



משחקים מתמטיים

## המשחק הקס

ד"ר סבינה סגרה  
המכללה האקדמית אחוה



## המשחק הקס

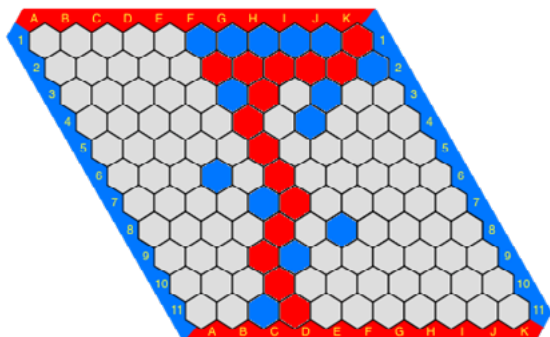
סבינה סגרה

שרשראות המשושים יכולות להיות ארוכות ומסורבלות. במהלך המשחק אין תורים נוספים. כל משתתף בתורו צובע משושה אחד בלבד. בכל תור ניתן לצבוע משושה כלשהו, ואין צורך להתחיל בצדדים דווקא, או לבחור במשושה הסמוך למשושה צבוע. מאחר שפינות הלוח שייכות לשני הצבעים, כאמור לעיל, שרשראות שמתחילות ו/או מסתיימות בפינות הלוח נחשבות לשרשראות המחברות בין צדדים מנוגדים בצבע של משושי השרשרת (ראו איור 2).

### איור 2:

במשחק זה האדום ניצח.

במשושה הימני העליון (K1) רואים כי המשושים שבפינות נזקפים לזכות מי שצבע אותם.

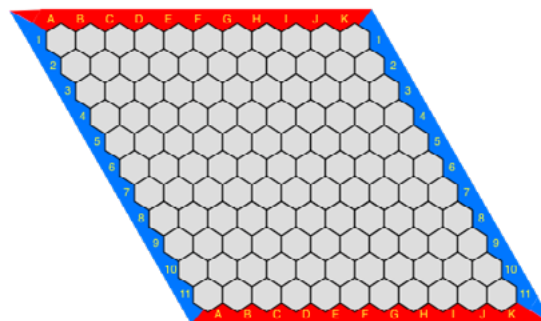


מדובר במשחק חשיבה ואסטרטגיה ללא גורם אקראי (כמו קוביית משחק) בדומה למשחקים נים (פרסי & סיניצקי, 2021), ארבע בשורה (ארבע בשורה, 2023), קווים וריבועים (סגרה, 2022) ואיקס-עיגול (Gardner, 1988b). אכן ניתן לשחק במשחק הקס גם עם שני סימנים (כמו איקס-עיגול), אבל לפי הניסיון של המחברים ילדים מעדיפים לצבוע. המְשַׁחֵק בעל ידיעה שלמה, כלומר כל המידע גלוי לשני המשתתפים, ואין מידע נסתר, בניגוד למשחקים בקלפים הפוכים. משחקים כאלה מתאימים לפיתוח חשיבה מתמטית. בעת שהילדים נהנים, הם לומדים לתכנן מהלכים, לחשוב קדימה, ללמוד מטעויות, להסיק מסקנות,

המשחק "הקס" מתאים לכל הגילים, החל מילדים בכיתה ג'. ילדים וילדות אהבים אותו מפני שאפשר לצבוע ולשחק. הקס מתאים לשיעורי העשרה, או לסיום של סדרת שיעורים על ריצופים או צורות משוכללות. לוח המשחק הוא בצורת מעוין ומורכב ממשושים משוכללים. מכאן השם "הקס" - המילה היוונית עבור המספר שש (אביטל, 1976). בדרך כלל מידות הלוח הן 11x11, אבל ניתן לשחק גם על לוחות קטנים מזה, שניתן להוריד מהאינטרנט (ראו קישורים בסוף המאמר). מורים ששמעו על הקס בהשתלמויות הציעו להדפיס את הלוח ולניילן אותו, כך שילדים וילדות יוכלו לסמן עליו בטושים מחיקים, מה שהופך את הלוח המודפס לרבי־פעמי.

### איור 1:

לוח המשחק הקס.



