

# מחקר שימושי



## מה אומרת הפיקטוגרמה?

מלכה שפט ורונית בסן-צינינטוס, מכללת סמינר הקיבוצים

### הקדמה

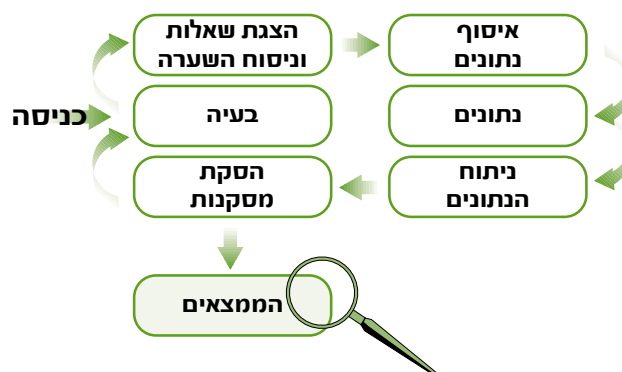
אחד השינויים שחלו במאה העשרים בצורת החשיבה היה המעבר מראיית עולם דטרמיניסטית לראייה הסתברותית. החלטות כלכליות, פוליטיות, מסחריות ואישיות נעזרות במחקרים סטטיסטיים.

המודעות הגוברת לסטטיסטיקה והשפעתה נתנה את אותותיה גם בתחום החינוך, והנושא הוכנס לתכניות הלימודים החל מגן הילדים. עם הגדלת חלקו של התוכן הסטטיסטי בתכניות הלימודים, נוצר הצורך להבהיר מושגי מפתח, ולחקור את התפתחות החשיבה של תלמידים בנוגע למושגים סטטיסטיים שונים.

בארצנו, תכנית המסגרת לגני ילדים (1997) מציגה בפרק המתמטיקה את התיאור הגרפי כייצוג של אירועים כמו: ימי הולדת בגן, תהליכי גידול צמחים. בהצעה לתכנית הלימודים (2000) במתמטיקה לבית הספר היסודי, נכלל הנושא 'חקר נתונים' החל מכיתה א' ועד לכיתה ו'. על התלמידים לעבור את כל שלבי החקר הסטטיסטי הכוללים: ניסוח שאלה, העלאת השערות, איסוף, ארגון, הצגה וניתוח של נתונים, הסקת מסקנות ודיון. המשימות מדורגות לפי יכולות התלמידים.

התכנית חולקה לשלוש רמות התקדמות: כיתות א'-ב', כיתות ג'-ד' וכיתות ה'-ו'. בכל התכניות ניתן דגש לתהליך הסטטיסטי, אשר התלמידים אמורים להתנסות בו ולרכוש כלים להבין ולהתמודד איתו.

לתהליך סטטיסטי יש מתכונת קבועה, המתוארת בסכמה הבאה (בן צבי, 1996):



ג'ונס ואחרים (Jones, et al, 2000) טוענים כי ניתן לזהות ארבע רמות חשיבה סטטיסטית אצל ילדים בבית הספר היסודי:

1. חשיבה אישית ספציפית,
2. מעבר מחשיבה אישית ספציפית לחשיבה כמותית,
3. חשיבה כמותית,
4. חשיבה אנליטית.

הם מציגים את רמות החשיבה בטבלה בה ניתן לאתר כל אחת מרמות החשיבה, בשלבים השונים של התהליך הסטטיסטי. במאמרם הוצגה הטבלה המתארת את רמות החשיבה אך ללא דוגמאות של תשובות ילדים.



אנליטית	כמותית	מעבר מאישית לכמותית	אישית ספציפית	רמות חשיבה	תהליכי עיבוד מידע בתהליך סטטיסטי
				תיאור נתונים (ת)	
				ארגון נתונים וצמצום (א)	
				הצגת הנתונים (ה)	
				ניתוח הנתונים ומתן פירושים (ב)	

על מנת להבין את ארבע רמות החשיבה הסטטיסטית, ראינו תלמידים משני בתי ספר מסביבה סוציאקונומית בינונית ומעלה. מכל אחת מכיתות א'-ו', ראינו שני תלמידים שהוגדרו בינונים או טובים.

