

פלקטים להעשרה והגברת ההנאה ממתמטיקה

משה סטופל, שלמה חריר, "שאנן", המכללה האקדמית הדתית לחינוך, חיפה

לפלקטים מצורפת חוברת הסברים הכוללת גם רעיונות לבניית משימות ואתגרים דומים על-ידי שינוי נתונים או מרכיבים. כמו-כן מוצעים פתרונות נוספים, כיכולת היצירתיות של המתבונן.

ב- 18 פלקטים מוצגים הנושאים הבאים

מספרים:

- ✖ עולם המספרים - מספרים בעלי תכונות מיוחדות
- ✖ פעולות חשבון על מספרים
- ✖ מספרים בעולם מתהפך
- ✖ מחרוזות של מספרים
- ✖ שיבוץ מספרים במסגרות ייחודיות

נוסחאות:

- ✖ באלגברה
- ✖ בהנדסה - כולל איורים להמחשה
- ✖ לגופים מרחביים (נפח, שטח מעטפת ופנים) - כולל איורים להמחשה

הנדסה:

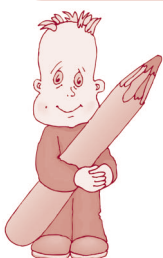
- ✖ קווים, נקודות וצורות משולשים
- ✖ שינוי צורות
- ✖ פרדוקסים בשטחים של צורות
- ✖ חלוקה של צורה מסוימת למספר צורות חופפות או צורות שוות שטח

משפטי יסוד בהנדסת המישור:

- ✖ כולל איורים להמחשה

תכונות של משפחת המרובעים:

- ✖ כולל איורים להמחשה



נטיית לבו, רגשותיו ומחשבותיו של אדם, הולכים בדרך כלל אחרי מה שראו עיניו. כך הדבר כשמסתכלים על נוף קסום, על תכנית מעניינת בטלוויזיה או כשמביטים על חומרי למידה המומחשים על-ידי תצוגה מתאימה.

בחלק נכבד מלימודי המתמטיקה נעזרים באמצעי המחשה חזותיים, החל מפריטים פשוטים בלימוד יסודות החשבון (כרטיסים, חרוזים, קוביות משחק, חפצים), דרך שרטוטים ואיורים בהנדסת המישור, בטריגונומטריה ובהנדסת אנליטית, תיאור גרפי של פונקציות באלגברה ובחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, בגופים מרחביים, ושימושם בחשבונים ועד למחשבים.

ללא ההמחשה החזותית המשודרת לתאי המוח, המעבדים את האותות שנקלטו, קצב הלימוד, רכישת הידע, ההבנה ויכולת הניתוח נפגעים.

כדוגמה לתחום המחייב חשיבה עמוקה, ניתן להביא את משחק השחמט בו יש לוח וכלים. אומנם ישנם שחקנים מבריקים המסוגלים ליצור הדמיה מוחית ללוח והכלים ולשחק שחמט עיוור, אך ללא אמצעי ההמחשה, היכן היופי וההנאה לא רק של השחקנים אלא גם של הצופים מהצד?

אין דומה ההנאה מצפייה בתחרות ספורט בשידור ישיר בטלוויזיה, לזו המתקבלת מהאזנה לשידור התחרות ברדיו, שבו אירועי המשחק מועברים למוח על-ידי חוש השמיעה בלבד.

כדי להעשיר את הידע ולהגביר את ההנאה ממתמטיקה ומהדברים הייחודיים הטמונים בה, הוכן בחוג למתמטיקה של מכללת "שאנן", סט פלקטים עם איורים וכיתובות, המקיפים ענפים שונים של המתמטיקה.

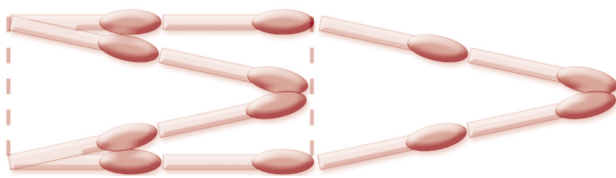
ניתן להשתמש בפלקטים לקישוט פרוזדורי מוסדות החינוך, חדרי לימוד והקבצה וכד'. כך, תוך כדי עמידה, הליכה, ובעיקר התבוננות, רוכשים ידע והנאה ממתמטיקה, בנוסף לטיפוח אסתטי ושיפור האווירה, בבחינת "אפילו הקירות מקרינים מתמטיקה".

