



מחקר יישומי

**מוזימטיקה:
למידת שברים פשוטים
באמצעות מקצבים**

—◆—
ד"ר ליבי עזריהו
הפקולטה לחינוך מוזיקלי,
המרכז האקדמי לוינסקי-וינגייט



מוזיקה - למידת שברים פשוטים באמצעות מקצבים

ליבי עזריהו

מאמר זה מציג גישה רב-תחומית המשלבת מוזיקה ומתמטיקה לצורך הוראת שברים פשוטים ופיתוח חשיבה יצירתית בקרב תלמידי כיתה ד'. חלוקת הזמן במוזיקה מיוצגת בין היתר על-ידי ערכי מקצב מוזיקליים פשוטים כגון חצי, רבע ושמינית. ערכים אלה מקבילים באופן מפורש לשברים פשוטים, וכך ניתן להוסיף לדרכי ההוראה של נושא זה ייצוג מוזיקלי חדש, נוסף לייצוגים המקובלים בתוכנית הלימודים. במאמר מודגמות ההקבלות המפורשות בין ערכי מקצב מוזיקליים לשברים חצי, רבע ושמינית, ומוצעות מגוון פעילויות חווייתיות לגיוון דרכי ההוראה בכיתה בבית הספר היסודי.

מילת מפתח: שברים ומקצבים, למידה רב-תחומית, חשיבה יצירתית.

שיעורי המתמטיקה-מוזיקה התמקדו בכתיבת מקצבים מוזיקליים ובניית תבניות מקצב באמצעות מחיאות כפיים והקשה על כלי הקשה. התלמידים חיברו ערכי מקצב יחד כדי ליצור מספר אמיתי (שבר), ויצרו בעיות חיבור וחסור עם ערכי המקצב. תלמידים בקבוצת ההתערבות השיגו ציונים גבוהים במתמטיקה באופן ניכר מאלו של קבוצת הביקורת שלמדו מתמטיקה בשיטות המסורתיות. מאמר זה יסקור דוגמאות ספציפיות המשלבות בין התחומים מתוך תוכנית ההתערבות שהופעלה במחקר (Azaryahu et al., 2020).

שברים פשוטים והקבלתם לערכי מקצב מוזיקליים

למידה רב-תחומית המשלבת מדע, טכנולוגיה, הנדסה, אומנויות ומתמטיקה (STEAM - Science, Technology, Engineering, Art, Mathematics) מאפשרת לתלמידים ללמוד בצורה מגוונת ולשפר את כישורי הלמידה שלהם (Quigley et al., 2017). שילוב התחומים תורם לחדשנות, עבודת צוות, חשיבה יצירתית, מערב את התלמידים ומקדם כישורי פתרון בעיות (Liao, 2016; NAEA, 2016; Root-Bernstein, 2015). הקישור בין המתמטיקה לתחומי חיים אחרים הוא אחד מהמאפיינים הנפוצים בלימודי המתמטיקה של מדינות שתלמידיהן מצליחים במיוחד במבחנים בין-לאומיים (לורבר, 2020). מחקרים עדכניים מצאו שלמידה רב-תחומית המשלבת מתמטיקה ומוזיקה בבית הספר היסודי תורמת להישגי התלמידים במתמטיקה (Azaryahu et al., 2020; Azaryahu et al., 2022; Lovemore et al., 2021; Roldán Roa et al., 2022).

מוזיקה היא אומנות המתרחשת בזמן. חלוקת הזמן במוזיקה מקבילה לשברים פשוטים. כך לדוגמה, במשקל מוזיקלי של ארבעה רבעים, תו שלם שווה לארבע פעימות (הצליל ממלא תיבה מוזיקלית



להלן דוגמאות של הפעילויות מתוך תוכנית ההתערבות "מוזימטיקה":

פעילות מס' 1 שנוסחה במהלך לימוד 'משמעות השבר'

בשיעורים אלה למדו התלמידים לראשונה את משמעות השברים חצי, רבע ושמינית, וייצגו אותם במספרים, בערכי מקצב ובציור. להלן פעילויות לדוגמה:

א. המורה מקרינה על הלוח את המשפט הבא: "אין רע בלי טוב". המורה מדקלמת את המשפט ומלווה את הדקלום בארבע מחיאות כף. המורה מציגה את ערך המקצב המוזיקלי 'רבע' ומראה לילדים כיצד כותבים את מקצב הדקלום (איור 2). הילדים מדקלמים ומוחאים יחד עם המורה "אין רע בלי טוב".

