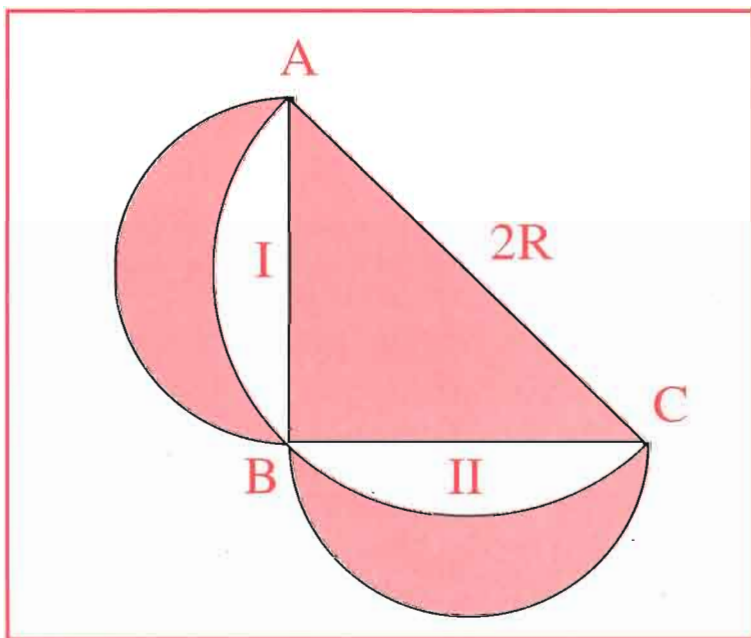


ד"ר אביקם גזית

היפוקראטס, אוקלידס והאלמנטים

והיגדים המתמטיים למעגל. בין השאר גילה היפוקראטס ששיטחו של משולש ישר זווית ושווה שוקיים שווה לסכום שטחי הסהרונים, המוגבלים בין חצאי המעגלים הבנויים על ניצבים לבין חצי המעגל הבנוי על היתר (לפי השרטוט שלפניכם):



וההוכחה: שטחו של המשולש ABC שווה לסכום שטחי הסהרונים (הורודים).

אם נסמן את קוטר המעגל הבנוי על היתר ב- $2R$, אז שטח חצי המעגל הבנוי על היתר הוא $\frac{\pi R^2}{2}$

המתמטיקאים היוונים שאפו להרחיב וליישם את שיטת השוואת שטחים, כמו משפט פיתגורס במשולש, ממצולעים למעגל. בניגוד למצולעים שהיקפם נוצר מקווים ישרים, הרי היקפו של מעגל נוצר מקו עקום והחיפוש אחר שיטה לתרבוץ מעגל - למצוא ריבוע השווה בשטחו לשטח מעגל נתון, העסיק את המתמטיקאים היוונים בתקופת פריחתה של אתונה (בימיו של פריקלס - המחצית השנייה של המאה ה-5 לפנה"ס) ובמשך כל קיומה של המתמטיקה היוונית (ראו מאמר על בניות בעזרת סרגל ומחוגה בחוברת זו).

המתמטיקאים היוונים לא הגיעו לחקר הגיאומטריה בעקבות רצון להשלים תואר באוניברסיטה או מתוך רצון לעשות הון. הם חפשו פתרונות לבעיות שהטרידו את מחשבתם מתוך סקרנות ורצון לחקור את טבע העולם וראינו את הראשונים: תאלס ופיתוגרס.

היפוקראטס מתיוס, שחי במאה ה-5 לפנה"ס, יצא מאי מולדתו לחפש את מזלו הכלכלי באתונה ועסק במסחר. הוא הפסיד את כל כספו ואז עבר לתחום שבו לא צריך להשקיע כסף - אלא מחשבה. היפוקראטס עבר לעסוק בגיאומטריה ובעיקר עניינו אותו קשרים ויחסים בין מעגלים וקשתות לבין מצולעים וקטעים. מפועלו של היפוקראטס נשמר קטע שנכתב בסביבות 430 לפנה"ס, וזהו המקור העתיק ביותר מתקופת המתמטיקה היוונית ובו משפטים

אורך כל אחד מהניצבים הוא $\sqrt{2}R$ (לפי משפט פיתגורס) ולכן שטחו של כל חצי מעגל הבנוי על כל אחד מהניצבים הוא $\frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)^2$

סכום שטחי שני חצאי המעגלים הבנויים על הניצבים שווה ל:

$$\pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)^2 = \frac{\pi R^2}{2}$$

וזה שווה בדיוק לשטח חצי המעגל הבנוי על היתר! אם נחסר את המקטעים המשותפים לחצי המעגל הבנוי על היתר ולחצאי המעגלים הבנויים על שני הניצבים (II,I) נקבל ששטח המשולש שווה לסכום שטחי שני הסהרונים! משפט יפה ומקורי הניתן להצגה ויזואלית עם הוכחה לא מסובכת.

