



מחקר יישומי

ידע על דרכי חשיבה של תלמידים וציונים בבחינה: המקרה של השוואת מספרים עשרוניים

פרופ' דינה תירוש

החוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי,
בית הספר לחינוך, אוניברסיטת תל-אביב

פרופ' פסיה צמיר

החוג לחינוך מתמטי, מדעי וטכנולוגי,
בית הספר לחינוך, אוניברסיטת תל-אביב



ידע על דרכי חשיבה של תלמידים וציונים בבחינה: המקרה של השוואת מספרים עשרוניים

דינה תירוש ופסיה צמיר

תקציר

במאמר נבחן קשרים בין ידע סטודנטים המתמחים בהוראת מתמטיקה לגבי כללים שגויים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים, לבין הציונים שהבודקים יקבעו לנבחן בנושא השוואת מספרים עשרוניים. לסטודנטים הוצגו מבחן בנושא השוואת מספרים עשרוניים ותשובות של שני תלמידים למבחן זה. תשובותיו של אחד התלמידים תואמות את השימוש בכלל השגוי של השלמים, שלפיו "המספר העשרוני שמספר הספרות בחלק העשרוני שבו רב יותר הוא הגדול יותר". תשובות התלמיד השני תואמות את השימוש בכלל השגוי של השברים הפשוטים, שלפיו "המספר העשרוני שמספר הספרות בחלק העשרוני שבו קטן יותר הוא הגדול יותר". הסטודנטים התבקשו לקבוע פעמיים ציונים למבחן: בפעם הראשונה לפני שנחשפו לכללים השגויים ובפעם השנייה לאחר החשיפה אליהם. במאמר נתאר פעילות בנושא זה, שאותה הפעלנו במשך כשלושה עשורים במסגרות שונות להכשרה ולקידום מקצועי של מורים. נציג את הציונים שקבעו הסטודנטים להוראה לפני החשיפה לכללים השגויים ואחרי החשיפה אליהם, ואת ההסברים שניתנו על ידם לציונים שאותם קבעו. בסיכום נתאר סוגיות שהועלו לדיון בעקבות הפעילות.

מילות מפתח:

דרכי חשיבה של תלמידים, מספרים עשרוניים, כלל השלמים השגוי, כלל השברים הפשוטים השגוי, הערכת ידע.

מבוא

בעשורים האחרונים קיימת הסכמה רחבה בקהילת החינוך בכלל ובקהילת החינוך המתמטי בפרט כי ידע מורים על דרכי חשיבה של תלמידים הוא מרכיב מרכזי של ידע הוראתי. מאמרים ומסגרות תיאורטיות מתייחסים בהרחבה לידע על דרכי חשיבה ועל שגיאות

אופייניות של תלמידים (המאמרים של Shulman, Ball, Thames, & Phelps, 2008 ושל 1986 הם מאמרים קלסיים בהקשר זה). על פי שולמן ועל פי בול ועמיתיה, ידע על דרכי חשיבה של תלמידים הוא אחד המרכיבים המרכזיים של ידע תוכן פדגוגי (Pedagogical content knowledge). מאמרים רבים הנכתבים בתחום החינוך המתמטי מתייחסים לידע תוכן פדגוגי הנדרש להוראה (ראו, למשל, סקירה שנערכה בשנת 2013 על ידי Depaepe, Verschaffel and Kelchtermans אשר בה יש התייחסות ל-60 מאמרים העוסקים בידע תוכן פדגוגי בחינוך מתמטי, והתייחסות לכך במספר רב של פרקים בספרם של Zehetmeier, Potari and Ribeiro שיצא לאור בשנת 2020).

בהתאם להתייחסות במסגרות התיאורטיות לחשיבות הידע על דרכי חשיבה ועל שגיאות אופייניות של תלמידים ולקיום ידע נרחב בהקשר זה בנושאים מתמטיים רבים, מושקע מאמץ רב בתוכניות להכשרת מורים ולקידום מקצועי של מורי מתמטיקה בישראל ובמדינות אחרות, במטרה לקדם את המודעות לשגיאות ולכללים שגויים אופייניים בנושאים שונים, ולשימוש בידע זה במהלכי הוראה (ראו למשל כהן, 2020; Borasi, 1994).