לאחר מכן המורה מוחקת את המילה השנייה ואת המילה הרביעית בדקלום, ומדגימה כיצד יש לדקלם עכשיו: "אין - בלי -". המורה והתלמידים מדקלמים ו'מוחאים' את המשפט, והמחיא נמשכת לשתי פעימות. המורה מציגה את ערך המקצב המוזיקלי 'חצי' ומראה כיצד כותבים אותו (איור 2).

לאחר מכן, המורה מוחקת את המילה השלישית בדקלום ומשאירה רק את המילה הראשונה: "אין ---". המורה והתלמידים מדקלמים ומוחאים את המשפט החדש, והמחיא נמשכת ל-4 פעימות. המורה מציגה את ערך המקצב המוזיקלי 'שלם' ומראה לילדים כיצד כותבים אותו (איור 2).

לבסוף, המורה כותבת שוב את המשפט, אלא הפעם כל מילה תחזור פעמיים: "אין אין רע רע בלי בלי טוב טוב". המורה והתלמידים מדקלמים וטופחים על הירכיים את המקצב (8 טפחות מהירות). המורה מציגה את ערך המקצב המוזיקלי 'שמינית' ומראה לילדים כיצד כותבים אותו (איור 2).

אחת), תו החצי שווה לשתי פעימות (שני צלילי חצי ממלאים תיבה אחת) ותו הרבע שווה לפעימה אחת (ארבעה צלילי רבע ממלאים תיבה אחת). במוזיקה אנו משתמשים בטרמינולוגיה זהה למתמטיקה כאשר מדובר בחלוקת הזמן: שלם, חצי, רבע, שמינית וכדומה. באיור 1 ניתן לראות את ההקבלה בין השברים לערכי המקצב המוזיקליים שלם, חצי, רבע ושמינית.

איור מס' 1:

ייצוג של שברים בערכי מקצב ובמספרים

1	שלם $\bigcirc = 1$							
2	חצי $\text{♩} = \frac{1}{2}$				חצי $\text{♩} = \frac{1}{2}$			
3	רבע $\text{♩} = \frac{1}{4}$		רבע $\text{♩} = \frac{1}{4}$		רבע $\text{♩} = \frac{1}{4}$		רבע $\text{♩} = \frac{1}{4}$	
4	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$	שמינית $\text{♩} = \frac{1}{8}$

תוכנית ההתערבות "מוזימטיקה"

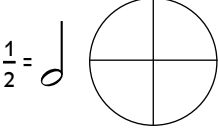
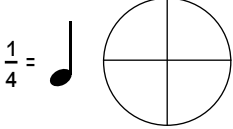
אוסף הפעילויות המתוארות במאמר זה הן פעילויות שנוסחו במסגרת מחקרית (Azaryahu et al., 2020). 55 תלמידי כיתה ד' בני תשע בלי הכשרה מוזיקלית קודמת, הולמדים בשתי כיתות בבית ספר יסודי אחד במרכז הארץ המופעל ומפוקח מטעם משרד החינוך, בעלי רקע סוציו-אקונומי בינוני השתתפו בתוכנית הרבת-תחומית "מוזימטיקה".

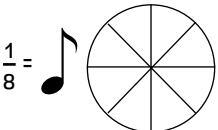
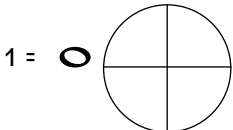
התלמידים למדו פעמיים בשבוע, בסך הכול ב-12 שיעורים משולבים של 40 דקות כל אחד, את נושא השברים לפי מערכת השיעורים הרגילה בבית הספר.

הנושאים שנלמדו היו משמעות השבר, שמות שונים לשבר, שוויון ואי-שוויון בין שברים למיניהם וחיבור וחסור של שברים עם מכנים זהים או מוכלים. השיעורים נלמדו בשיתוף פעולה של מורה למתמטיקה מצוות בית הספר ומורה למוזיקה (החוקרת).



1. צבעו את החלק המתאים לכל שבר ותו:

$\frac{1}{2} =$  $\frac{1}{4} =$ 

$\frac{1}{8} =$  $1 =$ 

ג. תלמידים מוזמנים ללוח לכתוב שבר כראות עיניהם, ולייצג אותו בציור ובערך מקצב.



ד. תלמידים ממלאים תיבה מוזיקלית אחת בשלם, חצאים, רבעים ושמיניות בדף עבודה או על הלוח (איור 4).