נעבור מאה אחת קדימה, אאוקלידס חי ויצר באלכסנדריה שנעשתה למרכז העולם התרבותי במקום אתונה, בעקבות כיבושי אלכסנדר הגדול. לאחר מותו של אלכסנדר התפלגה האימפריה המוקדונית-יוונית לשלוש ממלכות עיקריות ואחת מהן, מצרים, היתה בשלטונו של תלמי הראשון. תלמי הקים מוזיאון וספרייה שהיו הגדולים והמפורסמים בעת העתיקה, שקד לטפח את התרבות והמדע באלכסנדריה והזמין את אאוקלידס ללמד את הגיאומטריה. מספרים שתלמי הנמרץ שאל את אאוקלידס אם יש קיצור דרך ללימוד הגיאומטריה, ותשובתו של אאוקלידס שראויה לשמש אימרה הייתה: "אין דרך מלכותית לגיאומטריה" (לתשומת-לב תלמידי חט"ב ותיכון המחפשים קיצורים...).

אגב, כאשר שאל אותו אחד מתלמידיו על התועלת שבלימוד גיאומטריה, פנה אאוקלידס למשרתו ואמר לו לתת לאותו תלמיד מטבע "כי הוא שייך לאלה שחייבים להרוויח מלימוד, לאלה שלומדים על מנת לקבל פרס". התקופה הפורייה של אאוקלידס היתה בסביבות 300 לפנה"ס ובזמן הזה כתב חיבורים מדעיים רבים שרק חמישה מהם שרדו (אונגרו, 1989): האופטיקה, הפנומנה (גיאומטריה כדורית לשימושם של אסטרונומים), חיבור על חלוקת צורות גיאומטריות, ה-Data (נתונים בגיאומטריה) והחיבור החשוב מכולם: האלמנטים - יסודות הגיאומטריה (Stoicheia). חיבור זה, האלמנטים, מהווה מעין אנציקלופדיה ערוכה היטב של הידע המתמטי היווני. אאוקלידס כמעט שלא יצר או גילה משפטים חדשים, אך הוא גילה יכולת מופלאה לערוך באופן

לוגי-דדוקטיבי את כל התגליות המתמטיות, ובעיקר בגיאומטריה, של קודמיו: תאלס, פיתגורס, דמוקריטוס, היפוקראטס ואחרים. יצירה זו של אאוקלידס תופסת מקום של כבוד בין ספרי מדעים נצחיים אשר נלמדים עד היום!

עד לפני כ-100 שנה היה ה"אלמנטים" הספר היחיד ללימוד גיאומטריה ברוב בתי-הספר בעולם, וגם היום הוא מהווה בסיס לספרי הנדסת המישור והמרחב, שהותאמו לצורכי הזמן על-ידי עריכה מתאימה. יצירתו של אאוקלידס מצטיינת במבנה ובבהירות עד כדי כך שמדענים רבים רואים בה את אוסף הרעיונות בעל המבנה המושלם ביותר שנכתב בכל הזמנים.

ראוי לציין, שגדולי המדענים וההוגים - גלילאו, דקארט, ניוטון ושפינוזה, ערכו את כתביהם בהתאם למודל של ה"אלמנטים", ואיינשטיין כינה את ספרו של אאוקלידס בתואר: "הספר השמימי". ואם כבר מזכירים שמים... ה"אלמנטים" הודפס לראשונה בונציה ב-1482 ומאז יצאו למעלה מאלף מהדורות וזהו הספר המודפס ביותר אחרי התנ"ך. ואם כבר מזכירים תנ"ך... אז ראוי להזכיר את המסופר על תלמי השני (285-244 לפנה"ס) שהזמין 72 חכמים מזקני ישראל כדי שיתרגמו את התנ"ך ליוונית. כל אחד מהמתרגמים עבד בבידוד והתקבלו תרגומים זהים - "תרגום השבעים" (ה"ספטואגינטה").

אלכסנדריה במאה השלישית לפנה"ס, ושני החיבורים היותר מפורסמים שהשפיעו על חשיבתו של האדם המדעית והדתית מ-א' ועד ת': אלמנטים ותנ"ך.

בגיליון הבא ארחיב ואתמקד בגישה שבה נכתב חיבורו של אאוקלידס: הגישה הפוסטולטית-דדוקטיבית.

אונגרו ש' (1989). מבוא לתולדות המתמטיקה. האוניברסיטה המשודרת, משרד הביטחון.