הביטחון. זה ביטוי לרוח הפלורליזם ושיח על ריבוי הדרכים במתמטיקה שהיא מנסה להנחיל. המספרים הגבוהים בתרגיל מזכירים גם את סוג המספרים שהוא התקשה לחשב בריאיון המקדים. רון מנסה לבנות על ידע קודם ולקשר בין הידע שלו בחיבור וחיסור שברים פשוטים (ידע שנלמד בכיתה האם) לשברים עשרוניים. ייתכן שהיצירתיות שלו, היא שעושה אותו לבעל קשיים, או ההמרה החלקית ואולי הבלבול עם החומר שנלמד בכיתה באותו זמן גרם לו לשגות. המורה משתמשת בטעות של רון כמשאב, שוב כדי להמחיש את ריבוי הדרכים במתמטיקה, ומגייסת את התלמידים לדיון בה.
83. **מורה:** מה אתם אומרים על הדרך של רון? [יריב, בן ושירי מצביעים, המורה פונה לבן].
84. **בן:** לא נכונה.
85. **מורה:** למה לא נכונה?
-
91. **יריב:** כי זה לא יכול לצאת חמש נקודה תשע כי זה חמישים.
- [רון עוזב את העיסוק בכסף ופונה ללוח - מקשיב ליריב].
92. **מורה:** חמישים מה?
93. **יריב:** חמישים שקלים. פחות שישה שקלים

מבחינה מתמטית, נראית לרון לגיטימית, אולי מכיוון שמבחינה חזותית הנקודה אכן מפרידה בין האגורות לשקלים (שקלים בצד שמאל ואגורות בצד ימין). הפיגום שרון בנה לעצמו כדי לעבור מהשפה הקונקרטית לשפה המתמטית הוא בעל ערך רב, מכיוון שהוא ניצל את המשאבים שהיו ברשותו בסביבה כדי לעבור בין הקשרים, משפת הכסף לשפה פורמלית.

בהמשך האפיזודה רון מחסר את שמונת השקלים שקיבל כתוצאה מההוספה של השלושים אגורות, מעשרים, אך הוא מעט מתבלבל מכיוון שהוא הופך בין המחסר למחוסר ("שמונה פחות עשרים"), טעות שחוזרת על עצמה ונעוצה בחוסר תשומת הלב שלו לעיקרון הסדר, מה שמאוד מאפיין תלמידים תת-משיגים במתמטיקה. המורה מפנה אותו לכסף כ"מטה פיגום", והוא מתקן את עצמו ומצליח לחשב את ההפרש, ולתת תשובה סופית נכונה של שנים-עשר שקלים ושלושים אגורות.

אסטרטגיה זו הועלתה בפעם הראשונה על-ידי רון, ולכן היא נתפסת כעדות לבנייה של ידע חדש. ייתכן שבנייה של ידע חדש לא הייתה מתאפשרת אילולא המורה הייתה מאמצת את נקודת המבט שלו ומאפשרת לו לטעות, לשנות אסטרטגיה ולהסביר כל מהלך בדרך.

נקודה נוספת שמעלה האפיזודה היא הקושי של המורה בסיטואציה, באיזו מידה לדרוש פורמליות, ובאיזו מידה לאפשר לתלמיד לדבר בשפה שלו. היא מחליטה "ללכת אתו" אך מכוונת לכתיבה. כתגובה רון לעתים מתעלם ולעתים עושה מה שהיא אומרת. זו סיטואציה שבירה כאשר המורה צריכה תוך כדי אינטראקציה להעדיף את ההתערבויות שלה ולבחור במה להתמקד.

רון נסוג לדפוסים ישנים

רון לא התמיד להשתמש באסטרטגיה שבנה בהמשך השיעור. כאשר המורה הציגה תרגיל פורמלי במספרים יותר גבוהים, 50-6.40, וביקשה מהתלמידים להסביר כיצד פותרים אותו, רון פתר בדרך אחרת, נכונה חלקית, ומאוד יצירתית. המשותף לשתי השיטות היה ההישענות על ההמרה של שקלים לאגורות והשימוש בדימוי של הכסף.