הצגנו בפני כל ילד פיקטוגרמה המתארת מספר חברים שבאו לבקר ילד במשך שבוע מסוים. על בסיס הפיקטוגרמה שאלנו את הילדים שאלות שונות. כל שאלה סווגה לאחד משלבי התהליך הסטטיסטי. (ניתן לזהותה על פי האות בסוגריים ליד כל שאלה.)

### חברים באים לבקר

סם היה חולה במשך שבוע וחברים באו לבקר אותו. ניתן לראות את ביקורי החברים לפי "התמונה" הבאה:



●						
●						
●						
●		●				
●		●	●			
●	●	●	●		●	
●	●	●	●		●	●
	<b>שבת</b>	<b>שישי</b>	<b>חמישי</b>	<b>רביעי</b>	<b>שלישי</b>	<b>שני</b>
						<b>ראשון</b>

פיקטוגרמה 1

### השאלות שהוצגו:

- (ת - תיאור נתונים) מה "תמונה" זו אומרת לך?  
 (ג - ניתוח ומתן פירושים) באיזה יום היה **המספר הגבוה ביותר** של מבקרים?  
 (ג - ניתוח ומתן פירושים) כמה חברים באו לבקר את סם **במשך השבוע**?  
 (א - ארגון הנתונים) כמה חברים, **בערך**, באו לבקר את סם בכל יום?  
 (א - ארגון הנתונים) כמה חברים **בממוצע** באו לבקר את סם בכל יום?  
 (ה - הצגת הנתונים) האם תוכל לשרטט את **הגרף בדרך אחרת**?

- (ג - ניתוח ומתן פירושים) כמה חברים, בערך, יבואו לבקר את סם **בשבוע אחר**?  
 (ג - ניתוח ומתן פירושים) כמה חברים אתה מעריך יבואו לבקר את סם **במשך חודש** (4 שבועות)?  
 להלן פירוט הממצאים שמצאנו עבור השלבים של התהליך הסטטיסטי, בכל אחת מרמות החשיבה.

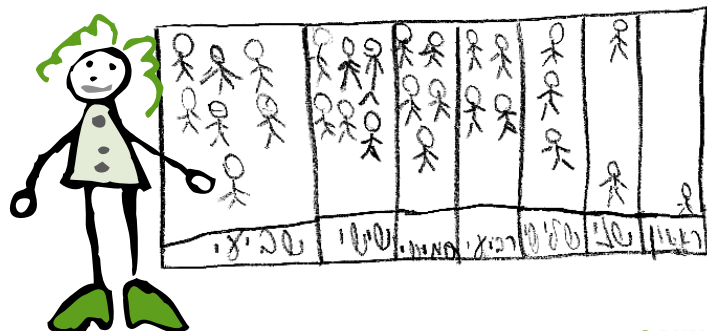
### א. חשיבה אישית ספציפית

- חלק מתשובות התלמידים המייצגות רמת חשיבה אישית ספציפית אספנו בטבלה הבאה (טבלה 1).  
 האות ליד תשובת הילד מציינת באיזו כיתה הילד לומד.

תהליך סטטיסטי	השאלה שנשאלה	מאפייני רמת החשיבה	דוגמאות לתשובות הילדים
תיאור הנתונים	מה "תמונה" זו אומרת לך?	נותן תיאור לא ממוקד המכיל אינפורמציה אישית.	ב: הרבה חברים באו לבקר אותו ודאגו לו והם חברים טובים שלו, ונתנו לו הרבה מתנות וזהו. ה: סם ילד חברותי, יש לו הרבה חברים וביום שלישי הם עסוקים.
ארגון הנתונים וצמצום	כמה חברים בממוצע באו לבקר את סם בכל יום?	אינו מסוגל לתאר נתונים במונחים של ייצוגיות או "טיפוסי".	ה: אי-אפשר לעשות ממוצע כי 19 זה מספר ראשוני.
הצגת הנתונים	האם תוכל לשרטט את הגרף בדרך אחרת?	אינו מארגן או מייצג מחדש את הנתונים.	ה: שרטטתי את החברים שלו. (ראה שרטוט 1) ג: ביום ראשון - 1 ביום שני - 2 ביום שלישי - 3 ביום רביעי - 4... (ראה שרטוט 2)
ניתוח הנתונים ומתן פירושים	כמה חברים יבואו לבקר את סם בשבוע אחר?	מגיב שגוי/לא רלוונטי כאשר נדרש "לקרוא מעבר לנתונים".	ה: 22. כי זה מספר המזל שלי.

