

א-ג היסטורי



פאפנוטי לבוביץ' צ'בישב (1821-1894)

מרגרט פרוים, מרכז מורים ארצי אוניברסיטת חיפה, מכללת תלפיות

קורות חיים פרקי ילדות

המתמטיקאי פאפנוטי לבוביץ' צ'בישב (Pafnuty Lvovich Chebyshev) מייסד אחת האסכולות המתמטיות הגדולות והחשובות ביותר – נולד ב-16 במאי שנת 1821, באחוזת קטנה בעיר אוקטובו (Okatovo) שברוסיה. משפחתו נמנתה עם המעמד העליון, והוא היה אחד מבין תשעת ילדיה.



אביו, לב פבלוביץ', היה פרש בשורות הצבא הרוסי שלחם נגד פלישת צבאו של נפוליון. הבית שבו גרה משפחת צ'בישב היה יסן והיו בו חדרים רבים ומסדרונות חשוכים, אשר הפחידו את הילדים בערבים, והיוו מקור למשחקים ולתעלולים ביום. כבן למשפחה אמידה החל צ'בישב את חייו בצורה נוחה יחסית, אלא שלא הכול היה מושלם בעולמו. הוא היה ילד רגיש ואף ביישן במקצת שסבל מבעיה פיזית: רגלו האחת הייתה קצרה מהאחרת, ובשל כך הליכתו הייתה מוזרה (בבגרותו אף נאלץ להסתייע במקל הליכה). בשל מגבלה זו נשללו ממנו הנאות המשחק עם שאר הנערים בני גילו. ומאחר שישב רוב הימים מסוגר בביתו, העסיק את עצמו בכל מיני מלאכות והצליוח לבנות בכוחות עצמו מתקנים וצעצועים שונים.

אמו ובת-דודתו של פאפנוטי היו מורותיו הראשונות. אצלן למד קרוא וכתוב, צרפתית וחשבון – מקצוע שהיה אהוב עליו במיוחד. מספרים שכאשר אמו דרבנה אותו לשחק בגינה, מחוץ לבית, הוא חיפש אבנים קטנות, סידר אותן בצורות שונות וכך המציא לעצמו תרגילים מעניינים. גם כאשר, בשנת 1832, עברה המשפחה למוסקבה הברירה, המשיך צ'בישב בן ה-11 ללמוד בבית. בתקופה זו היה לו מורה פרטי בשם פוגורלסקי (Pogorelski) אחד המורים הטובים ביותר למתמטיקה במוסקבה. פוגורלסקי, שהיה מחברם של מספר ספרים נפוצים ורבי ערך במתמטיקה,

"הלמידה המרתקת ביותר היא

המעקב אחרי מחשבותיו של אדם גדול."

(הסופר הרוסי ב.ס. פושקין [טיחומירוב, 2000])

תמונה אחת ממסע במנהרת הזמן

לו ניתן לנו להעיף מבט דרך חלון אחד הבתים של העיר סנט פטרסבורג שברוסיה של אמצע המאה ה-19, היה נגלה לעינינו חדר גדול ומפואר, מקושט בטוב טעם, שבו התקבצו צעירים: חלקם ישובים על כיסאות מרופדים, אחרים עומדים ליד שולחנות מעוטרים עמוסי כל טוב, והם מדברים ולפעמים גם מתווכחים בהתלהבות, כותבים, שותים תה, מביעים דעה על הצגת האופרה האחרונה, על מדיניות ארצות אירופה, על ספר מעניין שקראו, על התגלית המדעית האחרונה.

לכאורה, מפגש רגיל של אינטלקטואלים צעירים, אלא שיש דבר מה המקשר בין האורחים שנאספו באותו חדר – כולם הוכרו כמוכשרים ביותר במחקר מתמטי. חלקם באים מכל רחבי רוסיה וחלקם אף מחוצה לה.

במרכז אותו סלון, על כורסה נוחה מכוסה אריג עבה, יושב המתמטיקאי פאפנוטי לבוביץ' צ'בישב. התלהבותו סוחפת את תלמידיו ומוסיפה חומר בעירה לאש שכבר הוצתה בהם. רעיונות חדשים מכל ענפי המתמטיקה נישאים באוויר. באווירת החדר מייחסים ערך למילה הנאמרת, להתדיינות, יותר מאשר למידע הרשום בכתבי-עת מדעיים.

