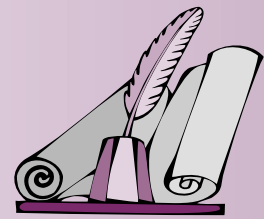


מתמטיקה במקורות



דוד

דוד קורן, מכללת ליפשיץ, ירושלים

פלינדרום

בחרנו ככותרת למאמר מילה מיוחדת, לא בגלל שכותב המאמר נושא שם זה, ואפילו לא בגלל דוד המלך. השפה ייצרה מילים כמו: "תות", "נתן", "חוח" ו"שמש". כמוכן שגם בשפות זרות ישנן מילים כאלה, אך במאמרנו נדגים לכם "מילים" מסוג זה רק בעברית ובמתמטית. המיוחד במילים אלה שניתן לקרוא אותן הן מימין והן משמאל. מילים כאלה מופיעות כמוכן גם במקרא: **"ויהיו חיי שרה..."** "יוסף בן שבע עשרה שנה היה רעה את אחיו בצאן". "ויאמר לאחיו הנה חלמתי חלום עוד". "וכל אשר יש לו בבית נתן בידי". למילים כאלה קוראים פלינדרומים, ומתמטיקאים אחדים עסקו במאפיינים של הפלינדרום המתמטי.

פירוש המילה פלינדרום ביוונית הוא "רץ אחורנית". במתמטיקה, פלינדרום הוא מספר שערכו זהה הן בקריאה מימין לשמאל והן בקריאה משמאל לימין, למשל 121. בשפה ניתן להגדיר פלינדרומים של מילים, כמו שכבר ראינו, אך הסתכלו על המשפטים הבאים: **"הכלה הלכה"**, **"רופא נתח חתן אפור"**, משפטים אלה נקראים משני הכיוונים כאחד (בלי להתייחס לניקוד ולפיסוק). ישנם מאמרים שלמים הכתובים כפלינדרומים.

פרשן המקרא אברהם אבן-עזרא שנוולד במאה ה-12 בספרד, שהיה ידוע כאסטרונום, כפילוסוף, כמתמטיקאי וכמשורר, התלהב מהפלינדרומים, ומיוחסים לו כמה משפטים שלמים הכתובים כפלינדרומים.

על הרב אברהם אבן-עזרא מסופרת אגדה הכתובה כאן בלשון עממית. אישה אחת הגיעה אל הרב עם קדרת דבש ובתוכה זכוב קטן. הרב אבן-עזרא הסתכל לתוכה ואמר: **"אכן זכוב הוא, וכידוע לך באכילת חרקים עוברים על חמישה לאווים (איסורים מהתורה)." שאלה האישה את הרב: "ובכן מה עושים, האם לא די להוציא את הזכוב ולאכול את התבשיל?"** ביקש הרב מהאישה שהות קצרה והורה לאישה לשוב אליו בהמשך. לאחר זמן מה החזיר לה

הרב את התשובה בכתב, והרי היא לפניכם:

פ ר ש נ ו
ר ע ב ת נ
ש ב ד ב ש
נ ת ב ע ר
ו נ ש ר פ

"תודה לך כבוד הרב", אמרה האישה, אך איני מבינה את הכתוב, כיצד קוראים זאת? חייך הרב אבן עזרא ואמר לה: "אין זה משנה כלל!" גם אתם הקוראים שימו לב כי ניתן לקרוא את הכתוב מכל הכיוונים. מצאנו לנכון להסביר לכם את תשובת אבן-עזרא, כפי שהוא הסביר זאת לאישה. **פרשנו**, כלומר פרושנו ("ר" נקודה בקובץ, הפירוש שלנו), **רעבתן שבדבש**, אותו זכוב רעב שנכנס ללקק בקדרת תבשיל הדבש, **נתבער ונשרף**, כלומר, שבגלל חום התבשיל הוא נשרף, יש לבערו, כלומר: מאחר והזכוב קטן והתבשיל רב, מוציאים מעט מהתבשיל יחד עם הזכוב ואת שאר התבשיל אפשר לאכול.

פלינדרום נוסף הידוע מאת הפרשן אברהם אבן-עזרא הוא המשפט הבא:

"אבי אל חי שמך למה מלך משיח לא יבא" כאיש מחשבה ורוח הוא כתב לבורא עולם את השאלה בפלינדרום שמשמעותה, הקב"ה, אבי אל חי, שזהו שמך, למה מלך משיח לא יבוא?, כלומר: למה המשיח מתמהמה? ועל כך הוא ענה תשובה בפלינדרום הבא:

"דעו מאביכם כי לא בוש אבוש שוב אשוב אליכם כי בא מועד"

פירוש התשובה במילים פשוטות: המשיח יבוא במועד המתאים (כשיבוא המועד).