המקסימאלי, מבוססת על כך שמבין כל המלבנים בעלי היקף קבוע הגדול בשטחו הוא ריבוע (ניתן להוכיח כאלגברה או בחשבון דיפרנציאלי). קבלת צורות בעלות שטח קטן יותר ניתן לקבל בקלות, על-ידי שינוי המקומות של חלק מהגפרורים, תוך שמירה על כך שהזוויות בכינות הצורות ישרות. בצורה זו השטחים שניתן לקבל הם: 8, 7, 6, 5 יחידות שטח.

יצירת המצולעים בעלי יחידות שטח קטנות יותר, מסובכת בשל הדרישה להשתמש בכל 12 הגפרורים.

כדי להתגבר על הקושי בונים משולש ישר-זווית בעל ניצבים של 3 ו-4 גפרורים ויתר של 5 גפרורים. המשולש הוא ישר-זווית מאחר ואורכי ניצביו מהווים שלישייה פיתגורית. שטח המשולש הוא 6 יחידות שטח (מחצית מכפלת אורכי ניצביו). מצולעים בעלי שטח קטן יותר של 5, 4 ו-3 יחידות שטח, מקבלים על-ידי הכנסה פנימה של גפרורים שליד קדקוד הזווית הישרה. מצולעים בעלי שטחים של 3 ו-4 יחידות ניתן לקבל גם על-ידי שילוב של משולשים שוו-צלעות באופן שבצד אחד של המצולע מתווסף משולש שווה-צלעות ובצד אחר הוא נגרע.

מצולע של 2 יחידות שטח (אינו מופיע בפלקט) ניתן לקבל על-ידי הוספה וגריעה של משולש שווה-שוקיים (איור 2).



2 יחידות שטח

איור 2

הערה: לא נמצא משולש בעל 1 יחידת שטח.

הצעות למשימות המשך לעבודה עצמית של תלמידים

- לבצע את המשימה המופיעה בפלקט א עם מספר אחר של גפרורים, למשל, 10 גפרורים שלא ניתן להרכיב מהם שלישייה פיתגורית.
- לאפשר בניית צורות המורכבות מתת-צורות החסומות על-ידי חלק מהגפרורים.
- לכנות שטח בגודל נתון על-ידי מספר שונה של גפרורים. לדוגמה: בניית צורה של 12 יחידות שטח ניתן לבצע על-ידי 14, 16, 18 ו-26 גפרורים ועוד. עבור מספר מסוים של גפרורים ניתן לקבל כמה צורות שונות המורכבות מריבועים, מלבנים ומשולשים.

יש לציין שחלק גדול מהחומרים המופיעים בפלקטים, לוקטו ממקורות שונים: ספרי לימוד, ספרי העשרה, כתבי-עת וחלקם פרי יצירה של מחברי המאמר. כדי לקרב את הקוראים לעשייה המתוארת, יוצגו שני פלקטים וחומר מפלקטים נוספים.

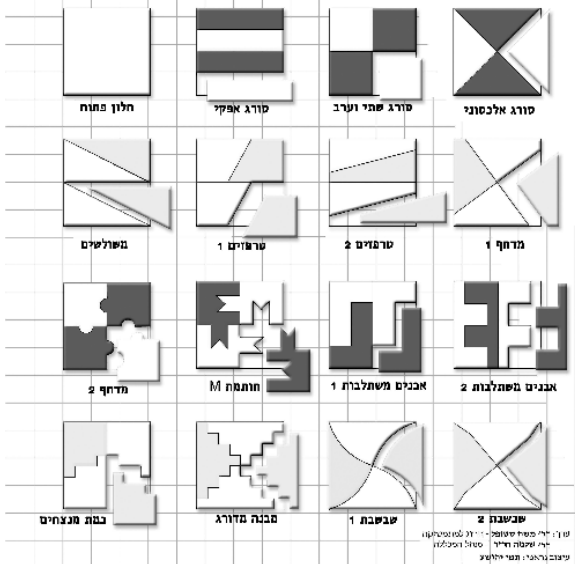
פלקט א

הצגה גרפית של האופנים השונים לבניית שטחים רצופים מוגדרים, בעלי יחידות שטח שלמות, על-ידי שימוש ב-12 גפרורים (איור 1)

איור 1 לגרסת הדפסה של הפלקט, לחץ כאן

פלקט מתוארת בניית צורות שונות בעלות יחידות שטח שלמות, על-ידי שימוש ב-12 גפרורים שלמים. יחידת שטח במקרה זה, היא שטחו של ריבוע הבנוי מ-4 גפרורים. בכל צורה מספר הגפרורים הוא 12. כל גפרור מהווה חלק מהיקף הצורה, ואין תת-צורה החסומה על-ידי גפרורים. לכן כל היקפי הצורות שווים, מה שאינו נכון לגבי השטח. השטח המרבי שניתן לקבל הוא 9 יחידות שטח, וזאת על-ידי בניית ריבוע שכל צלע מורכב מ-3 גפרורים (אינו מופיע בפלקט). הקביעה שאכן זהו השטח

