

ד"ר אלכס פרידלנדר זג'ין אלברט

עקרונות כלליים בהערכה ויישומם במאגר משימות במתמטיקה לתלמידי כיתה ד'

(המשך מגיליון 14)

מבוא קצרצר (לא להשאלה שלא קראו את החלק הראשון) מאגר המשימות במתמטיקה מיועד לספק למורים בכיתה ד' דוגמאות לשאלות הערכה במתמטיקה. המאמר מכיל 49 משימות, המהוות נדבך ראשון של מאגר שאלות. המורה יכול להשתמש במשימות אלה כדי להעריך את הישגי תלמידו וזה במקום או בנוסף על הערכה באמצעות מבחנים המקובלים היום. מאגר זה מוגש למורים תוך כדי קבלת העיקרון שהחלטה על בחירת משימות מתוכו צריכה להיות נתונה בידי המורה, ויש לצפות שהמורה ישתמש לצורכי הערכה בפריטים מהמאגר וגם בפריטים שהוא עצמו חיבר.

בגיליון מס' 14 הוצגו שלושה מהעקרונות שהנחו בכתיבת הפריטים:

א. התמודדות עם מצבים אוטנטיים.

ב. שימוש באביזרים.

ג. מעקב אחר תהליך הפתרון, עם שלוש דוגמאות. נעבור עתה אל העיקרון הרביעי:

ד. הפעלת חשיבה לא-אלגוריתמית.

חלק מהפריטים הכלולים במאגר דורשים הפעלה של חשיבה אלגוריתמית. אלה הן בדרך-כלל שאלות חישוב, או שאלות שניתן לתרגמן לתרגיל בצורה יחידה, ולתרגיל זה יש בדרך-כלל פתרון יחיד. השאלות האלגוריתמיות הכלולות במאגר מובאות כשאלות

קצרות או כסעיפי הכנה בתחילתן של משימות מורכבות (ראה, למשל, השאלה הראשונה במשימה חילוק עם שארית שבאיור 4).

איור 4: המשימה חילוק עם שארית

$$1. \text{ פתרו } 10 : 3 =$$

$$19 : 3 =$$

2. מצאו שני מספרים זוגיים, שכאשר מחלקים אותם ב-3, מקבלים שארית 1:

$$(1) \quad \underline{\hspace{2cm}} : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(1) \quad \underline{\hspace{2cm}} : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. מצאו שני מספרים אי-זוגיים, שכאשר מחלקים אותם ב-3, מקבלים שארית 1:

$$(1) \quad \underline{\hspace{2cm}} : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(1) \quad \underline{\hspace{2cm}} : 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ההתפתחויות בתחום הטכנולוגיה החישובית והשינויים שחלו בדרישות העומדות לפני האדם התי בחברה המודרנית גרמו להפחתת הצורך בשליטה במיומנויות חישוביות מורכבות. ובד בבד - להכרה בחשיבותם של סוגים שונים של חשיבה שאינם ניתנים לתרגום ישיר לאלגוריתם מסוים. משימות רבות במאגר משקפות את המגמה הזאת. למשל, בשאלות 2 ו-3 של המשימה חילוק עם שארית (איור 4), התלמידים

(1) חשיבה הפוכה – זהו שינוי מבנה של שאלה הדורשת רמת חשיבה נמוכה יחסית על-ידי היפוך התפקידים בין הפתרון לאחד הנתונים והפיכתו לשאלה הדורשת רמת חשיבה גבוהה יותר. כדוגמאות למשימות הדורשות חשיבה הפוכה נציין שוב את שתי הפעילויות הבאות:

המשימה גפרורים (איור 1 גיליון 14) דורשת למצוא את מידותיה של תיבה על-פי נפחה, כאשר המשימה השכיחה יותר היא למצוא את הנפח של תיבה בעלת מידות נתונות.

גם במציאת דוגמאות למרובעים בעלי תכונות נתונות (ראה המשימה סרטוט מרובעים באיור 2 גיליון 14) אפשר לראות כיוון הפוך למשימה המקובלת יותר של מציאת תכונותיו של מרובע נתון.