63. **רון:** בשבילי לפתור את זה, זה כמו לעשות מכנה



וארבעים אגורות, זה לא יכול לצאת.
94. מורה: למה? למה זה לא יכול לצאת, תסביר לי או תסביר ל..[מניפה את היד ומכוונת אותה לקבוצה].
95. יריב: כי חמישים זה מספר גדול [רון חוזר לכסף, ופונה לסירוגין ללוח עם הראש, עושה רושם שהוא מקשיב להסבר של יריב].
96. מורה: כן.
97. יריב: החמישים לא יכול לצאת משש נקודה ארבעים, זה לא יכול לצאת.
98. מורה: לא הבנתי. לא הבנתי למה? תסביר לי, תסביר לרון. [רון מצביע לכמה שניות ומוריד את היד].
99. יריב: חמישים הוא מספר דו-ספרתי והוא לא יכול לצאת מספר...
100. רון: הבנתי.
101. מורה: אתה הבנת מה שהוא מנסה להסביר לך?
102. רון: עכשיו חשבתי ש.. עכשיו הבנתי שאמרו... כי חמישים פחות שש אה.. נקודה ארבעים אגורות אי-אפשר כי חמישה שקלים ותשעים אגורות.. כאילו החסרתי חמישים אגורות, אה.. חמישים אגורות.
103. יריב: חמישים שקלים.
104. מורה: לא הבנתי.
105. רון: לא כאילו הפכתי את החמישים ש"ח לחמישים אגורות.
106. מורה: אה... אתה ממש יודע ממש, ממש [בהדגשה] מה מקור הטעות שלך.
 רון מקבל משוב שלילי לגבי הדרך שלו מהעמיתים לקבוצה, אך גם מסר מהמורה שהסביבה תומכת בו ובוחנת יחד אתו את הדרך. הטיפול בטעות כפי שהוצג באפיזודה זו, היא דרך למידה שהמורה מנסה להנחיל בקבוצה. בהיגד 98 המורה מעודדת את יריב להסביר ישירות לרון, כדי לרמוז לרון שההסבר של יריב יכול להיות שימושי עבורו (מטה פיגום). היא גם משתמשת ארבע פעמים בשאלות הבהרה, שמטרתן להרחיב את ההסבר של יריב שמשתמש בשכל ישר ובהיגיון, ואשר יכולות לסייע לרון ולשאר חברי הקבוצה להבין טוב יותר (מבעים 94, 98, 101, 104). בהזדמנות לרפלקציה שניתנה לרון עם הכסף המוחשי, ובסיוע ההסבר של יריב, רון מבין את מקור הטעות שלו (בהתייחסות לחמישים שקלים כאל

אגורות) ולכן מצליח גם להסביר אותה (מבע 105). הוא זוכה להתפעלות של המורה על כך שהבין את הטעות שלו כתוצאה מדיון עם עמית בקבוצה (מבע 106). לאחר שרון המליל את תובנותיו כאשר הוא משתמש כל הזמן בכסף המספק לו עוגן בהסברים שלו. זה צעד חשוב בדרך לשינוי, מנטייה של תלמיד מתקשה להישען על סמכות חיצונית, ולחכות למשוב חיובי או שלילי של המורה, להתנהגות בוגרת אקטיבית ואחראית בקבוצת עמיתים. בהמשך הדיון בקבוצה שירי מביעה את דעתה על הדרך של רון ומציעה דרך חלופית:
163. שירי: לדעתי הדרך של רון מסובכת אבל התוצאה נכונה.
164. מורה: לדעתך הדרך של רון מסובכת והתוצאה נכונה. אז יש לך דרך יותר קלה?
165. שירי: כן. עושים חמישים פחות שש. [המורה כותבת על הלוח] זה יוצא ארבעים וארבע.
166. שירי: ואז פחות ארבעים.
167. מורה: מי פחות ארבעים? מי?
168. שירי: מהארבעים וארבע.
169. מורה: אה! מהארבעים וארבע, לא כי אני לא מבינה. איך לרשום ארבעים אגורות?
170. שירי: אפס נקודה ארבעים [יריב עונה יחד אתה]. שזה יוצא ארבעים ושלוש נקודה שישים.
 השיח מדגיש שוב את הפלורליזם של הדרכים המתמטיות שמאפשרת המורה. שירי מבקשת להציג אלטרנטיבה קלה יותר, והמורה מנצלת את האמירה של שירי כדי להעביר מסר של פלורליזם, לעודד עוד ילד להציג דרך, וליצר הזדמנות לדיון ולהתנסות בפרקטיקות של טיעון.