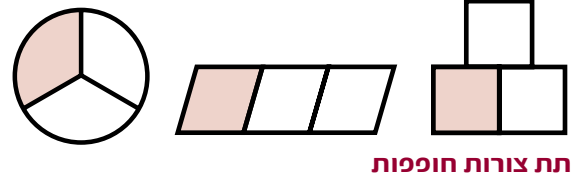
הצגה גראפית
של אופנים שונים לחלוקת ריבוע
לארבעה חלקים שווים-שטח וצורה
(מתוך אינסוף אפשרויות)



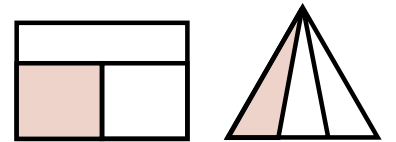
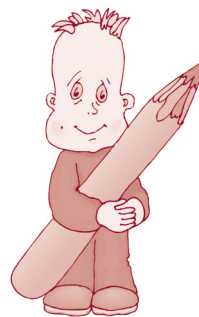
10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20
1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20

4. לתת חוט בעל היקף נתון ולבקש מהתלמידים לבנות מלבנים שונים, למדוד את צלעותיהם ולחשב את השטח. התלמידים יגיעו למסקנה שהשטח הגדול ביותר מתקבל כאשר המלבן הוא ריבוע.

5. להביע את השבר $\frac{1}{3}$ (או כל שבר אמיתי אחר), בעזרת שטחים לפי הדוגמאות שבאיור 3 (ניתן למצוא דוגמאות רבות נוספות).



ת צורות חופפות



ת צורות שאינן חופפות

איור 3

6. ניתן להציג לתלמידים משימות דומות של יצירת שטחים עם גפרורים כפי שהן מופיעות במקורות שבסוף הרשימה ובעיקר במקור השני.

פלקט ב

הצגה גרפית של אופנים שונים לחלוקת ריבוע לארבעה חלקים שווים-שטח וצורה (איור 4)

בפלקט זה מתוארת ההצגה הגראפית של האופנים השונים לחלוקת ריבוע לארבע חלקים שווים-שטח וצורה. הוצגו 15 אפשרויות שונות מתוך אינסוף אפשרויות. לכל חלוקה נבחר שם המתאר את הצורה (או הצורות) המרכיבות את החלוקה. בעזרת דימיון יצירתי ויכולת עיצוב גראפי עם שילוב צבעים, ניתן להציג מגוון נוסף של חלוקות.

כמשימה נוספת אפשר לבקש מהתלמידים לחלק משולש שווה-צלעות ל-3, ל-4, ל-6 ול-8 חלקים חופפים. כמו-כן אפשר להציע לתלמידים לחלק משולש שווה-שוקיים ל-4 חלקים שווים-שטח (לא כולם חופפים).

איור 4 לגרסת הדפסה של הפלקט לחץ כאן

פלקט ג - עולם המספרים

מהעולם הרחב של המספרים, נבחרו 20 מספרים טבעיים ואחרים, שחלק מהם כבודדים או כקבוצה הם בעלי תכונה או תכונות מיוחדות.

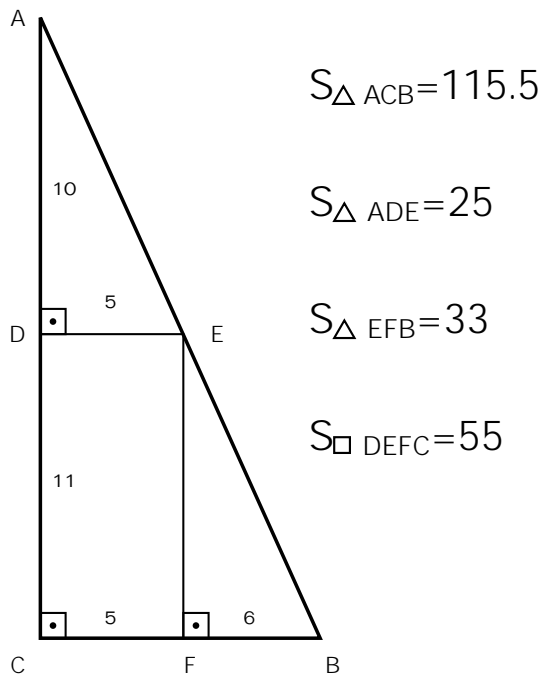
התכונות המיוחדות כוללות; מכפלה וסכום, מספרים "מושלמים", מספרים הנותרים בעלי אותו ערך על-ידי היפוך או שיקוף, מספרים ראשוניים מיוחדים, מספרים פלינדרומים ועוד.

