על המספר

המספר 34

ד"ר אתי נוי
מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי,
אוניברסיטת חיפה
אורנים המכללה האקדמית לחינוך

פרופ' ראיסה גוברמן
מרכז המורים הארצי למתמטיקה בחינוך היסודי,
אוניברסיטת חיפה
המכללה האקדמית אחוה

המספר 34

אתי נוי וראיסה גוברמן

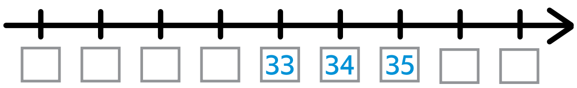
בחרנו להציג בפניכם משמעויות שונות של המספר 34 (מספרו של הגיליון הנוכחי) ולשתף אתכם בתכונותיו המגוונות מבחינת המתמטיקה ובהמשך נציג דוגמאות לפעילויות הקשורות למספר 34.

תכונות מתמטיות

- 34 הוא המספר הטבעי העוקב ל־33 וקודם ל־35.

איור 1:

המספר 34 על ישר המספרים



- 34 הוא המספר הקטן ביותר שהוא ושכניו (35, 33) בעלי אותו מספר גורמים (ארבעה):
  הגורמים של 33: 1, 3, 11, 33
  הגורמים של 34: 1, 2, 17, 34
  הגורמים של 35: 1, 5, 7, 35

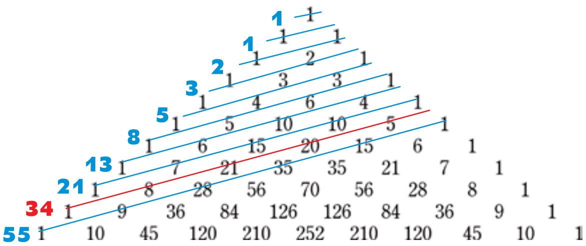
- המספר 34 הוא אחד האיברים של סדרת פיבונאצ׳י. סדרת פיבונאצ׳י, הקרויה על שם המתמטיקאי לאונרדו פיבונאצ׳י, היא סדרה ששני איבריה הראשונים הם 1, וכל איבר לאחר מכן נוצר כסכום של שני האיברים הקודמים לו (כמוצג להלן). אפשר לקרוא על סדרת פיבונאצ׳י כאן.

1+1=2
1+2=3
2+3=5
3+5=8
5+8=13
8+13=21
13+21=$\boxed{34}$
21+34=55

סדרה זו קשורה למשולש פסקל הקרוי על שם המתמטיקאי בְּלֶז פַּסְקָל (Blaise Pascal). פסקל הוא לא המתמטיקאי שהמציא את המשולש, אך הוא הראשון שתיאר וחקר את תכונותיו בשיטתיות. אפשר לקרוא על משולש פסקל כאן. אחת התכונות של משולש פסקל היא האפשרות לקבל באמצעותו את סדרת פיבונאצ׳י. לצורך זה נחבר מספרים בצורה המסומנת באיור 2 להלן:

איור 2:

משולש פסקל וסדרת פיבונאצ׳י



כפי שניתן לראות באיור 2 גם המספר 34, כאיבר של סדרת פיבונאצ׳י נמצא כאן.

- 34 הוא קבוע הקסם של ריבוע קסם בגודל 4x4.
  ריבוע הקסם 4x4 הוא טבלה שבה ארבע שורות וארבעה טורים, כלומר יש בטבלה שש־עשרה משבצות. בכל משבצת משבצים מספרים כך שהסכום בכל אחת מהשורות, בכל אחד מהטורים ובשני האלכסונים יהיה שווה. אם משבצים מספרים מ־1 עד 16 (כולל), אזי סכום המספרים בכל שורה/טור/אלכסון יהיה שווה ל־34, לכן הוא נקרא קבוע הקסם של ריבוע קסם 4x4.

- סכום עצרות של חמישה מספרים שלמים החל מ־0 שווה ל־34:

$0! + 1! + 2! + 3! + 4! = 1 + 1 + 2 + 6 + 24 = 34$

שימו לב, מוסכם ש־0!=1, אפשר לקרוא על סיבות לכך כאן.

- המספר 34 הוא המספר הקטן ביותר שאפשר להציג כסכום של שני מספרים ראשוניים בארבעה אופנים: 17 + 17 ,23 + 11 ,29 + 5 ,31 + 3
- הערך הגימטרי של המילה "כוח" הוא 34:

כ = 20

ו = 6

ח = 8

מכאן 34 = 8 + 6 + 20

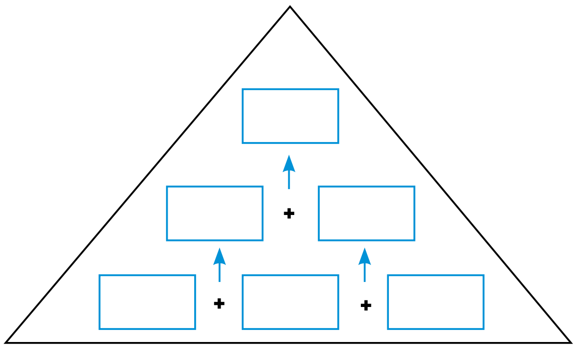
דוגמאות למשימות הקשורות למספר 34

משימה 1

לפניכם פירמידת מספרים באיור 3.