טבלה 1 - דוגמאות לחשיבה אישית ספציפית

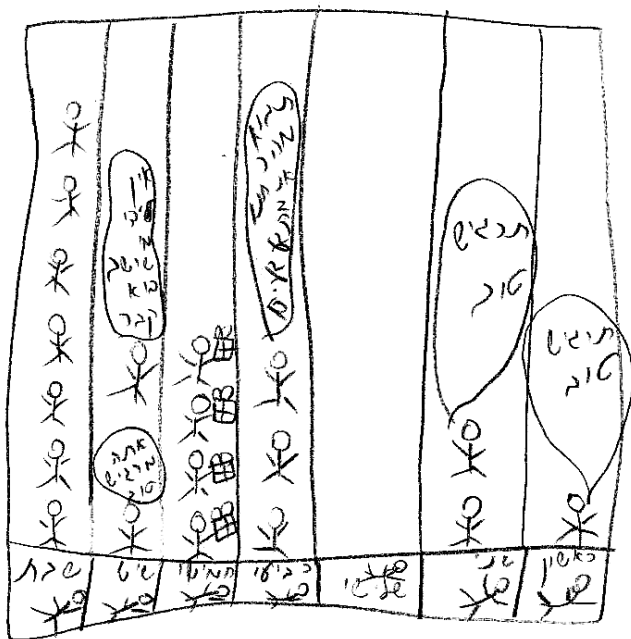
באיור 1 כדאי לשים לב לציור הילד החולה כשהוא שוכב, ולשלטים שהילדים נושאים ובהם הם מברכים את הילד: "תרגיש טוב", "תבוא מהר אנחנו מתגעגעים", "אין לידי מי שישב".



איור 2

באיור 2 אפשר לראות כי הילד לא הציג את הנתונים בדרך אחרת בגרף החדש אלא שינה אותם. הוא הוסיף ילדים ליום שלישי, רביעי, חמישי ושישי. לדוגמה: ביום שלישי במקום אף ילד יש עכשיו 3 ילדים, וביום רביעי יש עכשיו 4 ילדים במקום 3 ילדים. הילד יצר טור מספרים עוקבים מ-1 עד 7 והקפיד על התאמה לשמות הימים בשבוע.

בטבלה זו אפשר לראות כי ילדים המשתייכים לרמת החשיבה האישית ספציפית, אכן, מוסיפים פרטים ותיאורים המשקפים תפיסת עולם אישית של הגשות בקשות ואיחולים לנתונים הקיימים. הם אינם מתייחסים לנתונים בלבד. ראוי לציין כי גם ילדים מכיתה ה' מציגים רמת חשיבה אישית ספציפית ולא רק תלמידי הכיתות הנמוכות.