ניתן לומר שמפגשים מסוג זה השפיעו רבות על המחקר המתמטי הרוסי והעולמי, זמן רב לפני ששיטת הסמינרים הפכה למקובלת בקרב המתמטיקאים של המאה העשרים.

ולחספר לא קטן של אקדמיות למדע אחרות בכל רחבי אירופה. לאחר 35 שנות הוראה ומחקר באוניברסיטת סנט-פטרסבורג הוא פרש, אך המשיך במחקריו המתמטיים. על חייו הפרטיים של צ'בישב ידוע מעט. הוא נותר רווק כל ימיו והתגורר בגפו בבית גדול בן 10 חדרים. למרות עושרו הוא חי בצמצום והסתפק במועט, או כפי שהוא עצמו ניסח זאת פעם: "איני מעשן, איני שותה ואיני משחק קלפים...". צ'בישב היה ידוע ב"תחביב" יקר אחד שהיה לו, ועליו הוציא את מיטב כספו- רכישת אדמות ובתים. ידוע שנולדה לו בת, שגם אם לא הכיר בה באופן רשמי, הוא תמך בה כלכלית ונפגש עמה ומאוחר יותר נפגש גם עם נכדתו לעתים קרובות. פאפנוטי לבוביץ' צ'בישב הלך לעולמו בשנת 1894 בעיר סנט-פטרסבורג והוא בן שבעים ושלוש.

תרומתו של צ'בישב להוראה, למחקר המתמטי ולשילובו בטכנולוגיה צ'בישב כמורה ומחנך

הרצאותיו של צ'בישב היו פופולאריות ביותר והוא תואר על- ידי תלמידיו כ"מורה אמיתי למתמטיקה". סטודנטים רבים שבו ובאו להרצאותיו מספר פעמים, ומי שרצה להבטיח לעצמו מקום ישיבה היה צריך להקדים ולהגיע לפחות שעה לפני תחילת ההרצאה. תלמידו של צ'בישב, המתמטיקאי ליאפונוב (Liapunov) סיפר על שיעוריו של מורהו: "צ'בישב לא ייחס משמעות לכמות הידע המועבר. שאיפתו היתה להבהיר לנו את הנקודות החשובות בבעיות שעמדו על הפרק. שיעוריו היו מלאי חיים, מרתקים. הוא תמיד הציג השקפות רחבות ומנקודות מבט לא שגרתיות. את הרצאותיו הוא היה מתבל בהערות משעשעות על משמעותן ועל חשיבותן של בעיות ושיטות מדעיות (...). בכל הרצאה התלמידים למדו משהו חדש וחיוני". סטודנט אחר מתאר אף הוא מאפיינים של המורה הדגול: "צ'בישב היה מרצה נהדר. מצד אחד היו הרצאותיו קצרות מאוד- מייד עם הישמע הצלצול הוא שמט את הגיר מידי וועזב, בצליעה, את האודיטוריום; מצד שני הוא היה דייוקן מאוד ולא איחר לשיעורים (...). צ'בישב דאג לעדכן את הסטודנטים במחשבות החדשות שהעסיקו את קהילת המתמטיקאים של התקופה (...). מעניין במיוחד היה לשמוע אותו מתאר, מחוץ למסגרת ההרצאות, את הדיונים שניהל מחוץ לרוסיה וכיצד הגיבו (מתמטיקאים) אחרים לרעיונות החדשים ביותר בעולם המתמטי. במקרים אלו, כל האודיטוריום התאמץ לשמוע כל מילה".

הקנה לתלמידו השכלה מתמטית מוצקה. ואכן, עם הרשמתי ללימודי המתמטיקה באוניברסיטת מוסקבה בשנת 1837, היה צ'בישב מוכן ללימודיו כראוי. באותה עת שררה באוניברסיטה של הבריה אווירה אינטלקטואלית מערבית ליברלית יחסית, בעידודו של המשטר הרוסי.

