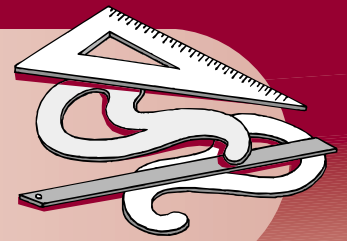


צורה ומרחב - גאומטריה



פירוק והרכבה של מצולעים

מלכה מאונטוויטן, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, משרד החינוך

- פעילות שמצריכה גיוס ידע קודם ואינטגרציה של נושאים. לפניכם פעילות גזירה, אחת מהפעילויות שנוסו בקבוצה הטרוגנית של תלמידים בכיתה ב. הפעילות מתייחסת לפירוק ולהרכבה של מצולעים.

משימת חקר בקבוצות הטרוגניות
משימות חקר מאופיינות בדרך כלל על-ידי אחד או יותר מהאפיונים הבאים:
 - פעילות רב שלבית, פתוחה, שמזמנת עבודה ברמות שונות ומעודדת דרכי פתרון שונות,

פעילויות גזירה*

4. בחרו מצולעים נוספים וחזרו על הפעילות. השלימו את הטבלה הבאה:

מספר הצלעות במצולע שקיבלתי	מספר הצלעות במצולע שבחרתי
5	דוגמה: 4

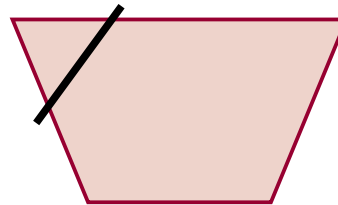
5. א. דן ורן בחרו מחומשים מתוך האוסף. כל אחד מהם גזר את המחומש שלו לאורך קטע. לאחר הגזירה, דן קיבל מרובע ואילו רן קיבל משושה. הייתכן?

ב. אילו מצולעים אחרים אפשר לקבל כאשר גוזרים מחומש לאורך קטע? שערו ובדקו.

6. שערו, מבלי לבצע בפועל, איזה מצולעים יכולים להתקבל אם תגזרו מצולע בן 20 צלעות לאורך קטע?

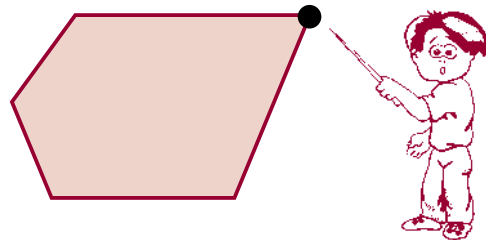
א. גזירות לאורך קטע

בפעילויות הבאות נבצע גזירות לאורך קטע באופן הבא: נגזור את המרובע לאורך הקו המסורטט:



איור 1

נקבל מצולע, המצולע הוא **מחומש**.



איור 2

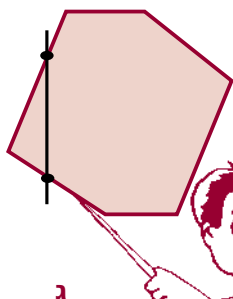
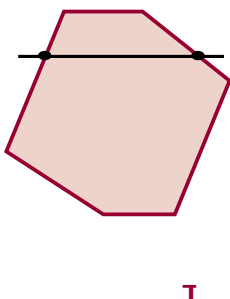
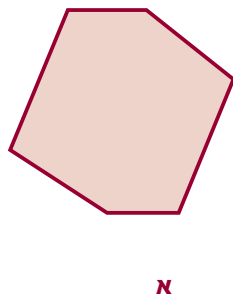
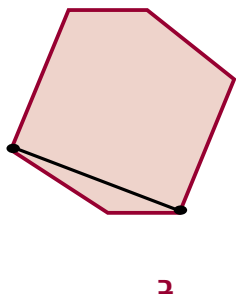
1. בחרו מצולע מתוך האוסף.
2. כמה צלעות למצולע?
3. גזרו אותו לאורך קטע. כמה צלעות למצולע שהתקבל?

* לצורך הפעילות יש להכין אוסף מגוון של מצולעים: משולשים, מרובעים, מחומשים, משושים, משובעים, מתומנים.

בדוגמה (איור 2), במחומש המתקבל מסורטטת נקודה שמהווה נקודת מוצא לספירת הקדקודים (או הצלעות) במצולע המתקבל לאחר הגזירה.