אחת השאלות שמתעוררות לאור הסכמה רחבה זו היא: האם יש קשר בין ידע על שגיאות אופייניות של תלמידים לבין האופן שבו סטודנטים להוראה ומורים מעריכים ביצועי תלמידים? ובאופן ממוקד יותר: האם יתגלו הבדלים בין האופן שבו סטודנטים להוראה ומורים קובעים את ציוני התלמידים לפני שנחשפו למידע על שגיאות אופייניות של תלמידים בנושא מסוים, ולאחר שנחשפו למידע זה? במאמר זה נתמקד בשאלה זו בהקשר לידע סטודנטים



מחקרים נוספים בהקשר לקשיים אופייניים אלה (למשל Durkin & Rittle-Johnson, 2012; Moloney & Stacey, 1997; Ren & Gunderson, 2019). גם במחקרים אלה דווח על שימוש נרחב באחד או בשני הכללים השגויים להשוואת מספרים עשרוניים, וזאת בקבוצות גיל שונות. ממצאים אלה מעידים על יציבות השימוש בכללים שגויים אלה, ומעוררים את הצורך להביא את התופעה לידיעתם של סטודנטים להוראה ושל מורים.

ניסיון לפיתוח מודעות ויכולות של מורים להבחין בקיומם של הכללים השגויים מתואר, למשל, במאמר של פלד (2000) שבו מוצע מודל להכשרת סטודנטים להוראה ומורים המומחש באמצעות שתי דוגמאות, שאחת מהן מתייחסת לידע המחקרי לגבי כללים שגויים להשוואת מספרים עשרוניים. בשתי הדוגמאות יש התייחסות רחבה לחשיבות שיש לחשיפה לתשובות שגויות אופייניות של תלמידים, להיכרות עם מחקרים העוסקים בתפיסות אופייניות של תלמידים ולהתנסות באבחון. בסקירת הספרות לא מצאנו התייחסות לאופנים שבהם סטודנטים להוראה ומורים מיישמים ידע לגבי הכללים השגויים להשוואת מספרים עשרוניים בהקשר של קביעת ציונים במבחנים.

מטרה רחבה שלנו היא לבחון האם יש קשר בין ידע סטודנטים להוראה ומורים על שגיאות אופייניות בנושאים מתמטיים שונים לבין האופן שבו הם מעריכים את הישגי תלמידיהם. במאמר זה נתייחס לקביעת ציונים במבחן בנושא השוואת מספרים עשרוניים. בהתאם לכך, הצגנו שתי שאלות:

1. מהם הציונים שאותם סטודנטים להוראה נוטים לקבוע על משימה של השוואת מספרים עשרוניים לפני החשיפה לכללים שגויים אופייניים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים?
2. מהם הציונים אותם סטודנטים להוראה נוטים לקבוע על משימה של השוואת מספרים עשרוניים

להוראה לגבי כללים שגויים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים. נתאר, ראשית, את שני הכללים השגויים להשוואת מספרים עשרוניים.

כללים שגויים להשוואת מספרים עשרוניים: כלל השלמים וכלל השברים הפשוטים

הספרות המחקרית בשנות השמונים מדווחת על שגיאות שכיחות של תלמידים בהשוואת מספרים עשרוניים (Nesher & Peled; 1986; Resnick et al, 1989; Sackur-Grisvard & Leonard, 1985). במחקרים אלה מתוארים שני כללים שגויים מרכזיים באמצעותם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים השווים בחלק השלם שבהם. הכלל השגוי הראשון הוא כלל השלמים. על פי כלל שגוי זה "המספר העשרוני שמספר הספרות בחלק העשרוני שבו רב יותר הוא הגדול יותר". בהתאם לכלל זה ישנה נטייה לקבוע, למשל, כי " $0.9 < 0.4513$ " כי " $4513 < 9$ ". תלמידים המשתמשים בכלל שגוי זה מתייחסים לחלקים השְבְרִיִים של המספרים העשרוניים כאל מספרים טבעיים, ומשווים חלקים אלה באופן שבו הם משווים מספרים טבעיים.