(2) אומדן – מציאת תוצאה מקורבת של תרגיל חישוב או של מדידה. לעתים, למציאת אומדן יש חשיבות רבה יותר מאשר למיומנות הדרושה לביצוע החישוב או המדידה עצמה. המשימה שבאיור 5 מציגה משימת אומדן חישובי. המשימה מכילה שאלות אומדן ברמות חשיבה שונות.

נדרשים להביא דוגמאות למספרים שחלוקתם ב-3 יוצרת שארית 1. בשלב זה אין התלמידים מכירים "תרגיל" מתאים (כלומר תהליך אלגוריתמי), אשר "ייצר" להם בדרך ישירה מספרים מתאימים, ועליהם להפעיל תהליך של ניסוי וטעייה, או שיקולים מתמטיים שונים.

לעתים, תלמידים מצליחים פחות בשאלות הדורשות חשיבה לא-אלגוריתמית. כהמחשה לטענה זאת נביא כאן את שיעורי ההצלחה של תלמידי הניסוי במשימה חילוק עם שארית (איור 4):

כ- 75% מהתלמידים הצליחו בתרגילי החילוק (שאלה 1), ואילו בשאלה 2, הדורשת חשיבה לא-אלגוריתמית, שיעור ההצלחה היה כ- 40%. ייתכן כי הסיבה לכך היא התנסות מעטה למדי בשאלות מסוג, זה או הדרישות הקוגניטיביות הגבוהות יותר שמציבות השאלות שאינן אלגוריתמיות. עם זאת, ממצאי הניסוי מראים, כי לעתים הצלחתם של התלמידים בשאלות מסוג גדולה באופן מפתיע. כאמור, משימות בעלות פתרון לא-אלגוריתמי דורשות בדרך כלל חשיבה ברמה גבוהה יותר. נציין כמה סוגי חשיבה הדרושים בעת פתרון של משימות מסוג זה.

איור 5: שאלות מתוך המשימה אומדן

2. סמנו ליד כל תרגיל "מתאים" או "לא מתאים":

- א. $200 \approx 39 \times 5$ הקרוב מתאים / לא מתאים
 ב. $1200 \approx 3 \times 41$ הקרוב מתאים / לא מתאים

- ג. $6000 \approx 72 \times 8$ הקרוב מתאים / לא מתאים
 ד. $800 \approx 4 \times 198$ הקרוב מתאים / לא מתאים

3. רשמו ספרה בכל משבצת, כך שהתוצאה של תרגיל הכפל תהיה קרובה ככל האפשר לתוצאה הנתונה:

- א. $\square \times 32 = 200$
 ב. $4 \times \square = 250$
 ג. $3 \times 4 = 150$
 ד. $2 \times 3 = 1000$

4. רשמו אחת מהספרות בכל משבצת, כך שהתוצאה של תרגיל הכפל תהיה קרובה ככל האפשר ל-300. כתבו כל ספרה פעם אחת בלבד:

$$\square \times \square = 150$$

הסבירו איך החלטתם איפו לרשום כל ספרה:

למרות חשיבותו הרבה של נושא האומדן, הוא אינו זוכה בדרך-כלל לתשומת-הלב המתאימה בספרי הלימוד או בכיתה. אין ספק כי עם הרחבת השימוש במחשבון יוגבר הצורך בטיפול נרחב יותר בנושא זה. לעת עתה, הממצאים בניסוי המאגר מצביעים

על קשיים בנושא. כך, למשל, רק כ- 35% מן התלמידים הצליחו בשאלה 4 של משימת האומדן, המובאת באיור 5. להלן מדגם של הסברי התלמידים לתשובותיהם לשאלה זו:

א "כתבת' בדף ט'וטה תרג'לים עם הספרות האלה עד שהגעתי לתוצאה זו, שנראתה לי הכי מתאימה".

ב "ניסית' את כל האפשרויות, והתוצאה הכי קרובה ל- 300 היתה $24 \times 13 = 312$ ".

ג "בהתחלה ניסית' $32 \times 41 = 1312$ - לא; $12 \times 34 = 408$ - לא; $31 \times 42 = 1302$ - גם לא.
ד $14 \times 23 = 322$ - אולי; בסוף הגעתי ל- $13 \times 24 = 312$ ".