איור 1

תהליך סטטיסטי	השאלה שנשאלה	מאפייני רמת החשיבה	דוגמאות לתשובות הילדים
תיאור הנתונים	מה תמונה זו אומרת לך?	מציג תיאור מהוסס ואינו שלם, המראה על הבנה חלקית של הגרף.	ה': כל ● זה חבר שבא לבקר. יש ימים שילדים יש יותר זמן פנוי ויש ימים שילדים פחות זמן פנוי.
ארבון הנתונים וצמצום	כמה חברים, בערך, יבואו לבקר את סם בכל יום?	נותן הסבר מהוסס, לא רלוונטי של הנתונים במונחי "טיפוסי".	ה': בערך 4. כי זה נראה הכי ... זה נראה יותר ממוקד.
הצגת הנתונים	האם תוכל לשרטט את הגרף בדרך אחרת?	מייצר פיזור שבחלקו נכון אבל אינו מנסה לסדר מחדש את הנתונים.	ו': אני יכול לכתוב 1 במקום כל ●. ד': אני יכול להציג בכל יום כמה תלמידים באו ובאיזה שעה.
ניתוח הנתונים ומתן פירושים	כמה חברים יבואו לבקר את סם בחודש (ארבעה שבועות)?	מגיב מוזר או בלתי עקבי כאשר נדרש לקרוא מעבר לנתונים.	ה': כל הכיתה תבוא. אולי יחזרו פעמיים שלוש. גם המורה תתקשר לבדוק מה שלומו.

טבלה 2 - דוגמאות למעבר מחשיבה אישית ספציפית לחשיבה כמותית

למול פיקטוגרמה 1 שבה הכמות בכל עמודה מצויינת באופן מפורש וניתנת למניה הילד באיור 3 בחר להציג את הנתונים בדיאגרמת עמודות. בדיאגרמת עמודות הכמות אינה מפורשת מיידיית ונדרשת קריאה בציר המספרים המצוי בצד הדיאגרמה. מעבר זה מעיד על חשיבה כמותית.

#### ד. חשיבה אנליטית

מצאנו תשובות מעטות המייצגות רמת חשיבה אנליטית. כדי לנסות ולאתר חשיבה אנליטית בשלב "תיאור הנתונים", בו הילד אמור לזהות שני ייצוגים שונים של אותם הנתונים, צירפנו פיקטוגרמה חדשה המתארת את אותו הסיפור אך הנתונים בה מאורגנים אחרת (ראה פיקטוגרמה 2). הפיקטוגרמה החדשה הוצגה רק לתלמידי ה' ו-ו'.

#### חברים באים לבקר

סם היה חולה במשך שבוע וחברים באו לבקר אותו. ניתן לראות את ביקורי החברים לפי "התמונה" הבאה:

●	●	●	●●	●
חבר אחד	שני חברים	3 חברים	4 חברים	7 חברים

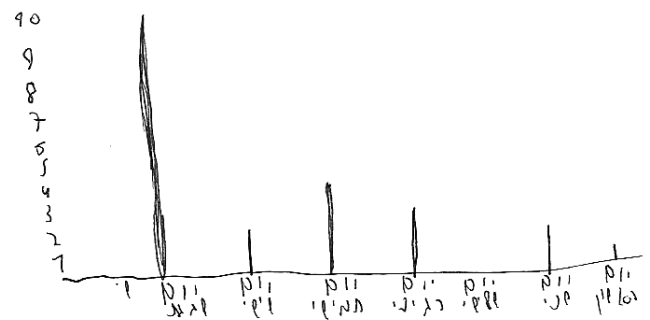
פיקטוגרמה 2

#### ב. מעבר מחשיבה אישית ספציפית לחשיבה כמותית

תשובות של ילדים המאפיינות את המעבר מחשיבה אישית ספציפית לחשיבה כמותית מופיעות בטבלה 2. תשובות הילדים בטבלה 2 מציגות התחלה של חשיבה כמותית המתמקדת בקריאת הנתונים, אך עדיין הם מוסיפים פרטים אישיים הספציפיים להם, שאינם רלוונטים לסיטואציה או לנתונים.

#### ג. חשיבה כמותית

חלק מתשובות התלמידים המייצגות רמת חשיבה כמותית אספנו בטבלה 3.