צדדי הלוח מופיעים בשני צבעים שונים, כך שאותם צבעים נמצאים זה מול זה (ראו איור 1). המשחק מיועד לשני משתתפים ועל כל משתתף לבחור צבע. במהלך המשחק צובע כל אחד מהמשתתפים בתורו משושה אחד בצבע שבו בחר. **מטרת המשחק היא לצבוע שרשרת משושים שמחברת בין שני צדדי הלוח בצבע הנבחר.** פינות הלוח שייכות לשני הצבעים. באיור 2 תוכלו לראות משחק שבו ניצח בעל הצבע האדום. כיוון שכל אחד מהמשתתפים ינסה ליצור שרשרת משושים בצבע שבחר, וגם לחסום את שרשרת היריב,

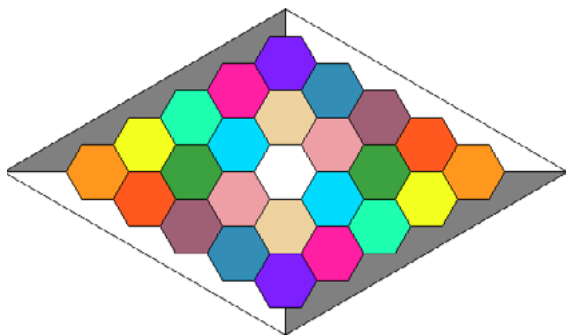


יחזור על עצמו פעמיים. לכן, בדומה למשחק איקס-עיגול, יש מהלכים שקולים שאינם מצריכים התייחסות נפרדת.

התבוננו באיור 4: אם המשתתף הראשון מתחיל במרכז הלוח, תגובות המשתתף השני בתאים שמופיעים באותו הצבע שקולות זו לזו. באותה מידה, פתיחות המשחק במשוחים שמופיעים באיור 4 בצבעים זהים תהיינה שקולות זו לזו.

#### איור 4:

לוח הקס יש סימטריה סיבובית מסדר 2. תאים מתאימים מסומנים בצבע זהה.



קיימים חילוקי דעות לגבי מציאת המשחק הקס (Gardner, 1988a). כנראה שהמשחק הומצא ב־1942 בידי פיט היין (איור 5), דְּנִי שהתעניין בהנדסה, שירה, פילוסופיה, אומנות ומתמטיקה. הוא התחיל ללמוד פיזיקה תאורטית באוניברסיטת קופנהגן, עבר ללימודי הנדסה והפסיק את לימודיו ב־1940. כמוביל קבוצה אנטי־נאצית הוא נאלץ לרדת למחתרת (Gardner, 1988a). בפיתוח המשחק קיבל פיט היין השראה ממשפט ארבעת הצבעים (Hayward & Toft, 2019), שלפיו ניתן לצבוע כל מפה בעולם באמצעות שימוש בלא יותר מארבעה צבעים, כך שמדינות שכנות יופיעו בצבעים שונים (אלכסנדרוביץ', 2018). פיט היין מוכר גם כממציא פאזל תלת־ממדי בשם "סומה", שעליו נכתב בהזדמנות אחרת. יש גם טענות שג'ון נאש (איור 6) - מתמטיקאי שזכה בפרס נובל בתחום הכלכלה - המציא את המשחק קצת יותר מאוחר, ב־1948, אבל כנראה ש"המציא" אותו לאחר שצפה

להסביר ולנסח אסטרטגיות משחקיות, כאשר "אסטרטגיה משחקית" היא תוכנית כיצד להצליח במשחק, וכיצד להגיב לסיטואציות משחק שונות. אחרי שהילדים שיחקו במשחק מספר פעמים - תחילה בלוחות קטנים - כדאי להעלות מספר שאלות לדיון: א. האם אתם חושבים שיש יתרון לאחד משני המשתתפים במשחק? (מצאו את התשובה בהמשך המאמר).

ב. כיצד המשתתף שהתחיל לשחק ראשון יכול להבטיח את הניצחון אם משחקים על לוח בגודל של  $3 \times 3$  משוחים קטנים?

תשובה: כדאי להתחיל במרכז הלוח. בהמשך המשחק יש למשתתף הראשון לשני הכיוונים שתי אופציות כיצד להתחבר לצלעות בצבע שלו, ואילו המשתתף השני יכול לחסום אותו בכל פעם רק באחת משתי האופציות בלבד (ראו איור 3).

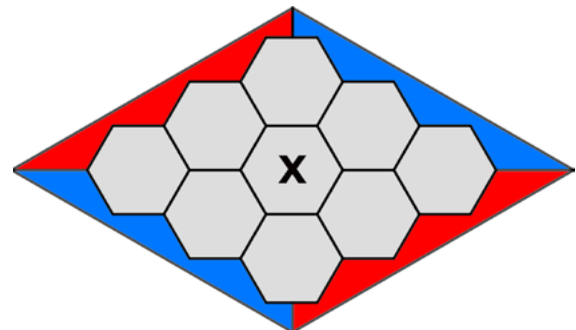
ג. כיצד המשתתף שהתחיל לשחק ראשון יכול להבטיח את הניצחון אם משחקים בלוח בגודל  $5 \times 5$  (גם במקרה זה כדאי להתחיל במרכז הלוח. נדרשים לפחות שבעה מהלכים עד הניצחון).