מביתוח התשובות אפשר להסיק, כי גם תלמידים שהצליחו במשימה הפעילו בדרך כלל אסטרטגיה של ניסוי האפשרויות השונות ללא הבחנה, ולא השתמשו בשיקולי אומדן שהם יעילים בהרבה. (3) **מיצוי אפשרויות** - זהו תהליך של חיפוש, ארגון או מנייה שיטתיים של כל הפתרונות לשאלה בעלת תשובות אפשריות רבות. מיצוי שיטתי של אפשרויות נחשב לתהליך הדורש רמת חשיבה גבוהה למדי. דוגמאות למשימות מיצוי מתוך המאגר הן המשימה חוגים (מציאת דרכים שונות לחלוקת 16 ילדים לקבוצות שוות) המשימה של מציאת הדרכים שבהן ניתן למנות בן ובת לתורנים מתוך קבוצה של 3 בנות ו- 3 בנים, והמשימה שבה התלמידים מתבקשים למצוא את התיבות השונות שניתן לבנות בעזרת 100 קוביות.

(4) **חשיבה יצירתית** - סוג חשיבה זה מצוי במידה זו או אחרת בכל תהליך של התמודדות עם בעיה לא מוכרת. משימות המאגר הדורשות חשיבה יצירתית במיוחד הן השאלות הקשורות לחשיבה רב-כיוונית שהוזכרו לעיל. שאלות אלה מאפשרות לתלמיד לפעול בהתאם ליוזמתו, ידיעותיו וכישרונותיו האסתטיים. איור 6 מביא כדוגמה למשימה מסוג זה את השאלה השלישית במשימה ארוחת פיצה. כאן התלמידים מתבקשים למצוא שלוש דרכים שונות לחלוקתה של פיצה בהתאם לתנאים נתונים.

3. בני משפחת ישראלי - אב, בת ובן - אוכלים ביחד פיצה עגולה אחת. בכל אחד מהמקרים, הציעו אפשרויות חלוקה לפי ההוראות שמימין. חלקו את הפיצה לפרוסות. רשמו לכל אחד מבני המשפחה שבר המתאים לחלק שהוא מקבל.

החלקים המתאימים

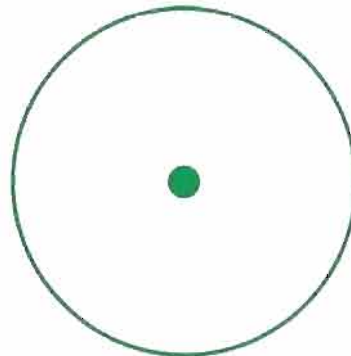
חלוקת הפיצה

הוראות

הבן והבת מקבלים חלקים שווים, אך האב מקבל יותר מאשר כל אחד מהם. מצאו שלוש אפשרויות שונות:

הבת
הבן

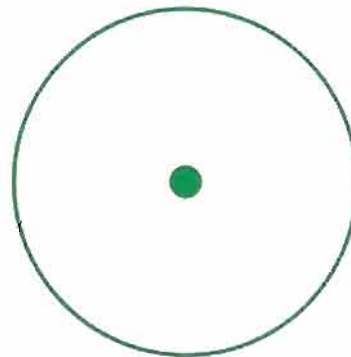
האב



א.

הבת
הבן

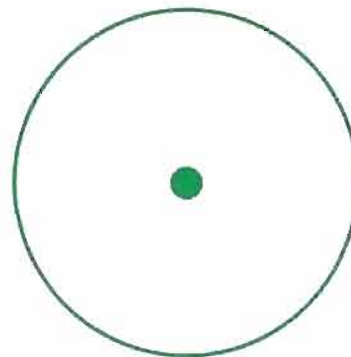
האב



ב.

הבת
הבן

האב



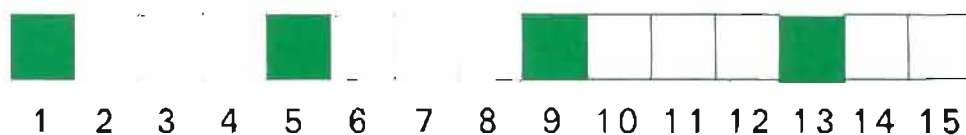
ג.