איור מס' 2:

הכרת ערכי המקצב המוזיקליים באמצעות מילים

 אין רע בלי טוב
 אין ___ בלי ___
 אין _____
 אין אין רע רע
 בלי בלי טוב טוב

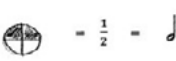

ב. המורה משמיעה לתלמידים מוזיקה קצבית במשקל של ארבעה רבעים (לדוגמה [הפנתר](#) [הוורוד מאת מנסיני](#)) והתלמידים מקישים ומוחאים על פי הנחיית המורה את ערכי המקצב השונים.

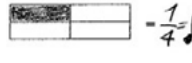

לאחר מכן ניתן לערוך דיון בכיתה על חלוקת הזמן במוזיקה. כמה רבעים נכנסו בדקלום? כמה חצאים? כמה שמיניות? כמה שלמים? כעת ניתן להדגים את חלוקת השלם לחלקים שווים בציור, ולצייר ליד כל ערך מקצבי ייצוג של רבע, חצי, שלם ושמינית (איור 3). לצפייה בדוגמה מתוך השיעור [לחצו כאן](#).

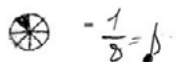

איור מס' 3:



דוגמאות מתוך דף עבודה - ייצוג של שברים במספר, בציור ובערך מקצב

Draw the note and fraction symbol represented by each circle.
The first one is done for you

 $\frac{1}{2}$  $\frac{1}{2}$

 $\frac{1}{4}$  $\frac{1}{4}$

 $\frac{1}{8}$  $\frac{1}{8}$

 $\frac{1}{4}$  $\frac{1}{4}$



איור מס' 4:

דוגמה מתוך דף עבודה מוזיקלי - כתיבת ערכי מקצב
בתיבה אחת

1. כתבו 4 רבעים בכל תיבה:

2. כתבו 2 חצאים בכל תיבה:

3. כתבו תו שלם בכל תיבה:

פעילות מס' 2 שנוסחה במהלך לימוד שמות שונים לשבר והשוואת שברים

א. בשיעורים אלה למדו התלמידים לקבוע שמות שונים לשברים חצי, רבע ושמינית, וייצגו אותם במספרים, בערכי מקצב ובציור. להלן פעילויות לדוגמה:

חזרה על ערכי המקצב רבע, שמינית, חצי ושלם במוזיקה בדקלום ובמחיאיות לצלילי מוזיקה קצבית. המורה מקרינה על הלוח את הייצוג של השברים במספרים ובערכי מקצב (איור 1) ומלמדת את התלמידים כיצד אפשר לכנות כל ערך מקצב בשם אחר. לדוגמה: "אם נביט בשלם שלנו, כמה רבעים נכנסים בתוכו?". "כמה שמיניות נכנסות בתוכו?"

המורה כותבת על הלוח את המשוואה $1 = \frac{4}{4}$ וגם $1 = \frac{8}{8}$. המורה בוחרת ערך רְתָמִי אחר כמו רבע, ושואלת כמה שמיניות נכנסות לתוכו? המורה כותבת על הלוח את המשוואה $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. כל דוגמה כזאת של השוואה בין ערכי מקצב

מודגמת על-ידי חוש הראייה (איור 1) וחוש השמיעה (על-ידי מחיאיות כף או נגינה בכלי הקשה כגון מקלות מקצב ושליש). שני תלמידים עומדים מול הכיתה ומדגימים כיצד $\frac{2}{8}$ נכנסות בדיוק באותו הזמן של $\frac{1}{4}$ במחיאיות או בנגינה.

ב. תלמידים מוזמנים לגשת ללוח "להחליף" ערכי מקצב. כל "החלפה" מתורגמת מייד להשוואת שברים וייצוג שלהם במספר. נוסף לכך, התלמידים מתרגלים את קביעת השמות השונים לשבר בדף עבודה (איור 5).

איור מס' 5:

דוגמה מתוך דף עבודה בנושא שמות שונים לשבר

ב- יש _____ רבעים.

ב- יש _____ שמיניות.

ב- יש _____ שמיניות.

ב- יש _____ שמיניות.

ג. המורה מאתגרת את התלמידים ומבקשת מהם ליצור אי-שוויון, כלומר, לבצע "החלפה" לא נכונה של ערכי המקצב. לדוגמה: "אם בערך מקצב של חצי נכנסות 4 שמיניות, מה יקרה אם נכתוב במקום 4 שמיניות 5 שמיניות? איזה שבר יהיה יותר גדול? 5 שמיניות גדול יותר מחצי!".

התלמידים מתאמנים בדף עבודה בנושא השוואת ערכי מקצב (איור 6) ובהמשך מעבירים לתרגילי שברים של $>$, $<$, $=$ במספרים.