לצורך הפעילות התלמידים מקבלים אוסף של מגוון מצולעים. בסעיפים 1, 2, 3 התלמידים מתנסים בגזירה של מצולע אחד ולאחר מכן, לאחר שהבינו מה נדרש, חוזרים על הפעילות ומשלימים את הטבלה. בשלב זה אין הכוונה לדיון בתוצאות הגזירה ולמציאת תשובה מלאה לבעיית הגזירה. נתאר את הפעילות שבסעיפים 1-3 וניקח כדוגמה גזירת משושה.

דוגמה: בגזירת מצולע בעל 6 צלעות לאורך קטע, כפי שמתבקש בפעילות, אפשר לקבל מצולע בעל 3 צלעות, 4 צלעות, 5 צלעות, 6 צלעות ועד 7 צלעות. בצירוף א, איור 4, רואים מצולע בעל 6 צלעות. אם נגזור אותו לאורך הקטע המסורטט בצירוף ב, נקבל משולש ומחומש. אם נגזור אותו לאורך הקטע המסורטט בצירוף ג, נקבל משולש ומשובע. אם נגזור אותו לאורך הקטע המסורטט בצירוף ד, נקבל מרובע ומשושה. מגוון דומה של מצולעים נקבל אם נגזור מצולע אחר לאורך אלכסון או לאורך קטע מקביל לצלע, החותך שתי צלעות וכדומה.

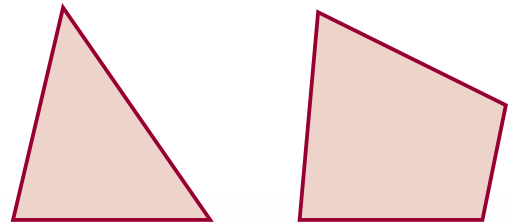


איור 4

פעילויות גזירה

ב. סיפור

משולש ומרובע היו חברים.



איור 3

חשב המשולש:

לי יש 3 קדקודים ולמרובע יש 4 קדקודים. זה לא צודק! אגזור למרובע את אחת מפינותיו. מה דעתכם, האם לאחר הגזירה יהיו למרובע רק 3 קדקודים?

דיון: השוו עם חברים. האם כולכם גזרתם באותו אופן?

ערן אמר: אני גזרתי **מרובע** לאורך קטע, וקיבלתי **מחומש**.

דנה אמרה: אני גזרתי **מרובע** לאורך קטע, וקיבלתי **מרובע**.

מיכל אמרה: אני גזרתי **מרובע** לאורך קטע, וקיבלתי **משולש**.

קחו מרובעים מתוך האוסף ובדקו כיצד בוצעו הגזירות של ערן, דנה ומיכל. הדביקו את החלקים הגזורים. דונו בסוגי הגזירות השונות.

על הפעילות

פעילות הגזירה שלעיל היא פעילות חקר פשוטה שמתאימה גם לתלמידים צעירים בראשית לימודי הגאומטריה. נתמקד תחילה במבנה הפעילות ולאחר מכן נבהיר את היבטי החקר שבה.

הפעילות פותחת בדוגמה המתארת כיצד יש לבצע את הגזירה. בדוגמה מסורטט מצולע מסוים וכיוון הגזירה הוא מסוים אולם הפעילות מכוונת למצולע כלשהו ולקטע כלשהו.

התלמידים ולא רק בתשובה הסופית לשאלה שהוצגה. חלק מהתהליך הוא הנטייה לחפש חוקיות. בעקבות סעיף 4, חלק מהתלמידים, למרות שלא התבקשו במפורש לעשות זאת, הבינו שיש חוקיות בפעילות הגזירה, בחנו אותה וניסו לנסח אותה.

רוב התלמידים בכיתה ב שהתנסתה בפעילות, בשלבים הראשונים של העבודה, אמרו שבגזירה מתקבל מצולע שיש לו צלע אחת יותר מאשר למצולע המקורי. רובם לא שמו לב לאפשרויות נוספות. למרות שחלק מהתלמידים נסחו רק הכללה חלקית, יש חשיבות לעצם הניסיון לבצע רפלקציה על הפעילות ולהסיק מסקנות.

פעילות חקר מזמנת פתרון בעיות ברמות שונות. בפעילות הגזירה שלעיל ראינו אסטרטגיות פעולה שונות החל מניסוי ובידוק, דרך תכנון ודמיון הגזירות, על מנת, למשל, לקבל ממרובע גם משולש, גם מרובע וגם מחומש. מדרכי העבודה של התלמידים השונים ושל המורים אפשר לראות שהפעילות אפשרה עבודה ברמות שונות ועודדה דרכי פתרון שונות.