את צבעם של חמישה קרונות – תחילה של קרונות המופיעים בסרטוט (למשל קרון מספר 10), ולאחר מכן את צבעם של קרונות שמספרם הסידורי קטן יחסית, אך הם נמצאים מחוץ לתחום המסורטט (למשל, 17). לבסוף, התלמיד מתבקש להשתמש בחוקיות שגילה ולתאר את דרך חשיבתו במציאת צבעם של קרונות בעלי מספרים סידוריים גדולים (למשל, 79). שאלות דומות נשאלות גם על רכבות בעלות חוקיות צביעה פשוטה יותר.

(5) גילוי חוקיות – גילוי חוקיות מספרית או הנדסית, השימוש בה, ותיאור מילולי של השיקולים בתהליך הפתרון הם פעילויות הדורשות רמת חשיבה גבוהה. למשל, במשימה רכבות משבצות, התלמיד צריך למצוא את החוקיות שלפיה נצבעים "הקרונות" בשלוש "רכבות" שונות. הקרונות בכל רכבת מסומנים במספרים סידוריים עוקבים. איור 7 מביא את השאלות הנשאלות על הרכבת השלישית במשימה. בכל שאלה התלמידים מתבקשים למצוא

איור 7: שאלות מתוך המשימה רכבות.

3. הנה עוד רכבת של משבצות, גם בה קרונות הרכבת צבועים בשחור או לבן לפי חוקיות מסוימת.



מה הם צבעי הקרונות השונים של הרכבת?

- א. הצבע של קרון מספר 5 הוא: _____
 ב. הצבע של קרון מספר 10 הוא: _____

- אם נמשיך את הרכבת לפי אותה חוקיות, מה יהיו צבעי הקרונות?
 ג. הצבע של קרון מספר 17 יהיה: _____
 ד. הצבע של קרון מספר 37 יהיה: _____
 ה. הצבע של קרון מספר 79 יהיה: _____
 ו. הסבירו איך מצאתם מה צבעו של קרון מספר 37 (סעיף ד):

ו. שילוב תחומים -

לעתים, תוכנה של משימה או דרך פתרון מחייבים שילוב של תחומים מתמטיים שונים, ולעתים הם אף קשורים לתחומים שמחוץ למקצוע. למגמה זו כמה סיבות:

- בעיות מעניינות רבות משלבות תחומים מתמטיים שונים ואינן מצטמצמות לשימוש במושגים וכלים חשבוניים בלבד.
- המתמטיקה משמשת לעתים קרובות כלי לפתרון בעיות הקשורות לתחומים שמחוץ למקצוע.
- רוב הדברים הנלמדים במתמטיקה אינם שרירותיים, אלא ניתנים להמחשה ולהסבר בעזרת מודלים או תופעות מן המציאות.
- אחת הדרכים היעילות ביותר להערכת ההבנה של מושגים מתמטיים היא על-ידי בחינת יכולת התלמיד להשתמש במושגים אלה בתחומים שונים במסגרת המקצוע או מחוצה לו.

כדוגמאות למשימות המבוססות על עיקרון זה, נזכיר משימות הדורשות מן התלמידים לקרוא קטעים המכילים נתונים על אוכלוסיות ערים (איור 8), ולעתים אף לאסוף נתונים בתחום המעניין אותם (איור 9). המשימות הללו בוחנות את יכולתו של התלמיד להבין את הנתונים, להשתמש בהם ולנתח אותם. משימות אחרות במאגר (כמו, למשל, בניית "גשרים" או "רכבות" בעזרת בדידים), משלבות את האופי המספרי של מושגים חשבוניים עם תחומים חזותיים.

הממצאים בניסוי המאגר מצביעים על תפקוד יפה בדרך-כלל במשימות הקשורות במציאת חוקיות מספרית. להלן מדגם של הסברים למציאת הצבע של קרון מספר 37 במשימת הרכבות, המוצגת באיור 7:

