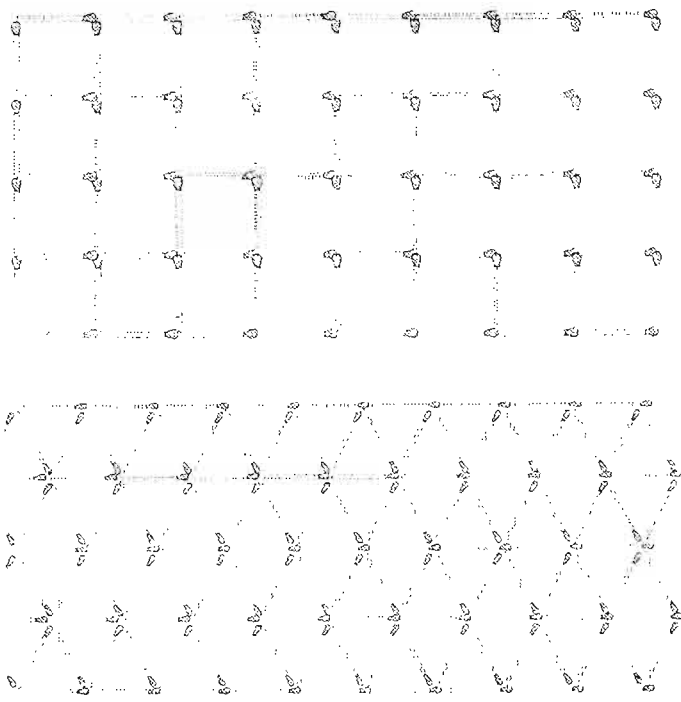


מה מסתתר בקופסת גפרורים?

ד"ר אלכס פרידלנדר

בפעילות אחרת, התלמידים יוצרים סידורים של אחד עד חמישה משולשים (שווי צלעות) עם תשעה גפרורים או פחות. לאחר הבנייה בגפרורים, התלמידים מתבקשים לצייר כל אחד מהסידורים שיצרו על דף עם רשת (ראו ציור 1).



ציור מס' 1

שינוי שטח של מלבנים בעלי היקף קבוע- בפעילות, מלבנים של שוקולד, התלמידים בודקים את כל המלבנים בעלי היקף של שנים-עשר גפרורים, ומתבקשים למצוא באיזה מהם יש הכמות הקטנה ביותר והגדולה ביותר של שוקולד, בהנחה שהמלבנים הנוצרים מייצגים טבליות של שוקולד. שאלה דומה נשאלת לגבי מלבנים בעלי היקף של שישה-עשר גפרורים. כמו בשתי הפעילויות הקודמות, על התלמידים לצייר כל סידור של גפרורים על נייר עם רשת. בשלב הבא, התלמידים מתבקשים לשער, ללא בנייה, איזה מן המלבנים בעלי היקף של עשרים גפרורים, יכול הכי הרבה ואיזה הכי מעט שוקולד. התלמידים גם מיישמים את מסקנותיהם במשחק אכול כפי יכולתכם, המופיע בציור 2.

במאמר קודם (מספר חזק 11) תיארנו סדרת פעילויות, שבהן תלמידים בכיתות א'-ד' התנסו במשחק קוביות, והגיעו למגוון רחב של מושגים מתמטיים. טענתנו היתה, שאוסף שיטתי של פעילויות חקר, המבוססות על אבזר או על נושא מתמטי משותף, יכול לספק אתגרים אינטלקטואליים לתלמידים שכבר רכשו את המיומנויות ואת המושגים הבסיסיים, ולאפשר להם לפתח אסטרטגיות חשיבה ברמה גבוהה.

גפרורים היא דוגמה נוספת לאוסף פעילויות הבנויות סביב אבזר, וכך מאפשר לתלמידים צעירים להכיר מושגים רבים חדשים יחסית, בדרך קונקרטיית ולא פורמלית. השימוש בגפרורים בכל אחת מעשר הפעילויות מהווה רקע משותף למושגים ולנושאים, אשר בדרך כלל אינם קשורים זה בזה.

חקירת גפרורים

החוברת "גפרורים" היא חלק מסדרה של יחידות קצרות שפיתחנו במרכז לטכנולוגיה חינוכית (מט"ח*) בתל אביב, ויישמו עם קבוצות תלמידים בכיתות א'-ד'. הפעילויות שביחידת הגפרורים קשורות לכמה תחומים מתמטיים אחדים: ראייה גיאומטרית, שינוי שטח של מלבנים בעלי היקף קבוע, תכונות של מספרים, פעולות עם מספרים, אלגברה לא-פורמלית, סדרות של צורות ומספרים, ואסטרטגיות של משחק. נתאר את הפעילויות על-פי תחומים אלה.

ראייה גיאומטרית – בפעילות הראשונה שביחידה, התלמידים מתבקשים להשתמש בגפרורים כדי ליצור סידורים שונים של ריבועים. בכל סידור יש להשתמש בשנים-עשר גפרורים בדיוק (אפשר להשתמש בגפרורים כצלעות משותפות של שני ריבועים). התלמידים חוקרים סידורים שונים של אחד, שניים, שלושה, ארבעה, חמישה ושישה ריבועים.

לוח מצחק "חפיסת שוקולד"

זינוק

פינט



זינוק

פינט

ציור מס' 2

3x3 אחד, שניים, או שלושה גפרורים, מבלי לחזור על אותו מספר של גפרורים בכל אחד מהטורים או השורות. ברגע שהושג הסידור המבוקש, על התלמידים להחליף את הגפרורים במספרים ולהפוך כל שורה לתרגיל חיבור או חיסור, על-ידי הכנסת סימני פעולה וסימן השוויון, ומבלי לשנות את סידור המספרים. לאחר מכן באה פעילות דומה עם אחד, שניים, שלושה, וארבעה גפרורים בריבוע של 4x4.