איור 3:

פירמידת מספרים



פירמידת מספרים נבנית על פי הכללים האלה:

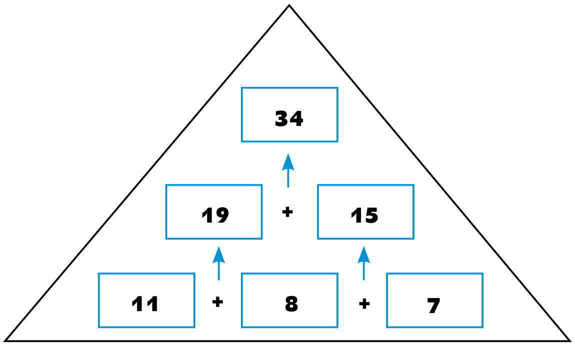
א. בוחרים שלושה מספרים ומשבצים אותם בשורה התחתונה של הפירמידה.

ב. כדי לקבל כל מספר הנמצא בשורה שמעל השורה שהמספרים בה ידועים, יש לחבר את שני המספרים הסמוכים מהשורה התחתונה.

לדוגמה (ראו איור 4):

איור 4:

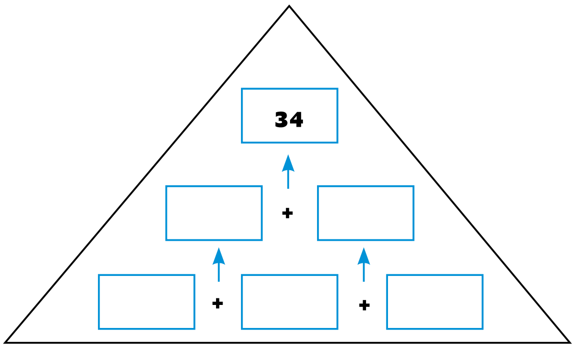
דוגמה לפירמידת מספרים בה בשורה העליונה נמצא המספר 34



האם תוכלו לגלות אילו מספרים מתאימים לפירמידה שבאיור 5?

איור 5:

פירמידת מספרים



כדי לפשט את פתרון המשימה אפשר להשתמש ביישומון הנמצא [כאן](#).

פתרון:

כל הפתרונות של משימה זו הם פתרונות המשוואה הבאה: $a + 2b + c = 34$

אם a, b ו-c הם מספרים טבעיים הנמצאים בשורה התחתונה של הפירמידה.

דוגמאות לשלשות מספרים מתאימות:

(1 ; 16 ; 1) ;(2 ; 15 ;2) ;(3 ; 14 ; 3).

משימה 2

א. מכפלת הספרות של המספר 34 שווה ל־12 (3 x 4 = 12). מצאו את כל המספרים הדו־ספרתיים שמכפלת הספרות שלהם גם כן שווה ל־12.

פתרון:

מכפלות שתוצאתן 12 הן:

1 x 12, 12 x 1, 6 x 2, 2 x 6, 3 x 4, 4 x 3

המכפלות 1 x 12, 12 x 1 לא מתאימות כי אי־אפשר ליצור מהן מספר דו־ספרתי. לכן נוכל לבנות ארבעה מספרים דו־ספרתיים שמכפלת הספרות שלהם שווה ל־12: 26, 34, 43, 62.

ב. כמה מספרים תלת־ספרתיים שמכפלת הספרות שלהם שווה ל־12 אפשר למצוא, אם משתמשים בכל ספרה פעם אחת בלבד?

פתרון:

מהספרות 1,2,6 אפשר לבנות את המספרים הבאים: 126, 162, 216, 261, 612, 621. מהספרות 1,3,4 אפשר לבנות את המספרים הבאים: 134, 143, 314, 341, 413, 431.

סה"כ אפשר לבנות שנים־עשר מספרים.

משימה 3

הוסיפו ספרה אחת משמאל וספרה אחת מימין למספר 34 כך שהמספר המתקבל יהיה כפולה של 45. כמה פתרונות יש לבעיה?

פתרון:

מספר מתחלק ב־45 אם הוא מתחלק ב־5 וב־9 (כדי למצוא את סימן ההתחלקות של 45, נמצא קודם איך אפשר להציגו כמכפלה של שני גורמים זרים: 9 x 5 = 45). התחלקות ב־5 משמעותה שספרת היחידות של המספר היא 0 או 5; התחלקות ב־9 משמעותה שסכום הספרות של המספר מתחלק ב־9. לכן מספר שמתחלק ב־45 הוא מספר שספרת היחידות היא 0 או 5 וסכום הספרות שלו מתחלק ב־9.