דוגמאות מתוך הפלקט:

60 - המספר הטבעי הקטן ביותר שמתחלק ללא שארית בכל אחד מששת המספרים הטבעיים הראשונים: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

26 - המספר הטבעי היחיד ששני שכניו הם חזקות של מספרים טבעיים עם מעריכים שלמים: $25 = 5^2$, $27 = 3^3$.
1961 - מספר שהופכים אותו על ראשו, הוא נשאר אותו מספר. (בתנאי שהספרה 1 נרשמת כך: |).

מובן שישנם מספרים רבים נוספים בעלי תכונות מיוחדות כגון: 16 - המספר הקטן ביותר שיש לו 5 מחלקים;

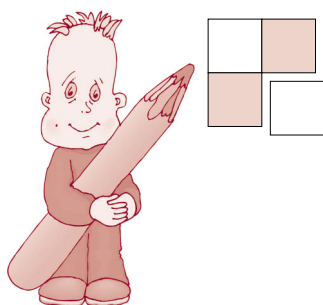


איור 6

הסבר נוסף להבנת הפרדוקס ניתן להביא באמצעות המושג יחסי צלעות מתאימות בין משולשים ישרי-זוויות שוויו-זוויות (דמיון משולשים) או באמצעות שיפוע של ישר, וזאת במסגרת העשרה מתמטית.

סיכום

ההסתכלות בהמחשה חזותית על גבי פלקטים לקישוט, הכוללים איורים וכתוביות בנושאי חשבון והנדסה שונים, עשויה להעשיר את הידע ולהגביר את ההנאה וההתעניינות במתמטיקה. העיצוב הגראפי-צבעוני מושך את העין ומכל מקום תורם לשיפור אסתטי של פני מוסדות החינוך.

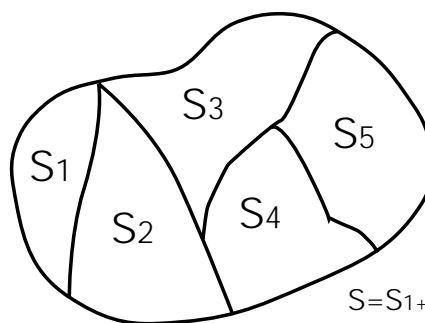


1001 - המספר הארבע ספרתי האי-זוגי הקטן ביותר שהוא כפולה של שלושה מספרים ראשוניים עוקבים 7, 11 ו-13.

המספר 132 הוא המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר שהוא סכום המספרים הדו-ספרתיים הבנויים מספרותיו: $132 = 13 + 31 + 12 + 21 + 32 + 23$. כמשימה אפשר לתת לתלמידים למצוא את שאר המספרים התלת-ספרתיים העונים לדרישה זו.

פלקט ד - פרדוקס השטחים

כידוע שטחה של צורה הוא סכום השטחים של תת-השטחים המרכיבים אותה, כפי שנראה באיור 5.



איור 5

ונהנה בדוגמה (אחת מאלו המופיעות בפלקט): השטח הכולל של המשולש החיצוני שונה משטח שני המשולשים והמלבן המרכיבים אותו, כפי שנראה באיור 6. המידות מופיעות בשרטוט, וחישוב השטחים פשוט ביותר. שטח המרכיבים 113 ואילו שטח המשולש 115.5. הכיצד? פרדוקס!

(אורך הצלעות הוא בס"מ והשטחים ביחידות של סמ"ר). ההסבר לשוני בשטחים הוא שהקו המחבר את הקודקודים A ו-E, B ו-ישר $(\angle AEB \neq 180^\circ)$. הישר שמחבר את הקודקודים A ו-B יוצא מחוץ למשולש הגדול המופיע בציור, ומוסיף את השטח החסר (2.5 סמ"ר). ציור השרטוט בהגדלה היה מאפשר לראות ש-AEB איננו קו ישר.

[מקורות]

- אלף אפס**, חוברות שעשועי מתמטיקה. ירושלים, מכללת ירושלים.
 אבן שושן, א', בק, י' (1954). **אחודה-גא**. ירושלים: עבר.
 בן עזרא, א' (1994). **שיעור חופשי**. זכרון יעקב: קורטוב.
 גזית, א' (2002). **מת לחשוב 10!**. חולון: יסוד, מכללת סמינר הקיבוצים.
 מורג, ו' (2002). **ספר החידות הגדול**. כפר מונש: עופרים.
 סטופל, מ' (1997). משימות ושעשועי מתמטיקה כאמצעי ליצירת הנעה והשבת המקצוע, **שאנן, שנתון המכללה הדתית, ג'**. חיפה.