איור 3

הליך סטטיסטי	השאלה שנשאלה	מאפייני רמת החשיבה	דוגמאות לתשובות הילדים
תיאור הנתונים	מה "תמונה" זו אומרת לך?	נותן תיאור מלא ואמין.	ג': ביום ראשון בא ילד אחד, ביום שני - 2, ביום שלישי - אף אחד, ביום רביעי - 3, ...
ארגון הנתונים וצמצום	כמה חברים, בערך, באו לבקר את סם בכל יום?	מקבץ או מדרג את הנתונים במחלקות ויכול להסביר את הבסיס לסידור.	ה': בערך, 3 או 2. כי יש הרבה 2 ויש גם יום בלי אף אחד, יום אחד עם 1.
הצגת הנתונים	האם תוכל לשרטט את הגרף בדרך אחרת?	מייצר פיזור תקף המציג ניסיון לארגן מחדש את הנתונים.	ו': דיאגרמת עמודות. ראה איור 3.
ניתוח הנתונים ומתן פירושים	כמה חברים יבואו לבקר את סם במשך חודש ימים (ארבעה שבועות)?	מנסה להשתמש בנתונים ולהסביר את המצב.	ו': אי-אפשר לדעת. אי-אפשר לנחש. כל מספר יכול להיות טוב.*

\* הילד מבין מהנתונים כי זה שבוע מקרי ואין אפשרות להסיק מכך לגבי שבועות אחרים.

טבלה 3 - דוגמאות לחשיבה כמותית

הממצאים המתארים את רמת החשיבה האנליטית מרוכזים בטבלה 4.

### מתוך הריאיונות ותשובות הילדים נמצא:

1. מרבית התלמידים בכיתות הנמוכות הציגו חשיבה סטטיסטית אישית ספציפית. להפתעתנו, גם תלמידים בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי הציגו תשובות ברמה זו. כולם הוסיפו פרשנויות אישיות ובלתי רלוונטיות לנתונים.
2. תלמידים בכיתות הגבוהות של בית הספר היסודי הציגו תשובות המתאימות לרמה כמותית ומעטים מאד לרמת חשיבה אנליטית.
3. ממעט הילדים שריאיינו, מצאנו כי יש ילדים שכל תשובותיהם משתייכות לרמת חשיבה אחת (בעיקר ילדים צעירים שענו תשובות ברמת חשיבה אישית ספציפית). לעומתם, יש ילדים שתשובותיהם מתפזרות על פני רמות חשיבה שונות (מאישית ספציפית ועד כמותית).
4. אצל כל הילדים בכיתות א'-ה' נמצאה לפחות תשובה אחת ברמת חשיבה אישית ספציפית.
5. נוכחנו שתלמידי כיתות ה'-ו' התקשו בחישוב הממוצע על אף שלמדו את הנושא. חלקם טענו שלמדו את הנושא אבל שכחו ("הייתה לי כזאת חוברת אבל שכחתי", "למדנו, אבל אני לא זוכרת"). חלקם נתקלו בקשיים חישוביים ("19 הוא מספר ראשוני לכן לא ניתן לחשב לו ממוצע",

או "19 אינו מתחלק ב-2"). כך או אחרת הם הציגו הבנה לקויה לגבי הממוצע ומה הוא מייצג. ממצא זה דומה למה שטענו Russell & Mokros (1996). נראה לנו כי תהליך סטטיסטי מזמן אפשרות לחזור ולהתנסות בחישובי הממוצע, תוך יצירת קשרים בין הנתונים והממוצע המסכם נתונים אלה Russell & Mokros. טוענים כי התמקדות בקשר זה צריכה להיות בעדיפות עליונה של החינוך הסטטיסטי, והוא הרבה יותר חשוב מהאלגוריתם לחישוב הממוצע.

לסיכום, על מנת להבין את התהליך הסטטיסטי על הילדים להציג הבנה בשלושה מישורים:

- קריאה של הנתונים - חילוף מידע המופיע באופן מפורש בנתונים (הגולמיים או המיוצגים בגרף כלשהו).
- קריאה בין הנתונים - מציאת קשרים בין הנתונים המופיעים בגרף. כמו: השוואה, מציאת הערך הגדול ביותר, בערך, ממוצע.
- קריאה מעבר לנתונים - עריכת תחזית, ניבוי או היסק ערכים מחוץ לטווח הנתונים הקיימים.