שיעור 6:

קושי במעבר לחישוב בכתב

שיעור זה הוקדש כולו לעבודה בזוגות על המחשב, באמצעות משחק ויחידות תוכן מלוות מתוקשבות, ולבחינה של המעבר מפתרון תרגילים בעל-פה לכתב. התרגילים במטלה היו דומים לתרגילים שהתלמידים פתרו קודם לכן בזוגות על המחשב, ורון לא הצליח בכלום. חשוב לציין שגם בעבודה על המחשב רון לא הצליח לפתור את כל התרגילים בעצמו ונעזר רבות בעמית שלו.



חישוב במאונך. הוא מחשב נכון את חיבור השלמים אך לא מחסר את החלק השברי, אלא מוסיף אותו, טעות נפוצה בקבוצה. שירי חולקת עליו וביוזמתה מסבירה את הדרך שלה.

17. **שירי:** לדעתי לא.

18. **מורה:** רגע רגע. זו הדרך של רון. [יריב ושירי מצביעים].

19. **מורה:** אוקיי. אני שמעתי לא, אז בואו נשמע, שירי.

20. **שירי:** אני עשיתי אותו הדבר, עשרים פחות ארבע.

21. **מורה:** כן..

22. [רון מקשיב בקשב רב לשירי].

23. **מורה:** איך פתרת, גם במאונך?

24. **שירי:** לא.

25. **מורה:** לא במאונך. עשרים פחות ארבע את יודעת שזה שש-עשרה.

26. **שירי:** עכשיו זה אמור לצאת שש-עשרה נקודה שמונים, אבל צריך להוריד את השמונים מהשש-עשרה, אז זה יוצא חמש עשרה נקודה עשרים.

המורה מכבדת את רון ונותנת מקום לדרך שלו, יחד עם זאת היא מאפשרת לשירי להציע דרך נגדית. רון קשוב מאוד לשירי אשר חוזרת על אותה דרך שהציגה בשיעור 5, ובמבע 25 היא מבינה את הטעות שלו ומסבירה איפה שגה. בהמשך השיעור, עמית נוסף בקבוצה מציע דרך דומה לדרך של שירי ומגיע לאותה תשובה. בהינתן שתי תשובות, המורה נוהגת להשתמש בריבוי הפתרונות בכדי לנצל את הסיטואציה לדיון באופציה של הבדיקה, וכעת היא מבקשת להכריע מי צודק: "אוקיי. אז איך אנחנו יכולים לראות איזו תשובה נכונה? כי יש לנו בעצם שתי תשובות שאומרות חמש-עשרה ועשרים, ותשובה אחת שאומרת שש-עשרה ושמונים?". שירי מציעה לבדוק על-ידי תרגיל חיבור, ומגיעה למסקנה שהדרך שלה נכונה. רון מחליט לאמץ את הדרך של שירי ומצליח להשתמש בה בהקשר קרוב אבל חדש, בתרגיל 27-4.80.

70. **רון:** עושים עשרים ושבע פחות ארבע.