הכלל השגוי השני הוא כלל השברים הפשוטים, שלפיו "המספר העשרוני שמספר הספרות בחלק העשרוני שבו קטן יותר הוא הגדול יותר". בהתאם לכלל שגוי זה ישנה נטייה לקבוע, למשל, כי " $0.4 > 0.78$ " כי עשיריות תמיד גדולות ממאות". מקורו של כלל שגוי זה הוא בידע לגבי גודל החלקים השבריים בשברים פשוטים (דוגמה לכך, ש"עשיריות גדולות ממאות ולכן מספר שיש בו רק עשיריות חולק לעשרה חלקים, ולכן כל חלק בו גדול מהחלק של המספר שחולק למאה חלקים").

המחקרים שנערכו בשנות השמונים דיווחו על שימוש בכללים שגויים אלה במדינות שונות ובהן ארצות הברית, ישראל וצרפת. בעשורים האחרונים נערכו



איור 1:

משימת מתן ציונים לאייל ולגל

לפניכם תשובותיהם של אייל ושל גל למבחן בנושא השוואת מספרים עשרוניים. אתם מתבקשים לתת ציון לכל אחת מהעבודות:

עבודתו של גל	עבודתו של אייל
א. $0.483 < 0.57$	א. $0.483 > 0.57$
ב. $0.9876 < 0.673$	ב. $0.9876 > 0.673$
ג. $0.623 > 0.1256$	ג. $0.623 < 0.1256$
ד. $0.976 < 0.57$	ד. $0.976 > 0.57$
ה. $0.697 > 0.3476$	ה. $0.697 < 0.3476$
ו. $0.34 > 0.247$	ו. $0.34 < 0.247$
ז. $0.12 > 0.267$	ז. $0.12 < 0.267$
ח. $0.683 > 0.3467$	ח. $0.683 < 0.3467$
ט. $0.783 > 0.6467$	ט. $0.783 < 0.6467$
י. $0.65 > 0.0257$	י. $0.65 < 0.0257$

_____ הציון של גל _____ הציון של אייל

עשרת הפריטים הכלולים במשימה נבנו כך שאייל, שמשיב באופן עקבי על פי כלל השלמים, משיב נכון על 3 מתוך 10 הפריטים, בעוד שגל, שמגיב באופן עקבי על פי כלל השברים הפשוטים, משיב נכון על 7 מתוך 10 הפריטים (הפריטים האחרים). נבהיר כי תשובותיו של אייל לפריטים ב, ד, ז נכונות כיוון שהתשובות הנכונות לפריטים אלה זהות לתשובות שמתקבלות על פי כלל השלמים. בדומה, תשובותיו של גל לפריטים א, ג, ה, ו, ח, ט, י נכונות כיוון שהתשובות הנכונות לפריטים אלה זהות לתשובות שמתקבלות על פי כלל השברים הפשוטים.

מטרת השלב הזה של הפעילות היא לוודא שהסטודנטים להוראה משיבים נכון על המשימה,

אחרי החשיפה לכללים שגויים אופייניים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים?

הפעילות: קביעת ציונים, חשיפה לכללים שגויים, ומתן ציונים

כדי לבחון אם חלים שינויים בציונים שנקבעים על ידי סטודנטים להוראה לאחר חשיפה ועידוד מודעות לכללים השגויים שבהם נוטים תלמידים להשתמש להשוואת מספרים עשרוניים, בנינו מהלך שמורכב משלושה שלבים מרכזיים. השלבים הראשון והשני התבצעו במהלך שיעור בן 90 דקות בכיתה. השלב השלישי הוטל כעבודת בית אישית שהוגשה למורה הקורס.

שלב ראשון: קביעת ציונים לאייל ולגל

סטודנטים להוראה התבקשו, בראש ובראשונה, להשיב בעצמם על משימת השוואה שהכילה עשרה זוגות של מספרים עשרוניים. לאחר מכן הם קיבלו שני דפים, האחד הציג את תשובותיו של אייל למשימת ההשוואה, והשני את תשובותיו של גל לאותה משימה (השמות בדויים). הסטודנטים התבקשו לרשום על כל אחד מהדפים את הציון שאותו הם קובעים לעבודה, ולהחזיר למורה הקורס את שני הדפים. הדפים שניתנו לסטודנטים, המוצגים באיור 1, מעובדים מתוך משימה שמוצגת בספר "מתמטיקה: מחקר והוראה" (תירוש, 1996).





