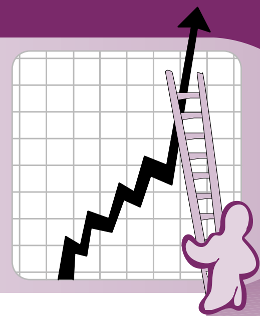

חקירת שברי יחידה (המשך)

עלי עותמאן, מכללת אלשריעה ומדעי האיסלאם, באקה אלגרבייה

חלקו הראשון של המאמר, שפורסם בגיליון מספר 5, עסק בחקירות העוסקות בשברי יחידה. במאמר חקרנו את הדרכים לבטא שבר יחידה כסכום וכהפרש של שני שברי יחידה. בדקנו: האם כל שבר יחידה יכול להיות סכום של שני שברי יחידה? האם יש רק דרך אחת להציג שבר יחידה כהפרש של שני שברי יחידה? וסיימנו בבדיקת המקרים שבהם ניתן להציג רק בדרך אחת את השבר כסכום של שני שברי יחידה, ואת המקרים שבהם יש יותר מאפשרות אחת.

בדיקה זו לוותה בהוכחה האלגברית לכך שאם המכנה של שבר יחידה הוא מספר ראשוני, אז ישנה רק דרך אחת להצגת השבר כסכום של שני שברי יחידה. כלומר, אם n מספר ראשוני אזי:

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$$

בהוכחה האלגברית שמופיעה בחלקו הראשון של מאמר זה, (מספר חזק 2000, גליון 5 עמ' 59) הוכח שלכל $n>1$ טבעי, קיימים שני מספרים a ו- b שונים זה מזה וקיים גם טבעי כך ש: $a=n+u$.
הראנו גם ש:

$$b=\frac{n^2}{u}+n$$

למעשה המקרה של n כמספר ראשוני הוא מקרה פרטי, ונוכל להשתמש בהוכחה זו גם כדי לבדוק כמה אפשרויות קיימות ומה הן האפשרויות להצגת שבר יחידה כסכום של שני שברי יחידה השונים זה מזה גם כאשר n הוא מספר פריק.
נתבונן בשוויון:

$$b=\frac{n^2}{u}+n$$

מאחר ו- b הוא מספר טבעי גדול מ- 1 (המכנה של שבר יחידה שהוא אחד מהמחוברים) וגם n הוא מספר שלם, הרי $\frac{n^2}{u}$ חייב גם הוא להיות מספר שלם. מכאן, ש- u חייב להיות אחד מהמחלקים של n^2.
אבל ידוע כי $u<n$ ומכאן שעלינו לחפש את המחלקים של n^2 הקטנים מ- n.
מחלקים אלו יאפשרו לנו למצוא את האפשרויות השונות ל- b (המכנה של אחד המחוברים). מכאן, הדרך קצרה וברורה למציאת כל האפשרויות להצגת שבר יחידה שמכנהו מספר פריק, כסכום של שני שברי יחידה השונים זה מזה.
נדגים זאת למקרה של: $n=12$
אנחנו מחפשים את הערכים המתאימים ל- u שיקיימו את השיווין:

$$b=\frac{12^2}{u}+12$$

כך ש- b יהיה מספר שלם. כלומר, $\frac{12^2}{u}$ חייב להיות מספר שלם. מכאן, ש- u הנו אחד המחלקים של 12^2.
מאחר וההנחה הבסיסית הייתה ש- $u<n$ הרי שהמספרים המתאימים במקרה זה הם: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9. סך הכל 7 אפשרויות.
ניקח לדוגמה את המחלק 3:

$$b=\frac{12^2}{3}+12=60$$

נשתמש בעובדה ש: $a=n+u$ ונמצא ש- $a=12+3=15$
כלומר שני שברי היחידה שסכומם הוא $\frac{1}{12}$ הם: $\frac{1}{15}$ ו- $\frac{1}{60}$.