לימודים באוניברסיטה או "שיחות אישיות משמעותיות"

באוניברסיטת מוסקבה פגש צ'בישב את אחד האנשים שהשפיעו רבות על התפתחותו המתמטית-המרצה והמתמטיקאי ניקולאי ברשמן (Nikolai Brashman). ברשמן התעניין בעיקר במכניקה, וצ'בישב ערך עמו "שיחות אישיות משמעותיות", כדבריו, שיחות שהשפיעו על בחירת תחומי העניין שלו במחקריו המתמטיים. בשנת 1840 הכריזה המחלקה לפיסיקה ומתמטיקה, שבה למד צ'בישב, על תחרות מאמרים נושאת פרסים. צ'בישב שלח למארגני התחרות מאמר בנושא חישוב שורשי משוואות. המאמר זיכה אותו במקום השני בתחרות, ולא במקום הראשון שלו היה זכאי, על-פי דעת רבים. שש שנים מאוחר יותר הגיש צ'בישב עבודת תזה שעסקה בתורת ההסתברות והוסמך במתמטיקה באוניברסיטת מוסקבה. למרות זאת לא נמצאה לו משרה מתאימה באותה אוניברסיטה. צ'בישב עבר לאוניברסיטת סנט-פטרסבורג והתחיל לעבוד בה כמרצה. שנתיים מאוחר יותר, לאחר שכתב תזה שעסקה בתורת המספרים, הוענק לו התואר דוקטור.

פרופסור למתמטיקה ועמית באקדמיות נודעות

בתוך מספר שנים מונה צ'בישב לפרופסור למתמטיקה וחבר באקדמיה למדעים של סנט-פטרסבורג, שנוסדה בתחילת המאה ה-17 על-ידי הצאר פטר הגדול. כבר בתחילת לימודיו לתואר השני הכין צ'בישב את עצמו לקראת היעד של הכרה בינלאומית. שליטתו בשפה הצרפתית, שאותה למד כזכור בילדותו, סייעה לו רבות להשגת יעד זה. צ'בישב השכיל לנצל את ידיעותיו בשפה זו לשם פרסום מאמרים בכתבי עת ברחבי אירופה, ובכך לטפח קשר עם העולם המתמטי המערבי. את רוב חודשי הקיץ נהג צ'בישב לבלות מחוץ לרוסיה ומלבד בצרפת ביקר גם בגרמניה, אנגליה, שוודיה ובארצות נוספות. האווירה הליברלית ששררה באותם ימים בארצות אלה אפשרה לו להחליף דעות עם עמיתיו, אנשי המדע החשובים של התקופה. במרוצת חייו נבחר צ'בישב לחבר האקדמיה הצרפתית למדעים, לחבר בחברה המלכותית הבריטית,

משפטים באשר להסתברות. במאמר זה הציג צ'בישב את העקרונות של יישום תורת ההסתברות בסטטיסטיקה. תרומתו של צ'בישב לתורת ההסתברות סללה את הדרך למחקרים נוספים בתחום זה.

הכובש של המספרים הראשוניים

המספרים הראשוניים הם בין הנושאים החשובים שצ'בישב חקר. למעלה מאלפיים שנה מתמטיקאים חוקרים את המספרים הראשוניים אפופי המסתורין ומנסים לגלות את סודותיהם. נאמר כי המספרים הראשוניים משרתים את המתמטיקה באותו האופן שבו האלף-בית משרת את השפה. באמצעותם ניתן לבנות מספרים שלמים, ואילו אותם עצמם לא ניתן לבנות - עד היום לא ידועה נוסחה לבניית כל המספרים הראשוניים.

נשאלת השאלה: מה המיוחד במספרים אלו? ננסה להשוות, לדוגמה, בין **המספרים הזוגיים ובין**

המספרים הראשוניים:

מספר זוגי, כמו מספר ראשוני, מוגדר באמצעות תכונה של גורמיו: מספר זוגי מתחלק ב-2 ללא שארית, ומספר ראשוני הוא מספר (טבעי הגדול מ-1) המתחלק ללא שארית רק ב-1 ובעצמו.

לעומת הדמיון בדרך ההגדרה רב השוני בין שתי קבוצות מספרים אלו:

1. קיימת נוסחה למציאת המספרים הזוגיים: הנוסחה היא $2n$, כאשר n מספר שלם; בניגוד לכך לא ידועה נוסחה למציאת מספרים ראשוניים בלבד.