שלב שלישי: התייחסות לכללים וקביעת ציונים לאייל ולגל אחרי היכרות עם הכללים השגויים

שבוע לאחר השלב השני הגישו הסטודנטים להוראה משימת בית, שבה הם התבקשו:

1. להתייחס לטעויות של אייל ולמקורות אפשריים לטעויות שלו,
2. להתייחס לטעויות של גל ולמקורות אפשריים לטעויות שלו,
3. לקבוע ציון לאייל ולהסביר את ההחלטה לגבי הציון שאותו קבעו,
4. לקבוע ציון לגל ולהסביר את ההחלטה לגבי הציון שאותו קבעו.

המהלך המתואר הופעל במשך שנים רבות בכיתות של סטודנטים להוראה. נציג את התמונה הכוללת המתקבלת לגבי האופן שבו סטודנטים להוראה נוטים לקבוע ציונים לפני היכרות עם הכללים השגויים ולאחר היכרות איתם.

כיצד סטודנטים להוראה נוטים לקבוע ציונים לפני ואחרי היכרות עם הכללים השגויים

הסטודנטים להוראה התבקשו לקבוע ציונים לאייל ולגל פעמיים. בפעם הראשונה בכיתה, בתחילת הפעילות (כפי שמתואר בשלב הראשון של הפעילות) ובפעם השנייה בעבודת הבית שהוטלה עליהם לאחר היכרות עם הכללים השגויים. נציג ראשית את הציונים שאותם הסטודנטים להוראה נוטים לקבוע לפני החשיפה לכללים השגויים, ולאחר מכן את הציונים שהם נוטים לקבוע אחרי החשיפה לכללים אלה.

1. מהם הציונים שאותם סטודנטים להוראה נוטים לקבוע על משימה של השוואת מספרים עשרוניים לפני החשיפה לכללים שגויים אופייניים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים?

ולאסוף מידע לגבי הציונים שסטודנטים נוטים לקבוע על המשימה לפני החשיפה לכללים שגויים אופייניים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים.

שלב שני: היכרות עם הכללים השגויים

לאחר מסירת הדפים למורה הקורס, נערכה בכיתה שיחה עם הסטודנטים להוראה. בתחילת השיחה נשאלו הסטודנטים מדוע, לדעתם, אייל וגל ענו כפי שענו. בתשובותיהם הבהירו הסטודנטים כי כאשר הם מתייחסים לתשובות לפריטים לא רק מנקודת המבט של נכון או לא נכון, אלא גם מתוך מחשבה על סיבות אפשריות לכך שאלה הן התשובות שניתנו, הם מזהים שאייל משווה את החלקים הלא שלמים של המספרים העשרוניים כאילו הם מספרים שלמים. לגבי גל, לעומת זאת, הם הצביעו על קושי לזהות מדוע הוא משיב כפי שהוא משיב, וטענו כי ייתכן שהאסטרטגיה שלו זהה לזו של אייל, אלא שהוא לא רושם נכון את סימן אי-השוויון.

בהמשך לשיחה, הוצגו לסטודנטים להוראה שני הכללים השגויים שבהם תלמידים נוטים להשתמש להשוואת מספרים עשרוניים ומחקרים שתיארו את שני הכללים השגויים (כלל השלמים וכלל השברים הפשוטים). נערך דיון כדי להבחין בין פריטים שמצביעים על כלל השלמים (פריטים דומים אך לא זהים לפריטים שנכללו במבחנים של אייל ושל גל, למשל פריט שבו מתבקשים להשוות בין 3.1587 ובין 3.29 - שימוש בכלל השלמים יוביל למסקנה השגויה ש- 3.1587 גדול מ- 3.29) ופריטים שאינם מצביעים על הכללים (למשל הפריט 2.123 ו- 2.367 שבו החלק השלם זהה ובחלק השברי יש אותו מספר ספרות - ולכן גם השימוש בכל אחד משני הכללים השגויים יכול להוליך לתשובה נכונה). בסיום הפגישה (שנמשכה כ-90 דקות) ניתנה לסטודנטים להוראה משימת בית שאותה התבקשו להגיש בתוך שבוע.