מתוך הריאיונות ותשובות הילדים נמצא כי רק ברמת החשיבה הכמותית הילדים מתחילים להבין את התהליך הסטטיסטי כנדרש, ובשלב החשיבה האנליטית הם מציגים הבנה מעמיקה ומבוססת. אולם, לא כל הילדים בבית הספר היסודי מציגים חשיבה סטטיסטית המתאימה לרמות אלה. גם אחרי שלמדו את הנושא אין לחלקם

תהליך סטטיסטי	השאלה שנשאלה	מאפייני רמת החשיבה	דוגמאות לתשובות הילדים
תיאור הנתונים	האם שתי "התמונות" מתארות אותו דבר?	מספק הסבר עם קשר הגיוני ומובן, כאשר מעריך תיאורים שונים לאותו מסד נתונים.	ו': זה קצת מוזר התרשים הזה. בכלל יש פה 5 ימים. מעניין התרשים הזה... אני לא כל כך מבין. אה... רגע... אולי הבנתי יותר. כן אפשר להציג כך: חבר אחד - רק יום אחד, 2 חברים - פעמיים, 3 חברים - פעם אחת...
ארגון הנתונים וצמצום	כמה חברים, בערך, באו לבקר את סם בכל יום?	מקבץ או מדרג את הנתונים ביותר מדרך אחת, ויכול להסביר את ההבדלים של הקיבוצים השונים.	לא התקבלו תשובות.
הצגת הנתונים	האם תוכל לשרטט את הגרף בדרך אחרת?	מייצר כמה פיזורים תקפים. חלקם מארגנים מחדש את הנתונים.	לא התקבלו תשובות.
ניתוח הנתונים ומתן פירושים	כמה חברים יבואו לבקר את סם במשך חודש ימים (ארבעה שבועות)?	מגיב באופן מלא תקף ועקבי, כאשר מתבקש לקרוא מעבר לנתונים.	ו': אין מספיק נתונים בכדי לדעת אפילו בערך. הכל באקראי.

מסוכן וההורים לא ירשו לבקר אותו. " או: "הרבה יותר כי הוא חולה כל כך הרבה אז ירצו לדעת מה קרה לו."

### מסקנות והמלצות להוראה

מה נוכל להסיק מעדויות אלה לגבי הוראת הנושאים המתאימים בכיתות השונות?

1. נוכחנו כי תלמידים בעלי רמות החשיבה האישית ספציפית ורמת המעבר מחשיבה אישית לכמותית, מצויים בכל הכיתות של בית הספר היסודי. על המורה לארגן פעילויות כדי לאתר מהי רמת החשיבה של תלמידיו, כגון: משימות קריאה של גרף חדש, השוואה בין שתי נקודות על הגרף, חישובים שונים לגבי הנתונים והסקת מסקנות.
2. נראה שתלמידים צריכים לדבר יותר על הנתונים בהצגותיהם השונות - טבלאות או גרפים, הן אלה שניתנים להם לקריאה והן אלה שהם יוצרים בעצמם. מתוך הריאיונות עם התלמידים, ראינו שהם מתמקדים יותר בסיפור עצמו - בסיטואציה בה מוצגים הנתונים, מאשר בנתונים עצמם. לכן התלמידים צריכים לדבר על הגרפים או הטבלאות ולדון בהיגדים הרלוונטים להם ובאלה שאינם רלוונטיים. גיונס ושותפיו למחקר טוענים כי פעילויות ודיונים כאלה מעלים את רמות החשיבה הסטטיסטית של הילדים.
3. באותן שאלות בהן הילדים נדרשו לקרוא מעבר לנתונים, מצאנו ביטוי רב לפרשנות אישית שלהם. גם תלמידים שבשאלות אחרות הציגו רמת חשיבה כמותית, בשאלות אלה התגלתה רמת חשיבה אישית ספציפית. לכן, במשימות של קריאה מעבר לנתונים, יש להדגיש בבירור מתי הפרשנות היא אישית ומתי הפרשנות נעוצה בנתונים. במקרה שלנו נמצאה העתקה מלאה מנתוני השבוע הבווד לשבוע אחר, או הכפלה פי 4 לגבי חודש.
4. ילדים רבים התקשו לחשב את הממוצע על אף שלמדו את הנושא. חקר נתונים מזמן סיטואציות אמיתיות מחיי היום יום לחישוב הממוצע. יש לדון עם הילדים מה משמעות הממוצע ומה הקשר בין הממוצע ובין הנתונים אותם הוא מייצג.