71. **מורה:** אוקיי. עשרים ושבע פחות ארבע.

72. **רון:** שווה ל... עשרים ושלוש.

[המורה כותבת תוך כדי חזרה על המספרים שרון אומר].

73. **מורה:** עשרים ושלוש.

בחישובים בכתב, רון נסוג לטעויות ישנות והרגישות הרבה להקשר צפה, למשל, בתרגילים כמו 20-1.30, 50-25.20 או 50-22.30 רון השלים נכון את האגורות לשלם ואחר כך את השלמים, מבלי להפחית שקל, כפי שביצע קודם לכן בעל-פה ולכן שגה. הקושי של רון משקף את השבירות של הידע, והאסטרטגיה שכנראה עדיין לא היתה מספיק מבוססת בכדי ליישם אותה בהקשרים חדשים. הסבר נוסף יכול להיות שבסיטואציה שבה המורה אינה נוכחת רון לא חישב ופעל באופן טכני או אימפולסיבי ולכן שגה.

שיעור 7:

רון מבסס את האסטרטגיה שלו בעל-פה

בעקבות קשיים שאספה המורה בשיעור הקודם, כמו למשל, חיבור מספר דו-ספרתי ממספר דו-ספרתי, היא החליטה שבשיעור זה יש צורך לבסס קודם כל את האסטרטגיות עם מחסר חד-ספרתי. המורה כתבה על הלוח את הסיטואציה הבאה תוך כדי הקראה.

7. מורה: מסכה עולה 4.80, נתתי שטר של 20 ₪ כמה עודף [אקבל]?

8. מי רוצה להגיד לי מה עושים? [רון מצביע ראשון, יריב חושב ומצביע גם כן].

9. מה עושים? [יריב מוריד את היד] כן? [פונה לרון].

10. **רון:** עושים עשרים פחות ארבע נקודה שמונים.

11. **מורה:** אוקיי. [מקריאה וכותבת על הלוח את התרגיל] עשרים פחות ארבע נקודה שמונים.

12. כן?

13. **רון:** ואז עושים... אה... עושים פשוט עשרים פחות ארבע.. במאונך.

14. **מורה:** אוקיי. במאונך. עשרים פחות ארבע במאונך.

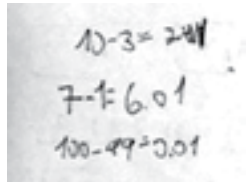
15. **רון:** אי-אפשר לעשות אפס פחות 4 אז הולכים לשתיים לוקחים עשרת זה יוצא אחד. עשר פחות ארבע זה יוצא שש ואז אחד פחות אפס זה אחד, אז שש-עשרה נקודה שמונים.

16. **מורה:** ואז שש-עשרה נקודה שמונים.

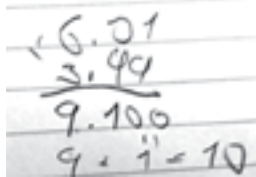
רון בונה אסטרטגיה חדשה. הוא מתנתק מההקשר של הכסף ומציע תרגיל פורמלי. כדי להתקדם בחישוב התרגיל לאור בקשת המורה (מבע 12) הוא מנסה לגייס ידע מוכר מההיסטוריה המתמטית שלו - פרודורה של