את השימוש בכלל השלמים, והצביעו על הפריטים המבחינים בכך. בדומה, לגבי גל, הסטודנטים להוראה זיהו כי הוא משיב באופן שתואם את כלל השברים הפשוטים, והצביעו על הפריטים המבחינים בכך.

את הציונים שקבעו הסטודנטים להוראה בעבודת הבית קיבצנו לשתי קטגוריות מרכזיות: קביעת ציון על פי מספר הפריטים הנכונים, וקביעת אותו ציון לאייל ולגל.

קביעת ציון על פי מספר הפריטים הנכונים

מרבית הסטודנטים להוראה (כ-60% מהם) בחרו לקבוע לאייל ולגל ציונים בהתאם למספר הפריטים הנכונים גם לאחר ההיכרות עם הכללים השגויים להשוואת מספרים עשרוניים, וזאת במשך שנים של הפעלת הפעילות בכיתות של סטודנטים להוראה. נציג שתי קטגוריות מרכזיות של תשובות שנתנו הסטודנטים שהחלטתם הייתה לשמר את הדרך שבה הם קבעו את הציונים (הקטגוריה הראשונה שכיחה יותר).

שיקולים מערכתיים.

"הייתי רוצה לתת לשניהם ציון נכשל כי שניהם לא יודעים איך להשוות מספרים עשרוניים. אבל אין אפשרות לתת לתלמיד שיש לו שבע תשובות נכונות ציון נכשל. זה יכול מאוד לסבך עם התלמיד ועם ההורים שלו ועם המערכת. כך שברור שלגל אני צריך לתת ציון 70. לאייל אני יכול לתת ציון 30. שניהם לא יודעים להשוות מספרים עשרוניים."

אין אפשרות לקבוע ברמה גבוהה של ביטחון מה הביא לתשובות אלה.

נימוק אופייני של הסטודנטים להוראה שנכללים בקטגוריה זו היה "בגלל שהם לא התבקשו להסביר איך הם חושבים אני לא יכולה להיות בטוחה שהם באמת טועים על פי הכללים האלה. אולי יש משהו אחר שגורם להם לענות כמו שהם עונים (אולי המספרים המסוימים האלה או משהו אחר). לכן נראה לי הכי נכון לתת את הציון לפי מספר הפריטים הנכונים, ולהזמין אותם לשיחה כדי לדבר ולבדוק איך הם חושבים."

נציין, ראשית, כי הציונים שנקבעו לאורך השנים על ידי מרבית הסטודנטים להוראה על עבודותיהם של אייל ושל גל לפני ההיכרות עם הכללים השגויים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים היו, בהתאמה, 30 לאייל ו-70 לגל, וזאת לפי מספר הפריטים שעליהם כל אחד מהם השיב בצורה נכונה. עם זאת, היו סטודנטים להוראה שהציעו ציונים אחרים לתלמידים. הצעה אחת הייתה לקבוע לשני התלמידים את הציון אפס (בדרך כלל סטודנט אחד בכל שנה). הנימוק האופייני להחלטה זו היה: "שני התלמידים לא מבינים איך צריך להשוות מספרים עשרוניים. אם הם היו מבינים אז אין סיבה שהם יטעו בשלושה תרגילים או בשבעה תרגילים. אז מכאן אני מבינה שאיך שהם פתרו כל תרגיל (נכון או לא נכון) זה במקרה, כי יש 50% סיכוי בכל תרגיל לענות נכון. לכן אני נותנת לשניהם ציון אפס."

הצעה נוספת (הצעה זו הוצעה לכל היותר מטעם סטודנט אחד כל שנה) הייתה לקבוע לכל אחד מהתלמידים ציון 70. הנימוק היה: "אייל משווה את המספרים שאחרי הנקודה כאילו הם מספרים שלמים. גם גל משווה את שני המספרים כאילו הם מספרים שלמים, אבל הוא כותב את סימן אי-השוויון הפוך. גל מקבל 70 כי יוצא שהוא עונה על 7 פריטים נכון. לכן גם לאייל אני אתן 70."