ד. האם גיליתם מהלכים שתרצו להמליץ עליהם? אם כן, מדוע? (מצאו מהלכים מומלצים בהמשך המאמר בעמוד 69 ובאיורים 9-10).

#### איור 3:

לוח בגודל  $3 \times 3$ .

אם המשתתף הראשון מסמן את מרכז הלוח, הוא מבטיח את ניצחונו.



שימו לב שללוח ההקס יש סימטריה סיבובית מסדר 2. כלומר, ניתן לסובב את הלוח, ותוך סיבוב שלם הוא



המשחק הקס מסתיים תמיד בניצחון של אחד משני המשתתפים. אין מצבי "תיקו", מכיוון ששום שרשרת לא יכולה להיחסם לחלוטין, למעט על ידי שרשרת שלמה בצבע היריב.

התבוננו באיור 7: נניח שלוח ההקס התמלא ושום משתתף (עדיין) לא הכריז על ניצחון. נבנה בלוח זה קו הפרדה בין משושים בצבעים שונים. צמוד לקו הפרדה זה תהיה תמיד שרשרת משושים שמחברת בין צדדי הלוח בצבעה, ולכן היא שרשרת המנצח. כדי להוכיח שקו הפרדה כזה אכן תמיד קיים, נתחיל בבנייתו בפינה השמאלית התחתונה של לוח המשחק, ונסמן את הצלע המשותפת בין שני משושים בצבעים שונים (הקטע  $a$  באיור 7). ללא פגיעה במהות המשחק, נניח שצדדי הלוח עשויים ממשושים בצבע של צד הלוח (המשושים שמרכיבים את צדדי הלוח מרומזים באיור 7).

תמיד ניתן יהיה להמשיך את הקטע ההתחלתי שאותו סימננו. הסיבה היא שבקצה הקטע (A) נפגשים שלושה משושים בשני צבעים שונים, כפי שניתן לראות באיור 8. כאשר שלושה משושים בשני צבעים שונים נפגשים באותו הקודקוד, תתקבלנה שתי צלעות השייכות למשושים בצבעים שונים, וצלע אחת שמשותפת לשני משושים באותו הצבע. לכן ניתן לבנות את קו הפרדה מקטעים שהם צלעות משותפות בין משושים בצבעים שונים. תהליך בניית קו הפרדה יסתיים כאשר הקו יצא מהלוח. באיור 7 מתחיל קו הפרדה במשושה כחול בצד ימין ומשושה אדום בצד שמאל - תכונה זו נשמרת. לכן קו הפרדה אינו יכול לצאת מלוח המשחק בפינה הימנית העליונה (הפינה הנגדית). בפינה זו משושה אדום נמצא בצד ימין של משושה כחול, ולכן קו הפרדה חייב לצאת דרך אחת משתי הפינות האחרות של לוח המשחק. אם קו הפרדה יוצא דרך הפינה השמאלית, אזי המשושים הכחולים לצד ימין שלו מרכיבים שרשרת שמחברת בין הצדדים הכחולים של הלוח (איור 7 למעלה).

לעומת זאת, אם קו הפרדה יוצא בפינה הימנית מלוח המשחק, המשושים האדומים בצד שמאל שלו מרכיבים שרשרת שמחברת בין צדדי הלוח האדומים (איור 7 למטה). בכל מקרה, תהיה שרשרת בצבע אחד שמחברת בין צדדי הלוח בצבעה, ולכן אין מצבי תיקו.

באנשים משחקים בו מבלי להיות מודע לכך (Hayward & Toft, 2019).

## איור 5:

פיט היין

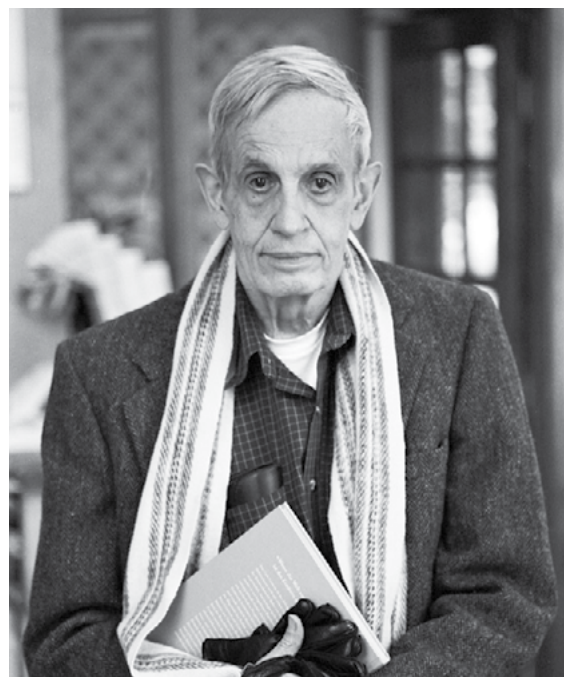
André Savik, [CC BY 3.0](#), via Wikimedia Commons.