איור 2: רון מתעד את מהלך החישוב שלו



איור 3: הבדיקה של רון בכתב



הדרישה לתיעוד הדרך בכתב באה מבר, עמית בקבוצה, שביקש לכתוב את הדרך ובעקבות זאת המורה ביקשה מרון להתנסות בכך גם כן. אפשר לראות שכאשר רון נאלץ לכתוב את הדרך שלו הוא משתמש בפיגומים ששיעורו לחשב באופן מנטאלי. ההורדה של השקל ופריטה שלו למאה אגורות, ממשיכה להיות לו לעוגן, והנוכחות של הכסף מורגשת. בנוסף לכך, רון מתמיד בחיסור גם עם השקלים וגם עם האגורות לאורך כל הדרך, מה שיכול להעיד על ביטחון רב יותר בתרגילים מסוג זה. יתרה מכך, רון יוזם בדיקה עצמית בפעם הראשונה, התנהגות מתמטית שהמורה ניסתה להנחיל בקבוצה ורון מאמץ אותה. במהלך הבדיקה (איור 3) רון משתמש שוב בפיגום שנבנה בשיעור החמישי (9.100) בבניית האסטרטגיה, וממיר את האגורות לשקל (בכיוון ההפוך ממה שעשה עד כה).

מאפיינים התנהגותיים של רון לפני ואחרי הלמידה

בסביבה

במהלך ההערכה המסכמת שנערכה בכתב, רון לא השתמש בכלים שהיו ברשותו (למשל, האסטרטגיות שבנה וכלי הבדיקה העצמית) ולא הצליח במבדק. יחד עם זאת המורה שמלמדת מתמטיקה בכיתה דיווחה, כי רון היחיד בקבוצה שהצליח לעשות שינוי בכל המאפיינים המופיעים בספרות, והמאפיינים תלמידים מתקשים, כפי שניתן לראות בטבלה הבאה.

74. **רון:** ואז שמונים ועוד עשרים זה שקל.
 75. **מורה:** אוקיי. שמונים ועוד עשרים. איזה עשרים?
 76. **רון:** אגורות.
 77. **מורה:** אה, אגורות אוקיי. שווה שקל. כן?
 78. **רון:** מורידים את העשרים ושלוש מהשקל ויוצא עשרים ושתיים.
 79. **מורה:** אוקיי, עשרים ושלוש פחות שקל שווה עשרים ושתיים.
 80. **רון:** ומוסיפים את העשרים אגורות.
 81. **מורה:** מה שאני רואה..
 82. **שירי:** הוא לקח ממני את הדרך.
 83. **מורה:** נכון יפה! בסדר גמור, זה הרעיון אנחנו לומדים פה אחד מהשני. אז יוצא לך עשרים ושתיים ועשרים אגורות. האם אתם מסכימים עם מה שעשה רון?
 84. **שירי:** כן.
- מכיוון שהתרגיל הוצג על-ידי המורה כתרגיל פורמלי ללא קונטקסט, רון עונה תוך שימוש בשפה סימבולית בלבד, מספרים. בניגוד לשירי שהשתמשה בשפה פורמלית בהסבר שלה (מבעים 20 ו-26 באפיזודה הקודמת), רון חוזר לפיגום שלו, ההשלמה של האגורות לשקל (מבע 74) במהלך ההסבר, ומשתמש בו עד הסוף. סימן זה מעיד על כך שהכסף נעוץ אצלו בזיכרון והוא שולף אותו כאשר הוא זקוק לו במהלך החישוב בעל-פה. החיסור של השקל במבע 78 (גם אם ביצע היפוך נוסף בין המחסר למחוסר) מעיד על כך שרון מבין שהפריטה לאגורות הולכת בד בבד עם הפחתה של שקל, ובמובן הזה הוא אף מרחיב את ההסבר של שירי ומספק משמעות לפרוצדורה. שירי מזהה את הדמיון לדרך שלה (מבע 82), והמורה מחזקת בנייה של ידע חדש על פיגומים של עמיתים כחלק מתהליך הלמידה (מבע 83).

