

על המספר... תשע

תמי גירון, מרכז מורים ארצי, אוניברסיטת חיפה

המספר 9 תופס מקום נכבד באסטרטגיות שונות לחישובים מהירים, המבוססות על קיצורי דרך. עצם היותו של המספר 9 מספר קודם למספר 10 והעובדה שהחישובים במספרים שלמים מבוססים על ההקבצה ל-10, מאפשרים לנצל זאת לקיצורי דרך רבים בחישובים. עובדות אלו משפיעות גם על מבנה הכפולות של 9 ויוצרת דגמים מעניינים בכפולות של 9. גם סימן ההתחלקות של 9, שההוכחה שלו מבוססת על העובדות הנ"ל, מאפשר קיצורי דרך ובקרה על פתרון תרגילים שונים. לפיכך מספר רעיונות לחישובים הקשורים למספר 9.

כפל 9, 99, 999...



כפולות ה-9 בתחום לוח הכפל הקטן יוצרות דגם מעניין שבו גם בספרת היחידות וגם בספרת העשרות מופיעות כל הספרות כשהן מסודרות בספרת היחידות בסדר יורד ובספרת העשרות בסדר עולה. כאשר כותבים את כל המכפלות קל לראות שסכום הספרות של המכפלות הוא תמיד 9. תכונות אלו ידועות ומסייעות לעיתים קרובות לזכור את הכפולות של 9. אולם, מה קורה בהמשך?

$$9 \times 11 =$$

$$9 \times 12 =$$

$$9 \times 13 =$$

$$9 \times 14 =$$

◀ כתבו עוד 5 תרגילים בסדרה ושערו ללא חישוב, מה יהיו הפתרונות.

◀ בדקו האם מתקבל דגם מעניין בסידור הספרות?

◀ באיזו כפולה של 9 יתחיל מחזור חדש של ספרות בספרת היחידות? בספרת העשרות?

◀ באיזה מספר כופלים את 9 כדי לקבל את הכפולה הגדולה ביותר במאה הראשונה? במאה השנייה? במאה השלישית? האם גם כאן קיים דגם החוזר על עצמו?

◀ מהי הכפולה הקטנה ביותר של 9 במאה השנייה? במאה השלישית? במאה הרביעית? האם גם כאן קיים דגם החוזר על עצמו?



פתרונות והסברים בעמוד 67

חיבור 9, 99, 999...



דרך מהירה לחיבור 9 למספר, היא לחבר 10 ולחסר 1, ולחיסור 9 - לחסר 10 ולחבר 1. באותה דרך נוכל לחבר במהירות את המספרים 999, 9999... לכל מספר.

על בסיס חישוב מהיר זה מבוסס ה"פטנט" הבא: ◀ בקשו מחבר לכתוב מספר בן 3 ספרות, קטן מ-999. נניח שהחבר כתב: 357.

◀ כתבו אתם את המספר: 642.

◀ בקשו מהחבר לכתוב מספר נוסף.

נניח שהחבר כתב: 894.

◀ כתבו אתם את המספר: 105.

המשיכו כך מספר פעמים כרצונכם.

לבסוף, בקשו מהחבר לחשב את סכום כל המספרים שנכתבו. אולם, לפני שהחבר יוציא עפרון ונייר, אתם תצליחו לכתוב את הפתרון. איך תעשו זאת?



◀ כמה מספרים דו-ספרתיים, שסכום כל שניים מהם הוא 99, יש לחבר כדי לקבל את הסכום 891?

◀ מהו המספר הקטן ביותר של מספרים תלת-ספרתיים זהים, שצריך לחבר על מנת לקבל את הסכום הארבע-ספרתי הגדול ביותר האפשרי?

איך נכפול במהירות את 99x99? (מצאו יותר מדרך אחת.)



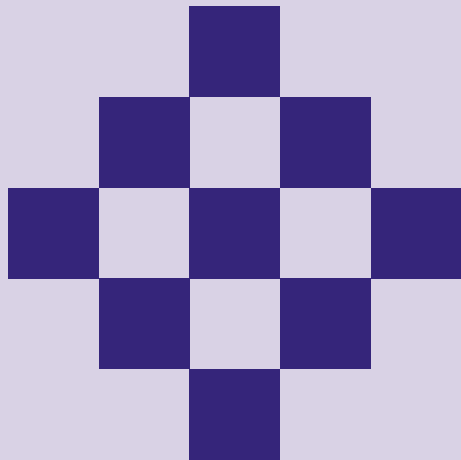
$$9^2 = 81 \quad 99^2 = 9801$$

$$9 = 8 + 1 \quad 99 = 98 + 01$$

מספרים אלה נקראים **מספרי קאפרק**. מצאו מספרי קאפרק נוספים וגם כאלו שאינם בנויים מרצפים של 9.