## איור 6:

ג'ון נאש

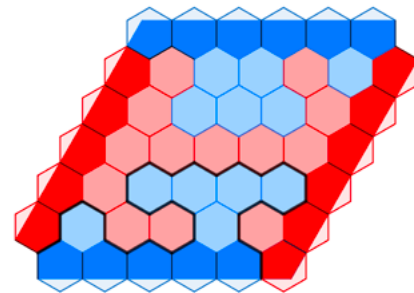
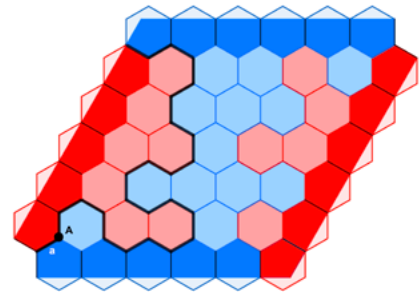
Peter Badge / Typos1, [CC BY-SA 3.0](#), via Wikimedia Commons.





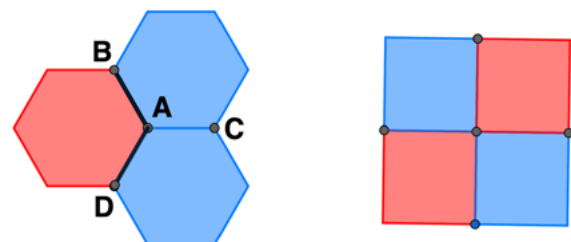
### איור 7:

תמיד ניתן למצוא קו הפרדה בין משושים בצבעים שונים שמתחיל ומסתיים בפינות לא נגדיות של הלוח. בתמונה העליונה משושים כחולים בצד ימין של קו ההפרדה מחברים בין צדדי הלוח הכחולים. בתמונה התחתונה משושים אדומים שנמצאים בצד שמאל של קו ההפרדה מחברים בין הצדדים האדומים של הלוח.



### איור 8:

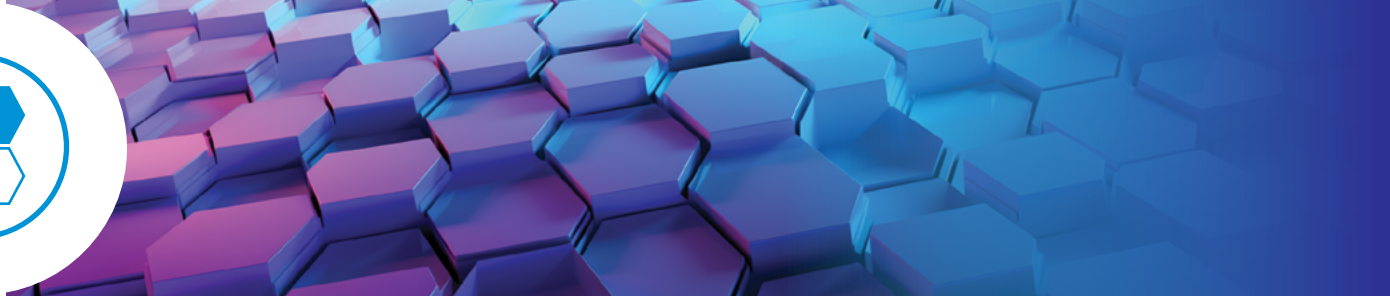
אם שלושה משושים בשני צבעים שונים נפגשים סביב קדקוד משותף (A), תהיינה שתי צלעות משותפות למשושים בצבעים שונים שמגדירות את קו ההפרדה (AB ו-AD), וצלע אחת שמשותפת לשני משושים באותו הצבע (AC). אותו צבע יישאר באותו צד של קו ההפרדה DAB. אין זה נתון במקרה של מספר זוגי של צורות שנפגשות סביב קדקוד משותף, כי ניתן לצבוע אותן לסירוגין.



שימו לב שחיוני עבור ההוכחה שאין מצבי תיקו, כי מספר איזוגי של משושים נפגשים סביב קדקוד משותף. אכן קיימים מצבי תיקו במשחק "Squex" שדומה להקס, אך לוח המשחק בנוי מריבועים. במשחק "Squex" מספר הריבועים שנפגשים סביב קדקוד משותף הוא זוגי, והנימוק בהוכחה הקודמת אינו מתאים (ראו גם את איור 8). המילה "Squex" היא צירוף המילים "Square" ו-"Hex" (Albert, Nowakowski, & Wolfe, 2019).