איור מס' 7:

המצאה של תרגילי חיבור שברים זהים או מוכלים במספרים ובערכי מקצב

המצאות אולגים

$$d + \text{♪} + \text{♪} = \text{♪♪}$$

$$\text{♪} + \text{♪} + \text{♪} + \text{♪} = \text{♪♪♪♪}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{♪} + \text{♪} = \text{♪♪}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{♪} + \text{♪} + \text{♪} + \text{♪} = \text{♪♪♪♪}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} + 1 = 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{8} + \frac{2}{8} + 1 + \frac{2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + 1 + \frac{2}{4} = 2\frac{2}{4}$$

איור מס' 6:

השוואת ערכי מקצב לשלם

1. האם הם שווים?
סמנו X על התשובות השגויות:

~~♪♪♪♪ X ○~~
 ♪♪♪♪ = ○
 ♪♪♪♪ = ♪♪

פעילות מס' 3 שנוסתה במהלך לימוד חיבור וחסור של שברים עם מכנים זהים או מוכלים

בשיעורים אלה למדו התלמידים לחבר ולחסר את השברים חצי, רבע ושמינית במספרים ובערכי מקצב. להלן פעילויות לדוגמה:

א. חזרה על ערכי המקצב רבע, שמינית, חצי ושלם במוזיקה בדקלום ובמחיאיות לצלילי מוזיקה קצבית. חזרה על "החלפת" ערכי המקצב וקביעת שמות שונים לאותו שבר. הקנייה של חיבור וחסור של שברים עם מכנים זהים על ידי ייצוג מספרי וייצוג של ערכי מקצב. הדגשת העובדה שניתן לחבר ולחסר שברים עם מכנה זהה או עם ערך רתמי זהה.

ב. חיבור וחסור של שברים עם מכנים מוכלים - כפי שלמדנו שניתן "להחליף" ערך רתמי אחד באחר, נשתמש בשיטה זו כדי לחבר או לחסר שברים עם מכנים מוכלים. התלמידים יתנסו בתרגילי חיבור וחסור על ידי שימוש בייצוג של ערכי המקצב. המורה תעודד את התלמידים להמציא תרגילי חיבור וחסור של שברים עם מכנים זהים או מוכלים בדף עבודה ועל הלוח (איורים 7-8).



- Quigley, C. F., Herro, D., & Jamil, F. M. (2017). Developing a conceptual model of STEAM teaching practices. *School Science and Mathematics*, 117(1-2), 1-12.
- National Art Education Association [NAEA] (2016). Using art education to build a stronger workforce. Accessed December 10, 2017, at <https://www.arteducators.org/advocacy-policy/articles/226-using-art-education-to-build-a-stronger-workforce-case-statement>.
- Roldán Roa, E., Roldán Roa, É., & Chounta, I. A. (2020, September). Learning music and math, together as one: Towards a collaborative approach for practicing math skills with music. In *International Conference on Collaboration Technologies and Social Computing* (pp. 143-156). Springer, Cham.
- Root-Bernstein, R. (2015). Arts and crafts as adjuncts to STEM education to foster creativity in gifted and talented students. *Asia Pacific Education Review*, 16, 203–212. <https://link.springer.com/article/10.1007/s12564-015-9362-0>



ביבליוגרפיה

- לורבר, נ' (2020). מאפיינים משותפים של חמש מדינות בעלות שיעור מצטיינים גבוה במתמטיקה: אסטוניה, הולנד, סינגפור, סלובניה וקנדה. ירושלים: יוזמה - מרכז לידע ולמחקר בחינוך.
- Azaryahu, L., Broza, O., Cohen, S., Hershkovitz, S., & Adi-Japha, E. (2022). Development of creative thinking patterns via math and music. *Thinking Skills and Creativity*, 47, 101-196.
- Azaryahu, L., Courey, S. J., Elkoshi, R., & Adi-Japha, E. (2020). 'MusiMath' and 'Academic Music' – Two music-based intervention programs for fractions learning in fourth grade students. *Developmental science*, 23(4), e12882.
- Liao, C. (2016). From interdisciplinary to transdisciplinary: An arts-integrated approach to STEAM education. *Art Education*, 69(6), 44–49.
- Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult?. *Developmental Review*, 38, 201-221.
- Lovemore, T. S., Robertson, S. A., & Graven, M. (2021). Enriching the teaching of fractions through integrating mathematics and music. *South African Journal of Childhood Education*, 11(1), 899.
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2016). *OECD, PISA 2015. Results: What students know and can do-student performance in Mathematics, reading, and science*. OECD Publishing.