הניחו משנה ריבועים בצורה הבאה:



כמה ריבועים התקבלו?



המשיכו את סדרת התרגילים.

כמה תרגילים נוכל לכתוב בסדרה, כך שנשמור על החוקיות בתרגילים ובתוצאות?

$$1 \times 9 + 2 =$$

$$12 \times 9 + 3 =$$

$$123 \times 9 + 4 =$$



המשיכו את סדרת התרגילים.

פתרו וגלו חוקיות בתוצאות. בדקו אם החוקיות נשמרת גם כשכופלים את 999,999 במספרים דו-ספרתיים.

$$2 \times 999,999 =$$

$$3 \times 999,999 =$$

$$4 \times 999,999 =$$



שיטת זריקת התשיעיות



נחבר את השאריות: $4+4+5=13$, השארית בחלוקה ל-9 היא 4.

העובדה שקיבלנו גם כאן את השארית 4 מצביעה על כך שקרוב לוודאי שחישוב הסכום של שלושת המספרים נעשה כהלכה.

נסו להסביר מדוע שיטת בדיקה זו תמיד תהיה נכונה.

שיטת "זריקת התשיעיות" לבדיקת תרגילי כפל
נציג את השיטה בעזרת דוגמה: $287 \times 165 = 47,355$.
סכום הספרות של המכפלה: $4+7+3+5+5=24$.
סכום הספרות הסופי של המכפלה: $4+2=6$.
השארית בחלוקה ל-9 של סכום הספרות הסופי היא 6.

נבדוק את סכום הספרות של כל אחד מהגורמים, נחלק את סכום הספרות ב-9 ונכתוב את השארית: $2+8+7=17$ השארית בחלוקה ל-9 היא 8.
 $1+6+5=12$ השארית בחלוקה ל-9 היא 3.

נכפול את השאריות: $3 \times 8 = 24$ ונחשב את סכום הספרות של המכפלה $2+4=6$. השארית בחלוקה ל-9 היא 6. העובדה שקיבלנו גם כאן את השארית 6 מצביעה על כך שקרוב לוודאי שחישוב המכפלה נעשה כהלכה.

נסו להסביר מדוע שיטת בדיקה זו תמיד תהיה נכונה.

מאחר וכל מספר שמתחלק ב-9, סכום הספרות שלו גם כן מתחלק ב-9, הרי שהשארית מחלוקת מספר כלשהו ב-9, תהיה זהה לשארית מחלוקת סכום הספרות של אותו מספר ב-9. לדוגמה: אם נחלק את 56 ב-9 נקבל שארית 2. ואם נחבר את סכום הספרות של המספר $5+6=11$, נחלק את 11 ב-9, נקבל גם כן שארית 2. תכונה זו תישמר לכל מספר ללא קשר לגודלו או למספר הספרות שלו.

תכונה זו משמשת כשיטת בדיקה לחיבור, או כפל של מספרים. שיטה זו נקראת **"זריקת התשיעיות"**. יש הטוענים שהשיטה הובאה מהודו, יש הטוענים שהיא המצאתו של פיבונאצ'י שתיאר אותה באחד מכתביו-"ליבר אבר'ציו" ויש המייחסים אותה לר' אברהם איבן-עזרא.

שיטת זריקת התשיעיות לבדיקת סכום מספרים

נציג את השיטה בעזרת דוגמה.
לפניכם התרגיל: $365+283+157=805$
סכום הספרות של הסכום: $8+0+5=13$
השארית בחלוקה ל-9 של סכום הספרות היא 4. נבדוק את סכום הספרות של כל אחד מהמחוברים, נחלק את סכום הספרות ב-9 ונכתוב את השארית: $3+6+5=14$ השארית בחלוקה ל-9 היא 5.
 $2+8+3=13$ השארית בחלוקה ל-9 היא 4.
 $1+5+7=13$ השארית בחלוקה ל-9 היא 4.

פתרונות והסברים בעמוד 67