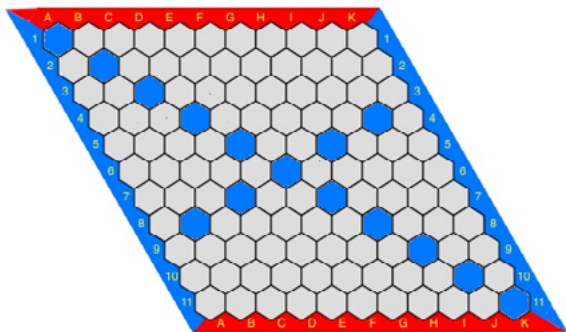
אם תשחקו במשחק מספר פעמים, תגלו שהוא לא הוגן שכן למשתתף שמתחיל יש יתרון. ההוכחה היא בסתירה (מובשוביץ-הדר, 1994; Hayward & Toft, 2019): נניח שלמשתתף השני יש אסטרטגיית ניצחון. המשתתף הראשון יכול לחקות אותו. במהלך הראשון הוא יבחר במשושה כלשהו באופן אקראי. במהלך השני הוא יעתיק את אסטרטגיית המשתתף השני. לאחר מכן, בכל פעם שעליו לבחור במשושה שכבר נצבע באחד מהמהלכים הקודמים, יבחר במשושה אחר באופן אקראי. בדרך זו המשתתף הראשון ישחק על פי אסטרטגיית הניצחון, אבל עדיין יחזיק ביתרון של המהלך הראשון (במקרה של הקס מהלך נוסף אינו מזיק). לכן המשתתף השני אינו יכול לנצח, וכיוון שאין מצבי תיקו, למשתתף הראשון חייבת להיות אסטרטגיית ניצחון, גם אם איש אינו מכיר אותה.

בעיקרון, "העתקת אסטרטגיה" יכולה להיות רלוונטית עבור משחקים אחרים שבהם המהלך הנוסף אינו מזיק. אכן יש משחקים שבהם המהלך הנוסף הוא חיסרון, למשל ב"הקס הפוך" (שנקרא באנגלית "Reverse Hex", "Hex misère" או "Rex"). המטרה של "הקס הפוך" היא להימנע מחיבור בין צדדי הלוח. מי שמחבר בין צדדי הלוח בצבעו מפסיד. ידוע שלמשתתף הראשון יש אסטרטגיית ניצחון אם לוח המשחק בגודל  $n \times n$  וכאשר  $n$  זוגי. כאשר  $n$  איזוגי, למשתתף השני יש אסטרטגיית ניצחון (ולא יעזור לראשון להעתיק אותה). במקרה של מספר איזוגי של משושים בלוח המשחק, המהלך הנוסף שיש למשתתף הראשון מזיק.



### איור 10:

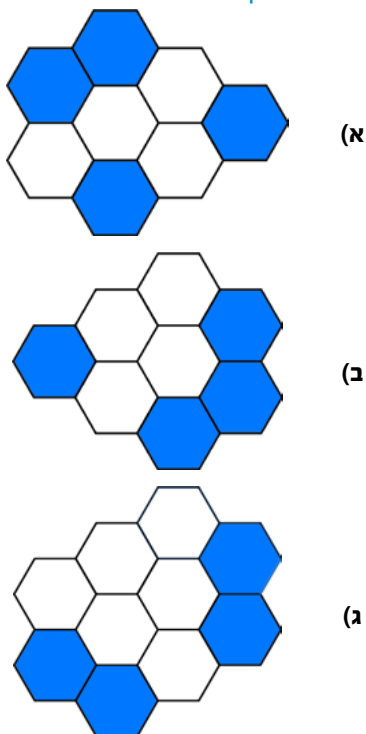
רצפי משושים בשני כיוונים שונים



קיימות תצורות נוספות שניתן לחבר לשרשראות מבלי שהיריב יוכל לחסום את הרצף. האם תוכלו לגלות איך לעשות זאת בתמונות באיור 11? מצאו את התשובות בנספח. תצורות כאלה נקראות גם "גשר וירטואלי" מפני שהן מבטיחות בניית שרשראות.

### איור 11:

תצורות שניתן לחבר לשרשראות מבלי שהיריב יוכל לחסום את הרצף.

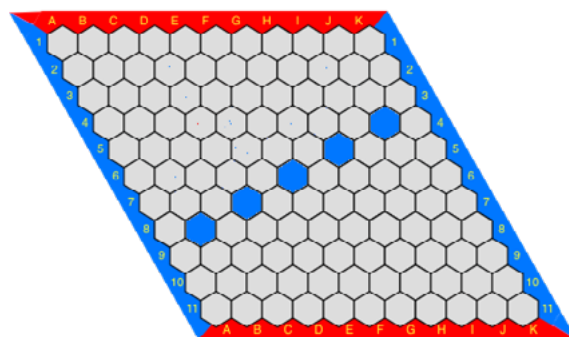


בגלל היתרון עבור המשתתף הראשון במשחק הקס רגיל, נהוג "לאזן" את הסיכויים במשחק. אחת הדרכים היא לשחק עם "כלל ההחלפה" (swap-rule): אחרי המהלך הראשון של המשתתף הראשון מותר למשתתף השני להחליף צבע עם המשתתף הראשון, ולהמשיך לשחק בצבע זה. בהמשך ישחק הראשון נגד מהלך הפתיחה שהיה במקור שלו.