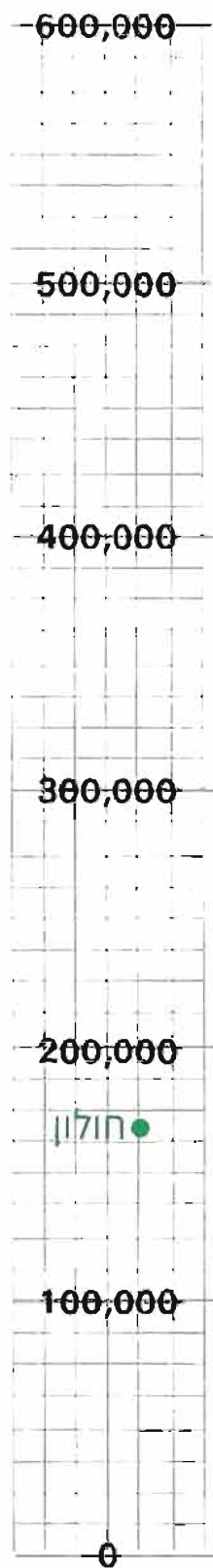
- עשיתי אז זה שחור כי התוצאה 37.
- ברכבת הזאת המספרים שצבועים בשחור קופצים בהפרש של 4 ומתחילים מ-1, זאת אומרת שכל מספר שצבוע בשחור צריך להיות גדול ב-1 מכפולה של 4. 37 בא אחרי שלושים ושש שהוא כפולה של 4.
- כל מספר אי-זוגי שני יהיה בצבע שחור, 37 הוא אי-זוגי שני לכן הוא יהיה שחור.
- ברכבת, אחרי כל 4 משבצות יש משבצת שחורה, עשיתי כך: הפחתתי את 37 ב-4 עד שהגעתי למספר 17 שהיה שחור.

תשובות התלמידים מעידות על יכולת לזהות חוקיות ולתאר אותה בכתב.

ה. שימוש בסיטואציות לא מוכרות -

כל תהליך של פתרון בעיות חייב להתנהל במצב שיש בו יסוד של חידוש. עבודה במצב מוכר ובעזרת כלים מוגדרים מראש היא חשובה, אך היא דורשת חשיבה ברמה נמוכה יותר ואינה יכולה לבחון הבנה עמוקה של נושא או של מושג. כך, למשל, משימת ההרכבה שהוזכרה לעיל (איור 7) מתבססת על מושגים הקשורים לנושא הנלמד - תורת המספרים, אך מציגה לפני התלמידים את המושגים האלה בהקשר לא מוכר של צביעת משבצות. שילוב זה דורש מן התלמידים הפעלת אסטרטגיות לפתרון בעיות.

לפניכם רשימה ובה מספר תושבים
בכמה ערים בישראל בשנת 1991:



דוגמא

29,900	א. אילת
128,400	ב. באר-שבע
161,800	ג. חולון
251,000	ד. חיפה
7,800	ה. חצור הגלילית
37,600	ו. טבריה
6,800	ז. ירוחם
544,200	ח. ירושלים
11,600	ט. מעלות תרשיחא
46,600	י. עכו
145,600	יא. ראשון-לציון
353,200	יב. תל-אביב - יפו

סמנו על הציר שמשמאל נקודה
מתאימה לכל עיר, ורשמו את שם
העיר ליד הנקודה. היעזרו בדוגמה.

ז. דירוג ברמת קושי עולה -

הן בהוראה והן בהערכה, יש חשיבות רבה לכך שמספר גדול ככל האפשר של תלמידים יוכלו להתמודד עם השאלות המוצבות לפניהם. רוב המשימות במאגר מאפשרות לכל תלמיד לעבוד בהתאם ליכולתו, כדי שהמורה יקבל תמונה על רמת התפקוד של התלמיד במקצוע. אחת הדרכים להשגת המטרה הזאת היא שימוש במשימות המחולקות לסעיפים, כאשר הסעיפים מדורגים בסדר עולה, על-פי דרגת הקושי החישובי ורמת החשיבה הנדרשת.

למשל, משימת הרכבות, שתוארה לעיל, עוצבה באופן מדורג בכוונה לאפשר לכל תלמיד להתקדם במשימה בהתאם ליכולתו. לוח 1 מציג את שיעורי ההצלחה של תלמידי הניסוי שקיבלו משימה זו. התוצאות מצביעות על דירוג ברמת הקושי - הן של שלושת חלקי המשימה (כלומר, משאלה 1 לשאלה 3, המתייחסות לחוקיות המספרית בצביעת הרכבות), והן של הסעיפים השונים של כל חלק (כלומר, מסעיף א לסעיף ו בכל שאלה, המתייחסים למציאת הצבע של קרונות נתונים).