מעבר לנתונים, ומתי הם מוסיפים פרשנויות אישיות שאינן רלוונטיות. התופעה מצויה בין תלמידי כל הכיתות מ- א' עד ו'. ממצאים אלה דומים מאוד לממצאיהם של Friel, Bright, & Curcio, (1997) שטענו כי תלמידים מצליחים לקרוא נתונים מדויקים מתוך גרפים ואינם מצליחים להפיק את הקשרים הנכונים מהם.

בריאיונות שערכנו עשינו שני שינויים קלים לעומת המחקר המקורי של ג'ונס ואחרים. אחד - הזזנו את עמודות הפיקטוגרמה כך שהשבוע יחל ביום ראשון ויסיים בשבת; שניים - תיארו סיטואציה בה הילד סם היה חולה במשך שבוע וחברים באו לבקר אותו, בעוד שבמחקר של ג'ונס ושותפיו מדובר בחברים שבאים לבקר את סם במשך שבוע בחופשת הקיץ. נוכחנו לדעת כי כל אחד מהשינויים גרם לילדים להטיות נוספות, ובעיקר לתלמידים המציגים חשיבה אישית ספציפית וחשיבה של מעבר מחשיבה אישית לכמותית.

שינוי הימים הציג רצף עולה של מבקרים, כאשר בחלק מהימים נוצרת התאמה בין מספר המבקרים ליום בשבוע ביום ראשון - 1, ביום שני - 2, ביום רביעי - 3, ביום חמישי - 4, ביום שבת - 7. כתוצאה מכך תלמידים רבים טענו כי ה"תמונה" מציגה מבקר אחד ביום ראשון, שני מבקרים ביום שני, שלושה מבקרים ביום שלישי, וכך הלאה עד 7 מבקרים ביום שבת. (אין אפשרות להשוות עם תשובות של ילדים במחקרם של ג'ונס ושותפיו מכיוון שלא מצויות במאמר דוגמאות לתשובות של ילדים.) בתשובות הילדים הייתה התייחסות למחלה והקשור בה, המעידה על מתן תשומת לב לסיטואציה בה סם היה חולה. ייתכן וזה גרם לתלמידים להציג מגוון רחב של תפיסות אישיות ופרשנויות למצב, ומכאן נבעה רמת חשיבה אישית ספציפית.

לדוגמה: לשאלה "כמה חברים יבואו לבקר את סם במשך חודש ימים?" התקבלו התשובות הבאות: "פחות ילדים כי אם הוא חולה כל כך הרבה זמן אז אולי זה מדבק או

### [ מקורות ]

- בן צבי, ד' ופרידנלדר, א' (1996). סטטיסטיקה בליווי פעילויות חקר במחשב. רחובות: הוצאת מכון ויצמן.
- ת"ל, (1997). תכנית מסגרת לגיל הרך. תל-אביב: הוצאת מעלות.
- Freil, S. N., Bright, G. W., & Curcio, F. R. (1997). Understanding student's understanding of graphs. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3\*.
- Jones, A. G., Langrall, C. W., Thornton, C. A., Mooney, E. S., Wares, A., Perry, B., Putt, I. J., & Nisbet, S. (2000). Using students statistical thinking to inform instruction. In: T. Nahahara, & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Hiroshima, Japan: Hiroshima University.
- Russell, S. J., & Mokoros, J. (1996). What do children understand about average? *Teaching Children Mathematics*, 2\*.

\* תרגום המאמרים מצוי באתר: <http://mathcenter-k6.haifa.ac.il>