כמו שקיימות מילים עם שתיים, שלוש, ארבע אותיות וכיו"ב, שהן פילנדרומים כך קיימים במתמטית מספרים

ב. $23456+65432=88888$
 ג. $31279+97213=128492$
 $128492+294821=423313$
 $423313+313324=736637$

בשלב מסוים של החישוב תגיעו למספר פלינדרומי.

אתגר

- א. כמה פלינדרומים דו-ספרתיים קיימים?
 ב. כמה פלינדרומים תלת-ספרתיים קיימים?
 ג. מה יש יותר, פלינדרומים תלת-ספרתיים או ארבע-ספרתיים?

אתגר

- א. האם סכום של פלינדרומים הוא פלינדרום?
 ב. האם הפרש בין שני פלינדרומים הוא פלינדרום?

אם מצאתם עניין בפלינדרומים, זה הזמן להתחיל בחקירת המספרים, אולי עוד יירשמו על שמכם תגליות בתורת המספרים?
 (למתעניינים ראו גזית, 2002; דויטש 2000)

אם התלהבתם מהפלינדרומים הכינו לכם מילון או חידון על מילים פלינדרומיות, כמו:

- קוץ: חוח
 אות: נון, מם
 על גג הבית: דוד
 שמן: קיק
 מטבע: זוז
 גורם שמימי: שמש

את שאר החידון תמשיכו בעצמכם. אנו מקווים שהמאמר יגרום לכם לחקור את המספרים הפלינדרומים והם יפתחו לכם צוהר לעולם מתמטי חדש ומרתק.

דו-ספרתיים, תלת-ספרתיים וכיו"ב, עד אינסוף, מספרים כמו: 22, 33, 44; 131, 232; 4334, 6446. בניגוד למספרים פלינדרומים שניתן ליצור אינסוף כאלה, המילה הפלינדרומית הארוכה ביותר בעברית היא **מכיתותיכם**. אם נדלקתם על הנושא ישנו בספר השיאים של גינס ערך העוסק בפלינדרומים.

נחזור אל המספרים הפלינדרומים ונציע לכם לחקור את תכונותיהם. נביא לפניכם דוגמאות לעיסוק מתמטי במספרים כאלה: כיתבו מספרים פלינדרומיים דו-ספרתיים, מה אתם יכולים להכליל מהעיון בהם? כיתבו מספרים פלינדרומיים בני 4, 6 ספרות מצד אחד ובני 3, 5 ספרות מצד שני. כדי להקל עליכם הקוראים, נכתוב אנו טענה לגבי מספרים אלה ונשמח אם תכתבו לה הוכחה מתמטית.

טענה: כל פלינדרום בעל מספר זוגי של ספרות מתחלק ב-11 ללא שארית.

לא נכתוב הוכחה מתמטית לטענה זו, אך נסביר את הטענה: כל מספר בפלינדרום זוגי מופיע פעמיים, למשל, במספרים הארבע ספרתיים 2332, 9339 או במספרים השש-ספרתיים 678876, 123321. כל המספרים הדו-ספרתיים עם ספרות זהות מתחלקים ל-11 ללא שארית למשל 66, 88, או בהכללה $10x+x$ שהם $11x$ זאת תכנית מספר המתחלקת ב-11. בעזרת פיתוח המספרים ניתן לראות כי העיקרון מתאים לכל מספר פלינדרומי בעל מספר זוגי של ספרות. נדגים זאת בפלינדרום ארבע ספרתי: $1000x+100y+10y+x=1001x+110y$

אם כן ניתן לטעון ככלל: בכל מספר פלינדרומי עם מספר ספרות זוגי, ניתן לחלק את הספרות לזוגות של מספרים שסכומן מתחלק ל-11 ללא שארית.

אתגר

כתבו מספר כלשהו, הוסיפו לו את המספר הכתוב בסדר הפוך. לסכום חברו את הסכום הכתוב בסדר הפוך.

דוגמאות:

א. $37+73=110$
 $110+011=121$

{ מקורות }

האנציקלופדיה העברית, כרך א', ערך אברהם אבן-עזרא, עמ' 210-217 גזית, אביקם, חושבים לעניין, תל אביב, מסדה. (2002). עמוד 30 דויטש, ז. (2000) פלינדרומים, יחידה 101 חוקרת, אלף-אכס, יכלה ירושלים, מס' 16.