למרות שידוע והוכח שבאופן תאורטי יש יתרון למשתתף הפותח את המשחק, איש (עדיין?) לא מכיר אסטרטגיית ניצחון (Hayward & Toft, 2019), כלומר תוכנית כיצד להגיב לסיטואציות משחק משתנות שמבטיחה את הניצחון. אף על פי כן, יש המלצות בנוגע כיצד כדאי לשחק (Gardner, 1982). כדאי מאוד להתחיל ממרכז הלוח וליצור רצפי משושים מנותקים, כך שבין כל שני משושים תהיה צלע משותפת של שני משושים שכנים (ראו איור 9). בהמשך תהיינה תמיד שתי אפשרויות לחיבור בין משושים, כאשר היריב יוכל לחסום אתכם באחת משתי האופציות בלבד. נוסף לכך, כדאי ליצור שני רצפים כאלה - אחד שמחבר בין פינות הלוח ואחד שמחבר בין צלעות הלוח (איור 10). כך, גם אם היריב מצליח להרוס רצף אחד, עדיין ניתן לעבוד עם הרצף השני.

### איור 9:

רצף של משושים. ניתן לחבר בשתי אפשרויות בין כל שני משושים בשרשרת.





אם כי כללי המשחק פשוטים, רמת המורכבות של הקס מפתיעה. בדומה לשחמט, קיימות חידות הקס. להלן שלוש חידות, הראשונה מאת פיט היין, ממציא המשחק (Gardner, 1988a): התבוננו באיור 13.

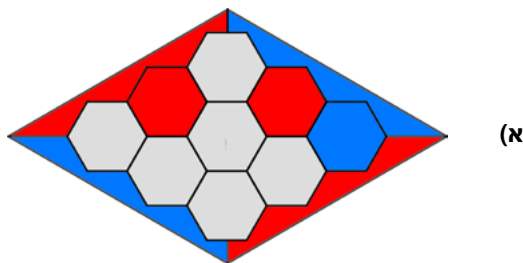
א. למרות שהמשתתף עם הצבע האדום היה הראשון, למשתתף השני עם הצבע הכחול יש אפשרות לנצח. מה עליו לעשות?

ב. הכחול התחיל. מה עליו לעשות בצעד הבא כדי לנצח?

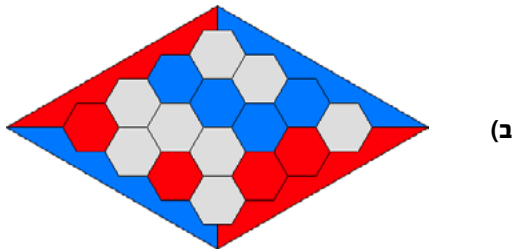
ג. האדום התחיל, אבל עדיין הכחול יכול לנצח. מה עליו לעשות?

### איור 13:

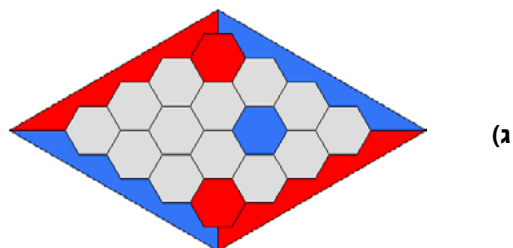
חידות - מה על הכחול לעשות כדי לנצח?



(א)



(ב)



(ג)

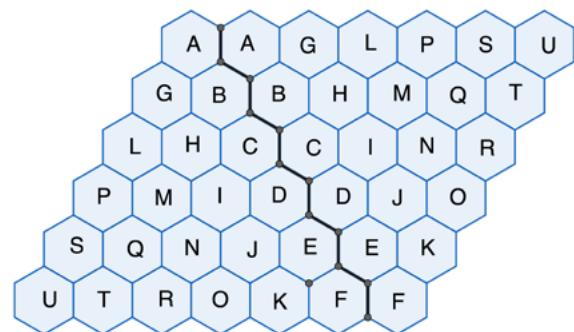
אז מה עוד חסר? התחילו לשחק. המשחק הקס משעשע ומפתח את החשיבה.