2. מהם הציונים שאותם סטודנטים להוראה נוטים לקבוע על משימה של השוואת מספרים עשרוניים אחרי החשיפה לכללים שגויים אופייניים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים?

בעבודת הבית הסטודנטים התבקשו להתייחס לטעויות אפשריות של אייל וגל, למקורות אפשריים לטעויות, לקבוע ציונים לאייל ולגל ולהסביר את ההחלטות לגבי הציונים שהחליטו לקבוע. הסטודנטים להוראה זיהו ורשמו בעבודת הבית (שניתנה לאחר השלב השני של הפעילות), כי האופן שבו אייל משיב תואם



חושבת שכדאי לתת אפס כדי שיהיה ברור שהכול לא נכון - כשענו נכון זה במקרה ולא מתוך ידע".

נציין כי ההצעה לקבוע לשניהם ציון 70 היא השכיחה ביותר, אחריה - ציון אפס, ההצעות לקבוע ציון 90 או ציון 80 אינן שכיחות.

סיכום והמלצות

בעשורים האחרונים מאמרים ומסגרות תיאורטיות המתארים מרכיבי ידע הנדרשים להוראה מתייחסים בהרחבה לידע על דרכי חשיבה ועל שגיאות אופייניות של תלמידים. אחת השאלות שעולות בהקשר זה, אשר בה התמקדנו במאמר הנוכחי בהקשר לכללים שגויים שעל פיהם תלמידים משווים מספרים עשרוניים, היא: האם ידע על הכללים השגויים שעל פיהם תלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים בא לידי ביטוי באופן שבו סטודנטים להוראה מעריכים את הישגי תלמידיהם, ואם כן, כיצד ידע זה בא לידי ביטוי?

במאמר זה ציינו כי סטודנטים להוראה נוטים, לפני ההיכרות עם כללים שגויים שעל פיהם תלמידים משווים מספרים עשרוניים, לקבוע את ציוני התלמידים במבחן שניתן לתלמידים על פי מספר הפריטים שעליהם התלמידים משיבים נכון. לאחר היכרות עם הכללים מרבית הסטודנטים נוטים לקבוע את הציונים באותו אופן, כשהנימוקים המרכזיים לכך קשורים בתגובות התלמידים, ההורים והמערכת, ובמידת הביטחון שאכן השגיאות נובעות משימוש בכללים השגויים ולא מסיבות אחרות. הסטודנטים להוראה אשר בחרו לקבוע ציונים אחרים (לא על פי מספר הפריטים הנכונים) הציגו שיקולים המתייחסים להוגנות במתן הציונים בהתאם לידע היחסי של התלמידים, לחשיבות שיש לעבודה שיטתית על פי כללים, ולחשיבות שיש ליישום מלא של הכללים שעל פיהם יש להשוות מספרים עשרוניים.

לאייל ולגל צריך לקבוע אותו ציון

סטודנטים להוראה ששינו את הציונים שאותם קבעו לאייל ולגל לאחר ההיכרות עם הכללים השגויים (כ-40% מהסטודנטים) בחרו לקבוע את אותו הציון עבור אייל וגל. זיהינו ארבע קטגוריות של תשובות. נציג את הקטגוריות (מהציון הגבוה לציון הנמוך) והסבר אופייני לכל אחת מהן.

יש לכל אחד מהם טעות אחת (אייל 90, גל 90).

"למעשה יש לכל אחד מהם רק טעות אחת. לכן הציון הוא 90. יהיה קל לתקן את השגיאות שלהם".

שניהם עובדים בצורה שיטתית ומסודרת (אייל 80, גל 80).

"אני מציעה לתת לאייל ולגל את הציון 80. הם עונים לפי כלל מסוים ולא סתם מנחשים. הכללים של אייל ושל גל לא נכונים אבל הם עובדים בצורה שיטתית ומסודרת וזה מאד חשוב במתמטיקה. לכן אני מציעה לתת להם את הציון 80 ולהיפגש ולשוחח איתם על הדרך הנכונה".

לגל שבעה פריטים נכונים והידע שלו אינו רב מהידע של אייל (אייל 70, גל 70).