שיעור 8:

רון מוצא ייצוג בכתב לדרך החישוב שלו ובודק את עצמו לאור הלחץ של המורה במעבר לתיעוד מהלך החישוב בכתב, רון מתגבר על הקושי שלו משיעור 6 ומנסה לכתוב את דרך החישוב שלו בתרגיל 10-3.99 בכוחות עצמו, כפי שניתן לראות באיור 2:



טבלה 1:

דיווח מורים על מאפיינים של תלמידי הקבוצה לפני ואחרי המחקר

	העדר חוש למספרים		העדר גמישות באסטרטגיות		בעיות זיכרון (משיעור לשיעור)		קושי במתן הסברים		פאסיביות		המנעות מהשתתפות בשיעורים		אימפולסיביות		חוסר מוטיבציה		קושי בהכללה		
	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	לפני	אחרי	
בן	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
שירי	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
רון	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
יריב	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

ניכר קושי ■ ניכר במידה מסוימת ■ חל שיפור ■ לא דווח □

השינוי בתלמידים שהשתתפו בקבוצת הניסוי בא לידי ביטוי: בפיתוח חוש למספרים, גמישות באסטרטגיות, מתן הסברים, התעוררות מפאסיביות, בקרה, מוטיבציה, ואף שיפור היכולת במציאת חוקיות וכללים. ממצא זה מחזק את שאר הממצאים בנוגע לטרנספורמציה בהתנהגות של רון לאורך שיעורי המחקר, ובאופן שבו הוא הצליח להגיע להפשטה.

הקשר, חל שיפור ביכולת ההסבר שלו. רון השתמש בפיגומים של עמיתים לקבוצה, כדי לשכלל את הדרך שלו עד לכדי יכולת שימוש עצמאי באסטרטגיה במטלת כתיבה, וגם שימוש באופן עצמאי בבדיקה כאמצעי בקרה לתשובות שלו.

רון בנה ידע חדש על-ידי שימוש בפיגומים שנמצאו בסביבה, כדוגמת מודל הכסף (1 ₪ = 100 אגורות) והחוקים שלו, ובנה ייצוגים יותר אבסטרקטיים אך עדיין בלתי פורמליים, כדוגמת 7.100. למרות שהייצוגים שלו לא מקובלים כייצוגים פורמליים, הם עזרו לו לבצע חישובים מדויקים, ולהשתמש באסטרטגיית חיסור למספרים עשרוניים, להשתתף בשיח מתמטי, ולאמץ התנהגות מתמטית בוגרת, כדוגמת הבדיקה העצמית. ההקשר של הכסף והסיטואציה מחיי היום-יום שהוכנסו לכיתה באמצעות משחק המחשב, סייעו לרון להתחבר לידע האינטואיטיבי שלו ולשכל הישר. הכסף והתרגיל היו מזוהים אצל רון כישות אחת, גם כאשר תרגיל הוצג ללא הקשר, רון שלף את המודל מהזיכרון והשתמש

דיון ומסקנות

האם התרחשה למידה אצל רון?

בבואנו להתבונן בתהליך למידה יש לקחת בחשבון את המסגרת התאורטית בה פועל המחקר. במסגרת זו הגדרנו למידה כשינוי התנהגותי, או שינוי בדפוסי החשיבה, שיבוא לידי ביטוי ביכולת לנמק ולהסביר תהליכים באמצעות התובנות שנבנו בסביבה. הקריטריונים לזיהוי טרנספורמציה היו פיסות הידע החדש שנוצרו (Hershkowitz et al, 2001).

עד שיעור 6, אפשר היה לזהות אצל רון, חוסר שליטה בחישובים, בלבול בין מחסר למחוסר, ויתור לעמית שלו והימנעות מקונפליקט, חוסר יציבות באסטרטגיה, ורגישות רבה להקשר שבא לידי ביטוי בקושי של רון להשתמש באסטרטגיה שבנה בהקשרים חדשים, כמו כתיבה, או במהלך משחק המחשב. משיעור 7 והלאה ראינו עדויות לשינוי כפי שדיווחה המורה מכיתת האם. בין השאר, רון הצליח לקשר בין השפה הפורמלית לשפת



בקול רם על המהלכים שלהם, וזאת גם הזדמנות לתקן טעות. בנוסף יש לפתח מיומנויות של הקשבה לאחר, על-ידי בקשת משוב מעמיתים, כדוגמת הבקשה של המורה להסכמה או אי-הסכמה.