בעבודה עם מורים ותלמידים במילוי הטבלה, ראינו דרכים שונות של איסוף הדוגמאות על מנת להגיע להכללה. רוב התלמידים גזרו בכל שלב מצולע בעל מספר צלעות שונה. חלק מהמורים לקחו מצולעים בעלי אותו מספר צלעות וגזרו אותם בדרכים שונות. היו גם תלמידים שגזרו מצולעים ומלאו את הטבלה ללא כל ניסיון להגיע להכללה. בכיתה הטרורגנית אובחנו רמות התמודדות שונות עם הפעילות. מעבר לארגון שונה של הדוגמאות, מיון וחיפוש ההכללה היו הבדלים בתיאור הגזירות.

חלק דיברו על גזירת קדקודים, על הקשר שבין "העלמת" קדקודים למספר הצלעות במצולע המתקבל, ואחרים תיארו גזירה של צלעות, סמוכות או נגדיות, גזירה לאורך אלכסונים וכדומה.

בניסוי הפעילות עם תלמידים בכיתה ד, תלמידה כתבה: **גזרתי מחומש וקיבלתי מחומש. גזרתי מתומן וקיבלתי משוּבַע. גזרתי משושה וקיבלתי מחומש.**

ברמה גבוהה יותר, בעבודה עם מורים בהשתלמות, הם התבקשו, מעבר להתנסות בפועל, לאפיין את הגזירה ולקבוע על-פי דרך הגזירה האם מספר הצלעות יגדל, יקטן או יישאר כמו במצולע המקורי. שימו לב, ניתן לגזור לאורך אלכסון, במקביל לאחת הצלעות וכו'.

ובהכללה, בגזירת מצולע בעל n צלעות לאורך קטע, כפי שמתבקש בפעילות, אפשר לקבל מצולע בעל 3 צלעות, 4 צלעות עד מצולע בעל $n+1$ צלעות.

בפעילות 4, מתבקשים התלמידים להשלים את הטבלה. שאלות 5, 6 הן שאלות של דיון בפעילות הגזירה המחייבות התבוננות בתוצאותיה והסקת מסקנות. שאלה 5, 6 מכוונת להכללה לגבי מחומש, בדרך של העלאת השערה ובידוקה, ושאלה 6 מכוונת להכללה לגבי מצולע בעל 20 צלעות ולמעשה מכוונת להכללה לגבי המקרה הכללי.

הסיפור על שני החברים, המשולש והמרובע, חוזר לשאלת הגזירה של מצולעים לאורך קטע מנקודת מבט אחרת. התלמידים נשאלים האם המשולש יצליח בגזירה לאורך קטע להקטין את מספר הקדקודים של חברו המרובע. התשובה יכולה להסתמך על הפעילות הקודמת. ייתכן שבפעילות הקודמת התלמידים קיבלו מחומש בגזירת מרובע. הדיון מזמין את התלמידים לבדוק תשובות נוספות יחד עם חבריהם.

הקטע על ערן, דנה ומיכל בא לעודד את התלמידים להגמיש את ראייתם את המרובע ואת אפשרויות פירוקו בגזירה למצולעים שונים.

סיכום

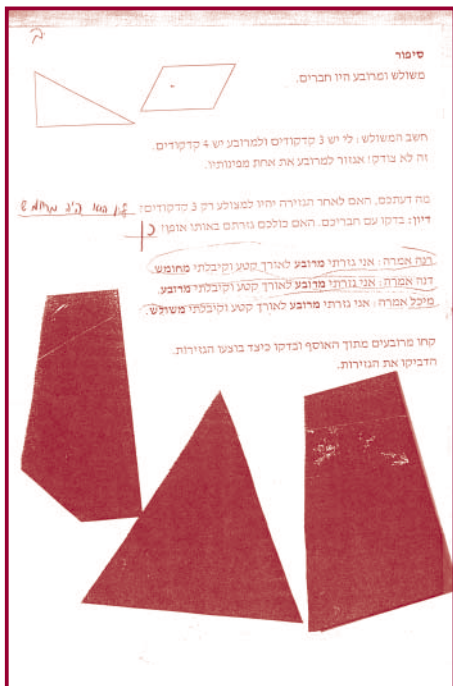
במהלך הפעילות התלמידים עוסקים **בתכנים** הבאים:
- הכרת מצולעים שונים ומיונם לפי מספר הצלעות;
- שיום המצולעים;
- הכרת מגוון מצולעים מכל סוג. לא רק מצולעים פרוטוטיפיים*.