"לגל אי אפשר לתת ציון שלילי כי יש לו שבעה פריטים נכונים. אי אפשר לתת לו ציון יותר נמוך משבעים. אבל אייל יודע לא יותר ולא פחות מגל, ולכן לשניהם צריך לתת אותו ציון".

שניהם משתמשים בכללים שגויים (אייל 0, גל 0).

"שניהם לא יודעים להשוות בין מספרים עשרוניים ולכן לשניהם צריך לתת ציון אפס, אם משהו יוצא להם נכון זה במקרה, ולא מתוך ידע והפעלת כללים נכונים (למעשה מתוך הפעלת כללים לא נכונים). אם לא מקובל לרשום אפס אז אפשר לרשום נכשל, אבל אני



בהתאם לכללים השגויים. תגובות אלה הובילו את מורה הקורס לבקש מהסטודנטים להציע דוגמאות לפריטים נוספים המזהים את השימוש בשני הכללים, ודוגמאות לפריטים שאינם מזהים את הכללים האלה. בקשה זו הוליכה להצעות של פריטים המזהים ושל פריטים שאינם מזהים את הכללים, ולדיונים מעמיקים בסוגיות שקשורות בפריטים המזהים בהקשר להשוואת מספרים עשרוניים.

הצעות אופייניות לפריטי השוואה בין מספרים עשרוניים כללו בין היתר "הצגת שני מספרים זהים והוספת אפסים לאחד המספרים (למשל השוואה בין 0.6 לבין 0.60 או בין 0.324 לבין 0.32400), הצגת יותר משני מספרים ובקשה מהתלמידים לסדר את המספרים על פי סדר גודל משמאל לימין, וזאת בהקפדה על בחירת מספרים שיכולים לשקף שימוש בכלל שגוי מסוים (למשל, סידור המספרים 0.23, 0.200, 0.5 באופן הבא: 0.23, 0.200, 0.5 יכול לרמז על שימוש בכלל השלמים).

הצעה נוספת (דומה לזו שמוצעת במאמר של Nesher & Peled, 1986) הייתה להציג את הפריט: 0. _ _ _ _ 0. _ _ _ _ כאשר מספר הקווים מציין את מספר הספרות לאחר הנקודה בכל אחד משני המספרים, והספרות שונות מאפס (למשל שלוש ספרות באחד המספרים וחמש ספרות בשני כאשר ערכי הספרות לא ידועים). השאלה שאותה שואלים את התלמידים היא: האם אפשר לדעת אם אחד משני המספרים גדול מהמספר השני, ואם כן - איזה מספר גדול יותר ומדוע? בפריט זה, אם התלמיד ישיב כי הפריט שבו חמש ספרות ריקות גדול יותר מהפריט שבו שלוש ספרות ריקות, ייתכן שהוא משתמש בכלל השלמים. לעומת זאת, אם הוא ישיב שהפריט שבו שלוש ספרות ריקות גדול יותר מהפריט שבו חמש ספרות ריקות, ייתכן שהוא משתמש בכלל השברים הפשוטים.

את הדיון אפשר להרחיב לגבי הפריטים המאבחנו בנושאים מתמטיים אחרים.

ההתנסות בפעילות זו מזמנת דיון בסוגיות מרכזיות בחינוך מתמטי. נציין שלוש סוגיות אופייניות שבהן התמקדו השיחות שנערכו עם הסטודנטים להוראה בפגישות עם החזרת עבודות הבית (סוגיות שבהן מומלץ לדון עם הסטודנטים).

מטרות שונות של הערכה

הערכה היא רכיב בלתי נפרד מתהליך ההוראה-למידה בהוראה בכלל (למשל, Phillips, 2018; Shepard, 2000; Wiliam, 2011) ובהוראת מתמטיקה בפרט (למשל, Suurtamm et al, 2016). אחת הסוגיות שהסטודנטים העלו (לעיתים קרובות בעבודת הבית ובמהלך השיחה בעת החזרת עבודת הבית) קשורה למטרת המבחן. הועלו אפשרויות שונות וביניהן האפשרויות שמטרת המבחן היא לבדוק אם התלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים בהתאם לאחד הכללים השגויים האופייניים, והאפשרות שהמשימה ניתנה לתלמידים כחלק ממבחן מסכם. התייחסויות אלה מאפשרות להרחיב את הדיון, ולבדוק מטרות שונות של הערכה וסוגי הערכה שונים כגון הערכה מעצבת, הערכה מסכמת, הערכה נורמטיבית והערכת קריטריון.