השינוי ביכולת ההסבר אצל רון מחזק את הטענה שהוראה מסוג זה מסייעת לתלמידים להתגבר על הקשיים של חשיבה סטריאוטיפית וכבילות למוחשי, לפתח גמישות מחשבתית, ולהגיע לרמת חשיבה על משמעות, וליכולת הבנה והפשטה. המקרה של רון מראה יכולת היתכנות של למידה משמעותית, השתתפות בשיח על משמעות, וקידום בבנייה וביצירה של ידע חדש משמעותי, שאינו נשען רק על תרגול ושינון. זאת בניגוד לאמונות של מורים המאמינים שתלמידים תת-משיגים אינם מסוגלים להתמודד עם משימות הדורשות חשיבה והבנה, והדרך היעילה ביותר לקידום ביצועים מתמטיים של תלמידים אלה, היא שינון ותרגול מרובים, בכדי להגיע לשליטה באלגוריתמים המתמטיים (Anderson, Reder & Simon, 2000).

מכיוון שתהליכי למידה בקרב תלמידים תת-משיגים דורשים זמן רב, המקרה של רון מראה כיוון של שינוי הדורש זמן רב, התמדה ואמונה ביכולות של כיוון של תהליכי הלמידה ארוכי הטווח בקרב התלמידים התת-משיגים. ייתכן שהמקרה של רון מראה שיש אפשרות של שינוי ודרושה התמדה ואמונה ביכולות של התלמידים הללו.



בו. השימוש בכסף כעוגן סייע לו להתגבר על קשיים במעברים העדינים בתוך הסביבה. המעבר לאגורות בודדות, או הכתיבה המקוצרת, כאשר הוא כל הזמן ביסס את הידע שלו ושכלל אותו בצורה ספירלית משיעור לשיעור. השימוש בכסף כעוגן יכול להעיד על תהליך שבו הכלי או ההקשר הופך להיות כלי לחשוב אתו.

הסיפור של רון מאיר תהליך מורכב של הבניית ידע אצל תלמידים תת-משיגים, המאופיין בהתקדמות ונסיגה לסירוגין, ושבריריות ביציבות הידע. יחד עם זאת הדרך שרון עבר בתקופת זמן קצרה יחסית (8 שיעורים) משאירה את הרושם שאולי התערבות ארוכה יותר תשיג תוצאות יציבות יותר בטווח הארוך. כדוגמה מייצגת להצלחה, הסיפור של רון מראה פוטנציאל חיובי של הפדגוגיה שממוקדת במשמעות, תיווך של מורה, שימוש בכלים ובפיגומים, והוראה בהקשר רלוונטי לתלמידים תת-משיגים. ראוי לציין כי המחקר לא בדק העברה של ידע לסביבה אחרת, ולכן יש לקחת בחשבון שמדובר בטרנספורמציה מקומית, שקרתה במהלך המחקר ולא מעבר לו.

מאפייני שיח עם תלמידים תת-משיגים ותפקיד

המורה

אחת המטרות בהוראת המתמטיקה היא יצירת שיח המקדם הבנה של המשמעות העומדות מאחורי המושגים והפעולות המתמטיים (Cobb, Stephan, McClain & Graveneijer, 2001), מכאן שמהות הלמידה היא הרחבה או שינוי של דרכי השיח אצל התלמידים ושיפור מיומנותם (Sfard & Lavi, 2005).