נוכל לבנות שני מספרים בני ארבע ספרות המתאימים לתנאי המשימה:

2340 (מציבים את ספרת היחידות 0 ובודקים מה תהיה ספרת האלפים כך שהמספר יתחלק ב־45); 6345 (מציבים את הספרה 5 במקום היחידות ובודקים מה תהיה ספרת האלפים כך שהמספר יתחלק ב־45).

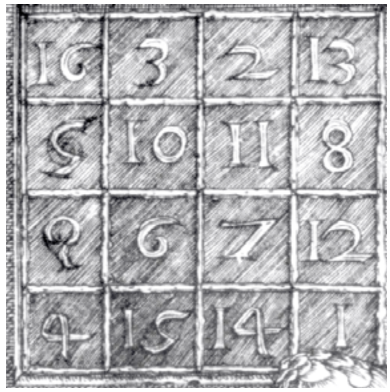
משימה 4

אלברכט דירר (Albrecht Dürer) היה איש אשכולות גרמני. הוא היה צייר, חרט, תיאורטיקן ומתמטיקאי. בשנת 1514 הוא יצר תחריט בשם "מלנכוליה".

תמונה 1:

תחריט ובו ריבוע הקסם

כפי שניתן לראות בתמונה 1 של תצלום התחריט הזה, נמצא בו ריבוע קסם.



לריבוע הקסם הזה יש מספר תכונות מעניינות:

א. בריבוע הזה משובצים מספרים טבעיים מ־1 ועד 16, לכן קבוע הקסם שלו הוא 34.

ב. יש עוד כארבעים אפשרויות למציאת סכום של ארבעה מספרים בריבוע הזה השווה ל־34.

ג. הדבר שמעניין ומקסים בריבוע הקסם הזה הוא משמעות המספרים הרשומים בשורה התחתונה: המספרים 1 ו־4 מייצגים את הערכים המספריים לפי הגימטרייה הלועזית של האותיות שהן ראשי התיבות של שמו AD (Albrecht Dürer). המספרים 15 ו־14 מציגים את השנה 1514, שבה דירר יצר את ריבוע הקסם:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

ד. כל זוג מספרים הממוקם באופן סימטרי סביב נקודת החיתוך של אלכסוני הריבוע מסתכם ב־17, תכונה שהופכת את הריבוע לקסום עוד יותר:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

משימה:

מצאו כמה שיותר סכומים של ארבעה מספרים השווים ל־34 בריבוע הקסם של דירר:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

פתרון:

להלן אפשרויות לקבלת סכום 34 בריבוע הקסם:

- סכום המספרים **בכל שורה** הוא 34 (ארבע אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

- סכום המספרים ש**באלכסונים** שווה ל־34 (שתי אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+10+7+1=34

4+6+11+13=34

- סכום המספרים ש**בכל עמודה** הוא 34 (ארבע אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

- סכום המספרים ש**ברביעיות אשר בפינות** שווה ל־34 (ארבע אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+5+10+3=34

2+11+13+8=34

7+14+1+12=34

9+4+15+6=34

- סכום המספרים **בתאים שבמרכז הריבוע** הוא 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

10+6+11+7=34

- סכום המספרים ש**בכל הפינות** הוא 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+4+1+13=34

- סכום המספרים של **זוג צמדים נגדיים** הוא 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

5+9+12+8=34

- סכום המספרים של **זוג צמדים נגדיים** הוא 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3+2+15+14=34

- **סימטריה קווית (ציר הסימטריה הוא אלכסון הריבוע)** (שתי אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

9+15+8+2=34

3+5+14+12=34

- **סימטריה קווית (ציר הסימטריה הוא אלכסון הריבוע)** (שתי אפשרויות)

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

4+7+10+13=34

16+11+6+1=34

- **סימטריה סיבובית**

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3+8+14+9=34

- **סימטריה סיבובית**

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

2+12+15+5=34

להלן אפשרויות נוספות לרביעיות שסכומן 34:

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+5+2+11=34

3+10+13+8=34

9+4+7+14=34

6+15+12+1=34

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+3+9+6=34

5+10+15+4=34

2+13+7+12=34

11+8+14+1=34

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

15+6+2+11=34

4+9+13+8=34

3+10+7+14=34

16+5+12+1=34

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+9+2+7=34

3+6+13+12=34

5+4+11+14=34

10+15+8+1=34

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+2+15+1=34

3+13+4+14=34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16+9+8+1=34

5+4+13+12=34

- ארבע אפשרויות

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

5+6+11+12=34

9+10+7+8=34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

2+10+7+15=34

3+11+6+14=34