מעבר לתכנים, כאמור, יש חשיבות לתהליך החקר כפי שנפרט להלן.

כפי שכבר צוין, אחד האיפיונים של פעילות חקר הוא: פעילות שמצריכה גיוס ידע קודם ואינטגרציה של נושאים לצורך התמודדות עם מצבים לא מוכרים. הידע הקודם הנדרש לפעילות זו הוא שיום מצולעים לפי מספר הצלעות. התלמידים רכשו ידע זה בכיתה א ונעזרו בו בפעילות הגזירה. בפעילות זו התלמידים קיבלו משימות בהקשר שונה ממה שהכירו בעבר והתמודדו עם המשימות בעזרת ידע שרכשו לפני כן.

בפעילות חקר אנו מתעניינים **בתהליך** העבודה של

* מצולע פרוטוטיפי או אבטיפוס, הוא הדוגמה המובהקת ביותר של מצולע. לדוגמה, הדוגמה המובהקת ביותר של משולש הוא משולש שווה צלעות.



איור 5



- אחד אחרי השני (מצולע שיש לו צלע אחת יותר מאשר למצולע המקורי).

- או אחד לפני או אחד אחרי (מצולע שיש לו צלע אחת יותר או צלע אחת פחות מאשר למצולע המקורי). התלמידה שסברה שמגזירת המשולש את חברו המרובע יתקבל מחומש (ראו דף פעילות באיור 5), בעקבות הקטע על ערן, דנה ומיכל הצליחה לגזור מרובעים ולקבל משולש, מרובע ומחומש. הקטע על ערן, דנה ומיכל עודד אותה לחפש דרכים נוספות שבהן ממשולש מקבלים לא רק מחומש אלא גם משולשים ומרובע.

התלמידה הדביקה את הגזירות (ראו באיור 5 צילום מוקטן של המצולעים שהתקבלו בגזירה). הדבקת המצולעים הגזורים מהווה תיעוד של עבודת התלמידים.

ומה הלאה?

באתר של מרכז המורים* נמצא יישומון גזירת מצולעים, המאפשר לבצע במחשב פעילות דומה של **גזירת מצולעים** לאורך קטע. כמו כן יש באתר המשך של פעילות הגזירה שמתאימה לכיתות דה-ו וכן פעילויות גזירה נוספות. בהמשך לפעילות שתוארה כאן, ניתנה לתלמידי כיתה ב פעילות של גזירת מלבנים. הפעילות תועדה בסרט קצר המיועד למורים: **פירוק והרכבה של מצולעים**, משימת חקר בקבוצות הטרוגניות בהוצאת תל.**

המשתלמים נשאלו האם לדוגמה ניתן להגדיל את מספר הצלעות ב-3.

בפעילות זו, כמו בפעילויות חקר אחרות, אין הכרח להגיע לתשובות מלאות וממצות. בפעילויות חקר יש חשיבות לתהליך החקר ולא דווקא לתוצר. הרפלקציה על דרך העבודה חשובה וכן הדיון בפעילות המתפתח בעקבותיה. בעקבות הפעילות חשוב לקיים שיחה רפלקטיבית שבה דנים במסקנות מהפעילות ובהכללות. חלק מהתלמידים מתנסחים בשפה לא מדויקת אך חשוב לעודד אותם לדון, גם אם השפה אינה פורמלית.

הנה לדוגמה שיחה בין מורה לתלמידה בעקבות הפעילות: המורה פנתה לתלמידה, שמילאה את הטבלה שבדף הפעילות, כמו בדוגמה, וביקשה הסבר.

התלמידה: **הוספנו צלע.** (הכוונה, למצולע שהתקבל יש צלע אחת יותר מלמצולע המקורי).

המורה: **גזרנו קדקוד** (ראו דוגמה בראש דף הפעילות).

התלמידה: **אבל הוספנו שניים** (שני קדקודים). בשאלות 5, 6 יש דוגמה נוספת לתשובות שבהן יש הכללה חלקית. ממצולע בעל 20 צלעות אפשר לקבל בגזירה מצולע בעל 19 צלעות או בעל 20 צלעות, אבל אפשר גם לקבל משולש, מרובע, מחומש וכו'.

התלמידים השתמשו בשפה לא פורמלית לתיאור המצולעים המתקבלים:

* <http://mathcenter-k6.haifa.ac.il>

** הקלטת מופצת ע"י אגף המרכזים הפדגוגיים ומרכזי המורים (אגף מרכז פסגה), רחוב כנפי נשרים 22, ירושלים, טל. 02-5601444.