שימוש בידע לגבי שגיאות אופייניות בבחינת כלים להערכה מאבחנת

הדיון בשימוש במשימה ככלי להערכה מאבחנת הוביל לביקורות שונות של הסטודנטים. טענה רווחת הייתה כי אם המטרה היא לבדוק את השאלה: האם התלמידים נוטים להשוות מספרים עשרוניים בהתאם לאחד הכללים השגויים האופייניים, אזי ראוי לבקש מהם לנמק את תשובותיהם (או לפחות חלק מהתשובות): "אם היו מבקשים במבחן לנמק את התשובות, או לפחות חלק מהתשובות, אז אפשר היה לקבוע באופן ברור יותר מהן השיטות על פיהן אייל וגל משווים את המספרים העשרוניים".

ביקורות נוספות התייחסו לחד-גוניות הפריטים, ולכך שראוי לכלול פריטים מסוגים נוספים שיסייעו לקבוע אם תלמידים אכן משווים בין מספרים עשרוניים



קביעת נורמות סוציו-מתמטיות לגבי אופן הערכת הידע

במהלך השיחות שנערכו בנוגע לעבודת הבית הוצגו לסטודנטים להוראה הציונים השונים שנקבעו על ידיהם לעבודת הבית (ציונים על פי מספר הפריטים וארבע הקטגוריות של ציונים זהים). הצגת הציונים עוררה ויכוחים ומחלוקות רבות לגבי הוגנות בקביעת ציונים. מומלץ בהקשר זה, לדון עם הסטודנטים להוראה על החשיבות שיש לשיחה ולהבהרה מראש של הנורמות הסוציו-מתמטיות שעל פיהן מעריכים את ידע התלמידים בכלל ובהקשר למבחנים בפרט.





- Ren, K., & Gunderson, E. A. (2019). Malleability of whole-number and fraction biases in decimal comparison. *Developmental Psychology*, 55(11), 2263-2274.
- Resnick, L., Neshet, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 8-27.
- Sackur-Grisvard, C., & Leonard, F. (1985). Intermediate cognitive organizations in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers, *Cognition and Instruction*, 2(2), 157-174.
- Shepard, L. A. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational Researcher*, 29, 4-14.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Suurtamm, C., Thompson, D.R., Kim, R.Y., Moreno, L.D., Sayac, N., Schukajlow, S., Silver, E., Ufer, S. & Vos, P. (2016). *Assessment in Mathematics Education*. Springer.
- Wiliam, D. (2011). What is assessment for learning. *Studies in Educational Evaluation*, 37, 3-14.
- Zehetmeier, S., Potari, D. & Ribeiro, M. (Eds.). (2020). *Professional development and knowledge of mathematics teachers* (Eds.). London: Routledge.

רשימת מקורות

- כהן, נ' (2020). לראות, לנתח ומה שביניהם. *מספר חזק*, 31, 2000, 29-44.
- פלד, א' (2000). פיתוח מודעות, מוטיבציה ויכולת של המורה לאבחן מודלים סמויים של תלמידים. *על"ה - עלון למורי מתמטיקה*, 26, 33-41.
- תירוש, ד' (1996). *מתמטיקה: מחקר והוראה*. תל-אביב: מופת.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry: A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematical Education*, 25, 166-208.
- Depaepe F, Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education*, 34(2), 12-25.
- Durkin, K., & Rittle-Johnson, B. (2012). The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction*, 22, 206-214.
- Moloney, K., & Stacey, K. (1997). Changes with age in students' conceptions of decimal notation. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 25-38.
- Neshet, P., & Peled, I. (1986). Shifts in reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 67-79.
- Phillips, D. C. (2018). The many functions of evaluation in education. *Education Policy Analysis Archives*, 26(46). <https://epaa.asu.edu/index.php/epaa/article/view/3811>