חשוב לציין שקיימות תבניות המייצרות מספר גדול של מספרים ראשוניים. לדוגמה:

$$a^2 - a + 17$$

$$2a^2 + 29$$

$$a^2 - a + 41$$

כאשר הערכים של a הם מספרים שלמים עוקבים המתחילים ב- $a=1$ (נסו למצוא עבור איזה ערך של a מתקבלים מספרים שאינם ראשוניים).

צ'בישב המורה אהב ליצור קשרי ידידות ושותפות עם תלמידיו באוניברסיטה ועם מתמטיקאים צעירים אחרים. הוא נהג לשוחח עמם לעיתים קרובות ולהזמין לביתו. השיטה של "בית פתוח" שאותה הנהיג הפכה במרוצת הזמן למסורת. על המפגשים האלו עמו התבטאו תלמידיו כך: "אף אחד לא יצא מן הפגישות האלו מבלי לקנות רעיונות חדשים ובלי לזכות בעידוד למאמץ נוסף". צ'בישב היה פעיל מאוד בחינוך המתמטי ברוסיה. במסגרת חברותו בוועדה המדעית של משרד החינוך הרוסי בין השנים 1856-1873 הוא פעל לשיפור הוראת המתמטיקה בבתי הספר העל-יסודיים: הוא תרם רבות להכנסת שינויים בתכנים של תכנית הלימודים ולקח חלק בתהליך של שינוי ספרי הלימוד הנלמדים בבתי הספר, כך שימשו טוב יותר את מטרות ההוראה.

צ'בישב כחוקר

תרומתו של צ'בישב למחקר במתמטיקה משתרעת על פני תחומים כה מגוונים עד שקצרה היריעה מלתאר את כולה במסגרת מאמר אחד.

צ'בישב פרסם ספרים ומאמרים - חלקם לבדו וחלקם יחד עם מתמטיקאים אחרים - בנושאים, כמו: תורת ההסתברות, תורת המספרים, מכניקה תאורטית, אנליזה, גיאומטריה ונושאים שונים של מתמטיקה שימושית.

מחקריו של צ'בישב **בתורת ההסתברות** החלו עם עבודת התזה שלו. באותה עת, בהיותו בן 25, פרסם מאמר בנושא זה בכתב עת בעריכתו של מתמטיקאי גרמני, שהיה ידוע בטביעת העין שלו לגבי כישרונות צעירים. באותו מאמר, הנקרא "הוכחה אלמנטרית למשפט כללי בתורת ההסתברות" עוסק צ'בישב בחוקים מהותיים בתורת ההסתברות.

בשנת 1867 פרסם מאמר אחר בשם "**על הערכים הממוצעים**". במאמר זה השתמש צ'בישב באי-שוויון, שבו עסק גם חברו המתמטיקאי הצרפתי בינאמי (Bienayme) לשם הוכחת המשפט המוכר בהסתברות "**כ"חוק המספרים הגדולים**". אי-שוויון זה נושא את שמם של שני המתמטיקאים הללו.

דעה רווחת היא שלאחר גיל החמישים עשייתו של מתמטיקאי כבר אינה יצירתית כשהייתה: "מלאכתו של אדם צעיר היא הוכחת משפטים, ושל המבוגר כתיבת ספרים" - כתב הרדי בספרו "התנצלותו של מתמטיקאי". ואולם, נראה שאמירה זו אינה תקפה במקרה של צ'בישב, אשר בשנת 1887, והוא בן 66, פרסם מאמר חשוב בשם: "**על שני**

צ'בישב משלב בין תאוריה לבין יישומה

צ'בישב היה מתמטיקאי רב-גוני אשר התעניין הן בחשיבה התאורטית והן ביישומים פרקטיים. העשייה שלו כולה מאופיינת על-ידי צירוף קבוע וחיבור תמידי בין השניים, בין המדע הטהור לבין השימושי והפרקטי.