א. נושא הסקר

כל זוג תלמידים בוחר נושא אחד מתוך רשימת הנושאים הבאה:

- סוג החטיף האהוב ביותר על ילדים.
- תוכנית הטלוויזיה האהובה ביותר על ילדים.
- קבוצת הכדורגל האהודה ביותר על ילדים.
- מספר הילדים במשפחות שונות.

ב. איסוף הנתונים


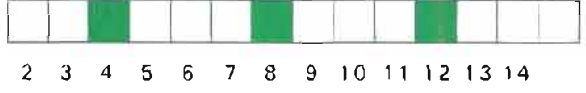

כל תלמיד ישאל לפחות 20 ילדים את שאלת הסקר, וירשום את התשובות המתקבלות. כל שני תלמידים יצרפו את התשובות שקיבלו על הנושא שבחרו לרשימה של כ-40 תשובות.

ג. ניתוח הנתונים

כל זוג יציג את התשובות שהתקבלו בשתי דרכים:
א. בטבלה
ב. בדיאגרמת עמודות

ד. הסקת מסקנות

כל זוג יסיק לפחות שלוש מסקנות מנתוני הסקר שהתקבלו.

סעיפים						שאלה
ו	ה	ד	ג	ב	א	
56	85	88	94	98	99	 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
24	66	66	88	83	98	 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
5	46	45	76	97	98	 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

לוח 1: שיעורי ההצלחה (באחוזים) במשימה ורכבות

ז. גיוון בדרגת המורכבות של המשימות -

המאגר כולל משימות בהיקפים שונים: החל מתרגילי חישוב ושאלות הבנה קצרות ועד למשימות רחבות היקף, הדורשות מן התלמיד עבודה במשך 30-90 דקות, ואף משימות ארוכות מאוד המקיפות פרק זמן של שבועיים.

השימוש במשימות בעלות דרגת מורכבות שונה מאפשר למורה לגלות את מלוא הפוטנציאל של התלמיד, החל משליטה במיומנויות היסוד, עבור ליכולת ליישם את המושגים שנלמדו, וכלה ביכולת לבצע חקירות מקוריות. שיקול נוסף בהכללת משימות רחבות היקף במאגר היה השאיפה ליצור חפיפה בין הלמידה וההוראה בכיתה לבין ההערכה. מכיוון שאנו שואפים לבסס את ההוראה והלמידה בכיתה על תהליכי חקר וגילוי המתבצעים תוך כדי פתרון בעיות, הערכת התלמידים צריכה אף היא להתבסס על משימות מסוג זה.

השימוש במשימות רחבות היקף במבחנים מחייב שינוי הדפוסים המקובלים בהערכה בכלל ובמבחנים בפרט. ביצוע משימה כזאת חורג ממסגרת הזמן של השיעור, ולפעמים אף ממסגרת המקום של הכיתה. בחלק מן המשימות נדרשת חלוקת העבודה או המאמץ למציאת הפתרון בין חבריה של קבוצת עבודה.

משימות כאלה הכלולות במאגר דורשות מן התלמיד לבצע סדרת פעילויות שאינן יכולות להתבצע בתנאים של הגבלת זמן, ולכן לא היו מקובלות עד כה במסגרת של מבחן: למשל, גזירה או הדבקת ניירות, הרכבות וסרטוטים, מניפולציות של אמצעי המחשה, מיצוי אפשרויות רבות, שיעורי הכנה במחשב או איסוף נתונים וניתוחם.

ביבליוגרפיה

Kulm, G. (Ed.) (1990). Assessing higher order thinking in mathematics. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Lesh, R & Lamon, S.J. (Eds) (1992). Assessment of authentic performance in school mathematics. Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.

Mathematical Sciences Education Board, National Research Council (1993). Measuring up: Prototypes for mathematics assessment. Washington, DC: National Academy Press.

Mathematical Sciences Education Board. National Research Council (1993). Measuring what counts: A policy brief. Washington, DC: National Academy Press.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Va.: the council.

Pandey, T. (1991). A sampler of mathematics assessment. Sacramento, Ca.: California Department of Education.

Stenmark, J.K. (Ed.) (1991). Mathematics assessment: Myths, models, good questions and practical suggestions. Reston, Va.: National Council of teachers of Mathematics.