בשנות החמישים של המאה העשרים, פיתח המתמטיקאי קלוד שנון (Claude Shannon) מכונת הקס<sup>1</sup> שתמיד שיחקה בתור משתתף שני ותמיד ניצחה, למרות שהיא מעולם לא פתחה את המשחק. כיצד זה ייתכן לאור העובדה שיש יתרון למשתתף הראשון? מה שרוב האנשים ששיחקו נגד המכונה לא ראו הוא שהלוח היה קצת מעוות בגודל של  $7 \times 8$ . ניתן לחשוב שלוח אסימטרי בגודל  $n \times (n+1)$  עלול לאזן את היתרון של המשתתף הראשון, אם על השני לחבר בין הצלעות הקרובות יותר.

למרבה ההפתעה מתברר, שקיימת אסטרטגיית ניצחון עבור המשתתף השני, זאת כאשר עליו לחבר בין צדדי המשחק הקרובים יותר. התבוננו באיור 12 שבו לוח המשחק בגודל  $6 \times 7$  מחולק לשני חלקים חופפים, וחלק אחד מתקבל אחרי שיקוף וסיבוב של החלק השני. לכל משושה יש "תאום" בחלק השני של הלוח. על המשתתף השני לבחור בכל מהלך בתאום של המשושה שהמשתתף הראשון צבע לפניו. כך, המשתתף השני יחבר בין הצדדים הקרובים יותר של הלוח (בין הצד העליון לבין הצד התחתון) לפני שהראשון יצליח לחבר בין צדדיו.

### איור 12:

לוח משחק בגודל  $6 \times 7$



1. אכן מדובר במכונה ולא בתוכנת מחשב. במכונה זו צדדי הלוח היו מוטענים במטענים חשמליים הפוכים - זוג הצלעות בצבע אחד חיובי וזוג הצלעות בצבע השני שלילי. גם למשושים שנצבעו במהלך המשחק הוקצה מטען חשמלי. המהלך שעל המכונה לבצע נקבע כנקודת אוכף מסוימת בשדה החשמלי שנוצר.



- Albert, M. A., Nowakowski, R. J., & Wolfe, D. (2019). *Lessons in Play*. Boca Raton: CRC Press.
- Gardner, M. (1988a). The Game Hex. In M. Gardner, *Hexaflexagons and other Mathematical Diversions* (pp. 73-83). Chicago: The University of Chicago Press.
- Gardner, M. (1988b). Ticktacktoe. In M. Gardner, *Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions* (pp. 37-55). Chicago and London: The University of Chicago Press.
- Hayward, R. B., & Toft, B. (2019). *Hex. The Full Story*. Boca Raton: Taylor & Francis.

## קישורים

- לוחות להדפסה בגדלים שונים:  
[https://trmph.com/hexwiki/Printable\\_boards.html](https://trmph.com/hexwiki/Printable_boards.html)
- משחק אינטראקטיבי:  
<https://www.lutanho.net/play/hex.html>
- יישומונים עבור הטלפון:  
[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.game.hex&hl=en\\_US&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.game.hex&hl=en_US&gl=US)
- הקס בגאוגברה:  
<https://www.geogebra.org/m/mqabqgku>

## ביבליוגרפיה

- אביטל, ש' (1976). המשחק הקס (hex). גליונות לחשבון (43). אוחדר מתוך  
[https://highmath.haifa.ac.il/data/math\\_sheets/gil43-3.pdf](https://highmath.haifa.ac.il/data/math_sheets/gil43-3.pdf)
- אלכסנדרוביץ, ג' (10 נובמבר 2018). משפט ארבעת הצבעים. אוחדר מתוך לא מדויק:  
[https://gadiel.net/2018/11/10/four\\_color\\_theorem\\_intro](https://gadiel.net/2018/11/10/four_color_theorem_intro)
- ארבע בשורה (24 מרץ 2023) ויקיפדיה, האנציקלופדיה החופשית. אוחדר מתוך  
[https://he.wikipedia.org/wiki/ארבע\\_בשורה](https://he.wikipedia.org/wiki/ארבע_בשורה)
- מובשוביץ-הדר, נ' (1994). משחק המשושים - הקס. על"ה, 15.  
<https://newhighmath.haifa.ac.il/images/data2/alle15/alle15-13.pdf>
- סגרה, ס' (2022). קווים וריבועים. מספר חזק 2000, 67-64, 33.  
[https://ymath.haifa.ac.il/images/stories/mispar\\_chazak\\_2000/issue33/Segre\\_game.pdf](https://ymath.haifa.ac.il/images/stories/mispar_chazak_2000/issue33/Segre_game.pdf)
- פרסי, ק' וסיניצקי, א' (2021). אחד, שניים - נים. מספר חזק 2000, 32, 41-28.  
[https://ymath.haifa.ac.il/images/stories/mispar\\_chazak\\_2000/issue32/Persi\\_Sinitski.pdf](https://ymath.haifa.ac.il/images/stories/mispar_chazak_2000/issue32/Persi_Sinitski.pdf)