ככול שהטכנולוגיה מציבה בעיות מסובכות יותר לפתרון, כך, על-פי השקפתו של צ'בישב, השיטות המתמטיות המתגלות לשם פתרון, עשויות להניב יותר תוצאות והתיאוריות המתמטיות הצומחות מתוכן הן מעמיקות יותר. לדברי צ'בישב: "המציאות מזמנת למדע בעיות חדשות במהותן ובכך מדרבנת את החיפוש אחר שיטות מתמטיות חדשות לחלוטין (...). בכך משמשת המציאות מדריך מהימן למדע".

צ'בישב ניחן בכישרון רב בכל הקשור בטכניקה וביכולת ליצור מערכות מכניות מכל הסוגים. העניין שלו בבניית מנגנונים התעורר עוד בתקופת ילדותו כאשר בשל צליעתו הוא העדיף, כזכור, להישאר כלוא בביתו, והעסיק עצמו בבניית מכשירים מכניים קטנים בכישרון רב. ההתעניינות שלו בהנדסה מכנית נמשכה גם בבגרותו, ולמעשה עד אחרית ימיו היו מנגנונים מסוגים רבים מקור משיכה עבורו. ביקוריו באירופה היוו דחיפה ותמריץ לא רק למחקריו המתמטיים אלא גם לעבודתו הקשורה בהנדסה מכנית: בצרפת ביקר צ'בישב במסילות הברזל שליד פריז לשם חקירת מנועי קיטור ומנגנונים אחרים. אתרים אחרים בהם ביקר היו מכרות ובתי יציקה וכן בתי חרושת לנייר ומפעלי תחמושת. צ'בישב עסק במכניקה עיונית ומעשית, אך את עיקר התעניינותו הקדיש למנגנונים הקשורים בהעברת תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר. לשם כך אף פיתח מנגנון מיוחד, הקרוי על שמו. מנגנון מעניין נוסף שבנה צ'בישב היה סוג של "מנוע צעידה", אשר חיקה צורת הליכה של בני אדם.

בדומה למתמטיקאים רבים אחרים גם צ'בישב בנה מכונת חישוב, והעניק אותה במתנה לחברו המתמטיקאי לוקאס (Lucas, 1891-1842). ואולם בכך לא תמה רשימת המנגנונים שפיתח: מצויים בה גם אופניים המיועדים לנשים וכורסה על גלגלים.

בסך הכול המציא צ'בישב למעלה מארבעים מנגנונים שונים. לא פחות מרשימות היו עבודותיו בפתרון בעיות הקשורות לשיפור תפקודם של תותחי חיל-התותחנים של הצבא הרוסי. גם בתחום זה הניסויים בשטח הם שאימתו ואישרו את הנוסחאות המתמטיות שגילה.

2. קל מאוד לזהות מספרים זוגיים; לעומת זאת בדיקת ראשוניותם של מספרים יכולה להיות בעיה לא פשוטה. כדי לקבוע אם מספר הוא ראשוני יש לוודא כי אין לו גורמים, פרט לאחד ולעצמו. פעולה זו פשוטה במספרים קטנים, אך ככל שהמספר הנבדק גדול יותר, הופכת המשימה לקשה ביותר, עד כדי כך שגם מחשבי-על לא יכולים לבצע אותה.

3. חוקיות הופעת המספרים הזוגיים בקרב המספרים הטבעיים ברורה. לעומת זאת חוקיות הופעתם של המספרים הראשוניים בקרב המספרים הטבעיים נתונה רק באמצעות משפט הקשור במושג הגבול.

צ'בישב היה הראשון אשר הוכיח בשנת 1850 את השערת המתמטיקאי ברטרנד (Bertrand), כי בין כל מספר שלם n (הגדול מ-1) לבין אותו מספר מוכפל ב-2, $2n$, קיים מספר ראשוני אחד לפחות.

לדוגמה:

כאשר $n=2$ בין 2 ל-4 קיים המספר הראשוני 3.
כאשר $n=3$ בין 3 ל-6 קיים המספר הראשוני 5.
כאשר $n=4$ בין 4 ל-8 קיימים שני מספרים ראשוניים 5 ו-7.

בשנת 1931, מצא המתמטיקאי היהודי ההונגרי פאול ארדש הוכחה פשוטה יותר למשפט זה בהיותו בגיל 18, כשהוא תלמיד שנה ראשונה באוניברסיטה.