הדוגמה של רון משקפת שיח אופייני עם תלמידים תת-משיגים, אשר בדרך כלל כולל תשובות מינימליסטיות, חלקיות, מרומזות ואף לא ברורות. לפיכך על המורה להשקיע אנרגיה רבה בשיקוף חוסר הדיוק, ובביסוס נורמות של שיח ברור ומובן לכל המשתתפים לצורך תקשורת. כדי להרחיב את מיומנויות השיח של התלמידים, וליצר דיון שבו אפשר לבנות ידע על רעיונות שעולים בשיח, על המורה לאפשר פלורליזם של דעות, מסר שלכל אחד יש מקום בשיח, ובמקביל לדרוש מהתלמידים לבסס את הטענות והדרכים שלהם על-ידי דרישה להסבר. ההסבר מסייע ללומדים לבצע רפלקציה



- Graveneijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practice. *The Journal of the Learning Sciences*, vol 10, p. 113-163.
- Geary, D C. (2005). "Role of cognitive theory in the study of learning disability in mathematics." *Journal of Learning Disabilities* 38, 305–307.
 - Gee, J. P. (2007). *Good video games + good learning: Collected essays on video games learning and literacy*. Peterlang Publishing, New York.
 - Goldman, S.R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disabilities Quarterly*, 12, 43-55.
 - Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129.
 - Haylock, D. (1991) *Teaching Mathematics to Low Attainers, 8-12*. London: Paul Chapman Publishing.
 - Hershkowitz, R., Schwarz, B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context. *Epistemic Actions*. *Journal for research in mathematics Education*, Vol.32, no.2
 - Lave, J., & Wenger, E. (1990). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge university press.
 - Mariotti, M.A. (2000). "Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment". *Educational Studies In Mathematics*, 44:25-53.
 - McNeil, N. M., Uttal, D. H., Jarvin, L., & Sternberg, R. J. (2009). Should you show me the money? Concrete objects both hurt and help performance on mathematics

מקורות

- ברודה, א' ובן-דוד קוליקנט, י' (2009). שימוש בסיפור הקשר ככלי הממנף למידה משמעותית בקרב תלמידים תת-משיגים במתמטיקה: השוואה בין מתווך ויזואלי דינאמי ובין מתווך טקסטואלי. כתב עת "דפים" 50, הוצאת מופת.
- לינצ'בסקי, ל' ותובל, ח' (1993). תפקיד המודלים כאמצעי מסייע למתקשים בחשבון: ניתוח מושג השבר. מגמות, ל"ה, 96-109.
- קדרון, ר' (1985). קשיים בלמידת החשבון. תל אביב: אוצר המורה.
- קרסנטי, ר', והרכבי, א' (2003). [אפיוני למידה וחשיבה של תלמידים חלשים במתמטיקה: דו"ח מסכם לשנים 2000 – 2002](#). המחלקה להוראת המדעים, מכון יוצמן למדע.
- Anderson, J.R., Reder, L.M., & Simon, H.A. (2000, Summer). Applications and Misapplications of Cognitive Psychology to Mathematics Education. *Texas Educational Review*.
- Brenner, M. E. (1998). Meaning and money. *Educational Studies in Mathematics*, 36(2), 123-155.
- Brown, A. L. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.
- Brinkerhoff, R. O. (2005). The Success Case Method: A strategic evaluation approach to increasing the value and effect of training. *Advances in Developing Human Resources*, 7(1), 86-101.
- Chazan, D. (2000). Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom. Teachers College Press.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K. &



problems. *Learning and Instruction*, 19(2), 171-184.

- Mor, Y., Winters, N., Cerulli, M., & Björk, S. (2006). Literature review on the use of games in mathematical learning, part I: design. Report of the Learning Patterns for the Design and Deployment of Mathematical Games project.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. New York: Cambridge University Press.
- Passolunghi, M. C. & Siegel S. L. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88, 348–367.
- Pea, R.D. (2004). The social and technological dimensions of scaffolding and related theoretical concepts for learning, education and human activity. *The journal of the learning sciences*, vol. 13 (3), 423-451.
- Sfard, A. & Lavi, I. (2005). Why cannot children see as the same what grownups cannot see as different? – Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23, 237-309.
- Squire, K. (2008). Video game-based learning: An emerging paradigm for instruction. *Performance Improvement Quarterly*, 21, 7-36.
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17(2), 89–100.