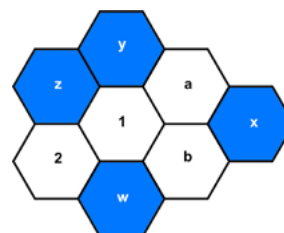


## נספח

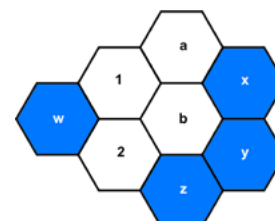
### תשובות לשאלות באיור 11

#### איור 14:

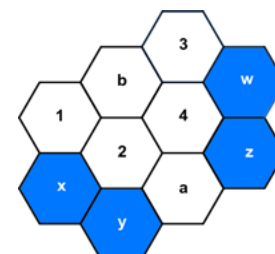
בכל אחת מסיטואציות המשחק הכחול יכול ליצור שרשרת בלי שהאדום יכול לחסום אותו.



א. על הכחול לצבוע את a או את b (את מה שהאדום לא צבע) ואחד משני התאים המסומנים ב-"1" וב-"2". כך הוא מבטיח לעצמו אחת מהשרשראות הבאות: "x,a,y,z,1,w" או "x,a,y,z,2,w" או "x,b,w,1,z,y" או "x,b,w,2,z,y".



ב. גם כאן על הכחול לצבוע את a או את b (את מה שהאדום לא צבע) ואחד משני התאים המסומנים ב-"1" וב-"2". כך הוא מבטיח לעצמו אחת מהשרשראות הבאות: "x,y,z,b,1,w" או "x,y,z,b,2,w" או "w,2,z,y,x,a" או "w,1,a,x,y,z".



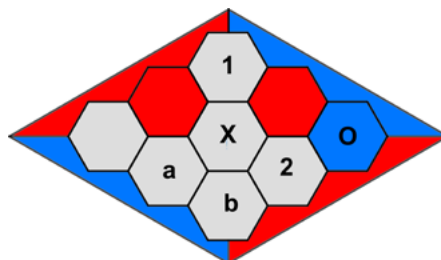
ג. על הכחול לצבוע אחד מהתאים המסומנים ב-"a" וב-"b". אם הוא הצליח לצבוע את a, הוא חיבר שרשרת (x,y,a,z,w). אם האדום תפס את התא המסומן ב-a, הכחול יצבע את התא המסומן ב-b ובהמשך את אחד מהתאים המסומנים ב-"1" וב-"2" ואחד מהתאים המסומנים ב-"3" וב-"4". כך הוא יקבל אחת מהשרשראות "y,x,2,b,4,w,z" או "y,x,2,b,3,w,z" או "y,x,1,b,4,w,z" או "y,x,1,b,3,w,z".



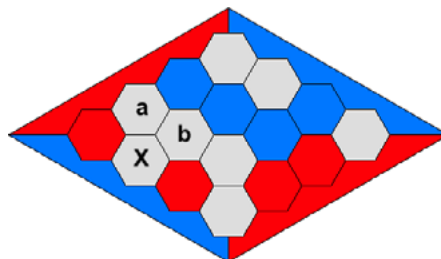
## פתרונות לחידות (עמ' 70)

### איור 15:

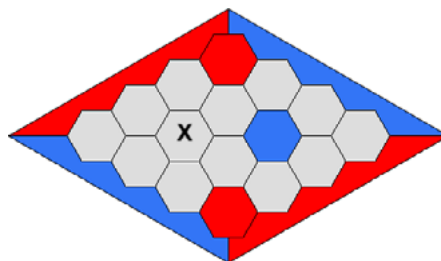
כדי לנצח, בכל אחת משלוש החידות, על הכחול לצבוע את התא המסומן באיקס.



א. על הכחול לסמן את התא המסומן ב'א'. אם האדום בוחר בתורו בתא המסומן ב'1', הכחול יוכל לצבוע את התא המסומן ב'2' (ולהיפך). אם האדום צובע את התא המסומן ב'א', הכחול יוכל לצבוע את התא המסומן ב'ב' (או להיפך). בכל מקרה יצליח הכחול ליצור שרשרת כחולה המחברת בין הצלעות הכחולות (רצף התאים הכחולים יהיה 0-2-b או 0-2-x-a או 1-x-a או 1-x-b).



ב. אחרי שהכחול סימן את התא המסומן באיקס, האדום יכול לחסום אותו רק באחד משני התאים המסומנים ב'א' וב'ב'.



ג. אחרי שהכחול סימן את התא המסומן באיקס, יש לו לכל הכיוונים שתי אופציות כדי להשלים את השרשרת לחיבור בין שתי הצלעות הכחולות, כאשר האדום יכול לחסום אותו בכל פעם רק באחת משתי האופציות.