החרוז הבא נכתב לכבודו של צ'בישב:
"צ'בישב אמר זאת, ואני מאשר: אכן -
תמיד יש מספר ראשוני בין n ל- $2n$ ".

מתמטיקאי יהודי דגול אחר בשם סילבסטר James Joseph Sylvester (1897-1814) הטיב לתאר את המתמטיקאי צ'בישב בפיוט הבא:
"צ'בישב] הכובש של המספרים הראשוניים, זה אשר הצליח להטות את זרם נחלם המהיר להתנקז אל גבולות האלגברה".

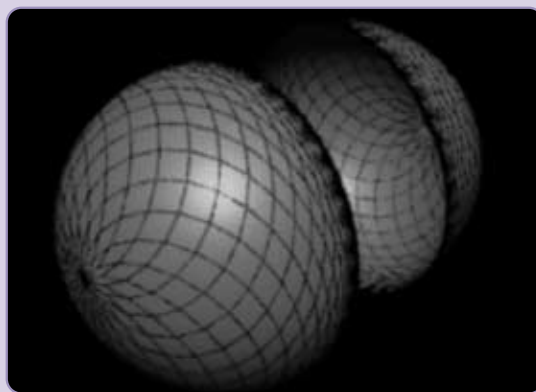
חשיבותו של צ'בישב בתולדות המתמטיקה נובעת לא רק מתרומתו פורצת הדרך במחקר המתמטי, לא רק מהיותו מדען המצדד בקשר הדו-כיווני שבין העיון למעשה, ולא רק מתרומתו לשיפור הוראת המתמטיקה, אלא גם מהיותו מייסד אסכולה מתמטית גדולה.

במחצית השנייה של המאה ה-19 ובתחילת המאה ה-20 הייתה "אסכולת צ'בישב", אשר קרויה לעתים גם "אסכולת סנט-פטרסבורג", אחת מהחשובות בעולם כולו. הרעיונות והשיטות שאסכולה זו תמכה בהם השפיעו ועדיין משפיעים על תחומים רבים הן במתמטיקה התאורטית והן במתמטיקה השימושית.

דביס (Davis) פרופסור למתמטיקה שימושית באוניברסיטת Brown, טוען כי:

"יש לייחס את הצלחותיה של רוסיה בטיסות לחלל במהלך שנות החמישים למתמטיקאים שפעלו במסד המדעי הרוסי. מתמטיקאים אלו הם הם ניניו האינטלקטואלים של צ'בישב."

מספרים, שפעם ביקש בעל מפעל טקסטיל גדול שייצר מדי צבא מהמתמטיקאי צ'בישב שיפתח עבורו שיטה לחיתוך ה בד בצורה החסכונית ביותר האפשרית. המתמטיקאי לא התייחס לבד כאל מרקם בלבד אלא ראה בו סוג מסוים של רשת - מין רשת דייגים, ארוגה בצורה רופפת, כך שהשתי והערב הפכו לקווים אופקיים ואנכיים. הרשת הזו ריתקה אותו עד כדי כך שהוא נטש את הלקוח וחקר את תכונותיה המתמטיות של רשת מסוג זה. צ'בישב פיתח תאוריה העוסקת ברשתות הנושאת את שמו-"רשת צ'בישב".



[מקורות]

- טיחומירוב, מ'ו' (2000). **סיפורים על מקסימום ומינימום**. חיפה: קשר חם, הטכניון.
- Butzer, P. L & Jongmans, F. (1989) P. L. Chebyshev and his contacts with Western European scientists. *Historia Mathematica*, 16.
- Butzer, P. L (1999) Chebyshev, A Guide to his Life and Work, *Journal of Approximation Theory*. 96(1).
- Clark, W. (2003). On the Professorial Voice, *Science in Context*, 16, 43-57.
- Tchebyshev, P. L. (1878) *Sur la coupe des v tements*. Chelsea (1962).
- Youshevich, A.P. (1971) *P.L. Chebyshev. Dictionary of Scientific Biography*. N.Y: Scribner.
- <http://www.kiselevy150.narod.ru/chebishev.htm>
- <http://www.chebishev.narod.ru/aforisms.htm>