בדרך דומה נמצא את שש האפשרויות הנוספות:

$\frac{1}{12}=\frac{1}{13}+\frac{1}{156}$ (עבור המחלק 1)

$\frac{1}{12}=\frac{1}{14}+\frac{1}{84}$ (עבור המחלק 2)

$\frac{1}{12}=\frac{1}{16}+\frac{1}{48}$ (עבור המחלק 4)

$\frac{1}{12}=\frac{1}{18}+\frac{1}{36}$ (עבור המחלק 4)

$\frac{1}{12}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$ (עבור המחלק 8)

$\frac{1}{12}=\frac{1}{21}+\frac{1}{28}$ (עבור המחלק 9)

כאן, נוכל להרחיב ולשאול: "כיצד נוכל למצוא את מספר המחלקים של n^2 הקטנים מ- n, ולא בדרך של ניסוי?" קל לראות כי אם n הוא מחלק של n^2 וקיימים שני מספרים (r,t) שונים מ- n שמכפלתם שווה ל - $n^2=rxt$. הרי שברור שאחד מהמספרים קטן מ- n והשני גדול ממנו. לשני מספרים אלו נקרא "בני זוג" של מחלקים. מכאן, לכל מחלק של n^2 הקטן מ- n קיים בן זוג הגדול מ- n שגם הוא מחלק של n^2.

מכאן, שאם מספר המחלקים של n^2 הוא m, הרי שמספר המחלקים של n^2 הקטנים מ- n הוא $\frac{1}{2}(m-1)$.

לדוגמה: אם $n=10$, אז $n^2=100$.

המחלקים של 100 הם: 1, 2, 4, 10, 20, 25, 50, 100.

סך הכל 9 מחלקים.

על-פי הנוסחה שמצאנו, מספר המחלקים של 100 הקטנים מ- 10 הוא:

$\frac{1}{2}(9-1)=4$

ואכן יש לנו 4 מחלקים קטנים מ- 10: 5, 4, 2, 1.

מכאן, נוכל להמשיך ולדון במספר המחלקים של מספר כלשהו.

מתמטיקה של נישואים

מתוך: Oman, Math News #243, Aug.9.2003

בעיתון הלונדוני Daily Telegraph הופיעה הכתבה הבאה:

המתמטיקאי פרופסור ג'יימס מוריי (James Murray) אומר שהוא יכול לנבא, בדיוק כמעט מוחלט, אילו זוגות שזה עתה נישאו ייהנו מנישואים מאושרים, תוך שימוש בשני **ישרים אלגבריים**.

מוריי אומר שלשתי הנוסחאות שהוא פיתח יש 94 אחוזי הצלחה, כאשר באים לנבא האם זוג יישאר ביחד. הנוסחאות חושבו במהלך מחקר בן 10 שנים של 700 זוגות בארצות הברית, שנוהל על-ידי מוריי. מוריי הציג את ממצאיו לראשונה בכנס ב-Dundee, Scotland בתחילת אוגוסט ב- University of Washington, Seattle הניסוי שנערך בעזרת פסיכולוג, כלל צפייה בזוגות במשך שיחה בת 15 דקות בזמן שהם היו נשואים "טריים".

היכולת של זוג לתקשר בנושאים כמו מין, גידול ילדים או כסף, נמדדה תוך שימוש בסולם שנתן נקודות חיוביות עבור סימנים טובים, כגון חיוכים ומחוות מביעות חיבה, ונקודות שליליות עבור סימנים רעים, כגון גלגול עיניים, לגלוג וקרירות.

הוא השתמש במערכת ציינון פסיכולוגית מקובלת, כדי להעניק להם נקודות, כגון מינוס שלוש עבור לעג, ופלוס שתיים עבור הומור. לאחר מכן המירו את הנקודות למונחים אלגבריים, שאפשרו למבצעי המחקר לעשות השלכות לגבי גירושין. התוצאות הוזנו לשתי משוואות - אחת עבור הבעל, ואחת עבור האישה. הזוגות נבדקו מדי שנתיים, והמודל ניבא אילו נישואים ייכשלו, בדייקנות כמעט מלאה.