אלגברה לא-פורמלית – מושגים ראשוניים של אלגברה מוצגים בפעילויות המבקשות מהתלמידים לעבור תהליכים של "חשיבה הפוכה", כדי למצוא כמויות לא ידועות של גפרורים. למשל, בפעילות אחת כזו, יש לסדר 21 גפרורים: בשתי קופסאות, כך שאחת תכיל מחצית ממספר הגפרורים של האחרת.

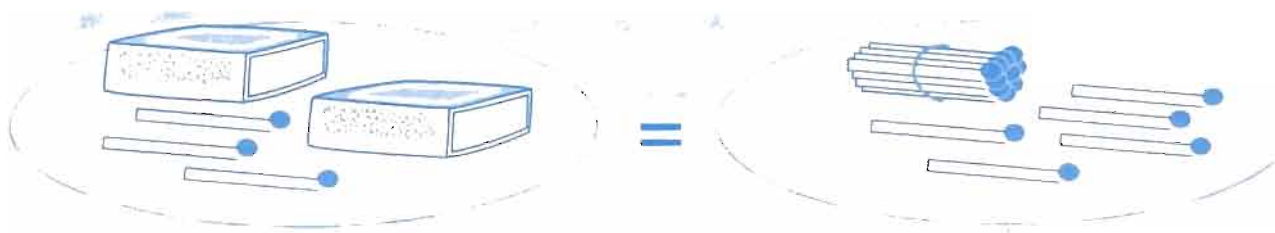
דוגמה אחרת היא הפעילות **קופסאות מסתוריות** המוצגת בציור 3. המשימה כאן שקולה לפתרון משוואות.

תכונות של מספרים – בפעילות ערמות שוות, התלמידים מקשרים בין המושגים של מספרים פריקים וראשוניים, חילוק, גורמים וכפולות, כשהם מבצעים את המשימות מן הסוגים האלה:

- מציאת דרכים שונות לסדר 24 גפרורים במספר ערמות זהות.
- מציאת שלוש דוגמאות לפחות, אם אפשר למקרים הבאים:

מספר של גפרורים, שאותו אי-אפשר לסדר בכמה ערמות שוות (שבכל אחת יותר מגפרור 1)?
האם יש מספר של גפרורים, אותו אפשר לסדר גם בערמות שבהן שני גפרורים בכל ערמה, וגם בערמות שבהן שלושה גפרורים בכל ערמה?
מספר של גפרורים, שניתן לסדר בערמות שוות, לפחות בארבע דרכים שונות.
מספר של גפרורים, שניתן לסדר בערמות שוות, בדיוק בארבע דרכים שונות.

פעולות עם מספרים - בפעילות 1, 2, 3, בריבוע, התלמידים מתבקשים לסדר בכל משבצת רשת של



ציור מס' 3

אסטרטגיות משחק – המשחק הסיני העתיק נים מהווה סיום מתאים ליחידה זו. החוקים פשוטים מאוד (ראו ציור 5) וניתן לגלות את האסטרטגיות המנצחות וליישם אותן בדרגות שונות של תחכום.

סדרות של צורות ומספרים – בציור 4 מופיעות דוגמאות של סדרות של גפרורים, שאותן חוקרים בפעילות סדרות. בכל סדרה התלמידים מתבקשים לבצע משימות, כגון: לצייר את הצורה הבאה; לתרגם את סידור הגפרורים למספרים, למצוא את חוקיות הסדרה ולמצוא את שלושת המספרים הבאים; להשתמש בחוקיות הסדרה למציאת מספרים נוספים, למשל, המספר שבמקום העשירי או במקום העשרים בסדרה; להשתמש בחוקיות הסדרה כדי למצוא את הצורה שאפשר לבנות ממספר נתון של גפרורים; לדוגמה, בסדרה, **השלישית** התלמידים מתבקשים למצוא את "רכבת" הריבועים שאפשר לבנות עם 37 גפרורים.

נים משחק סיני עתיק (שני משתתפים)

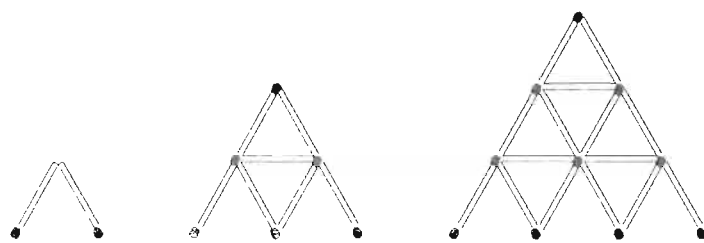
מהלך המשחק:

- יוצרים שלוש ערמות של גפרורים, בכל ערמה מספר גפרורים כרצון המשתתפים.
- כל משתתף לוקח בתורו גפרורים אחדים כרצונו (אפילו אחד) **מאחת** הערמות בלבד.
- **המנצח** – המשתתף שלוקח את הגפרור האחרון.

ציור מס' 5

הפעלת היחידה בכיתה

על פעילויות שביחידה זו עבדו קבוצות קטנות של ארבעה עד שבעה תלמידים בכיתה רגילה, או קבוצות גדולות יותר של תלמידים שנבחרו מכמה כיתות. כפי שצוין במאמר הקודם (מספר חזק 11) התלמידים ומוריהם היו נלהבים, והמורים הסכימו עם גישת החקר שבפעילויות אלה. מרבית הפעילויות איפשרו



ציור מס' 4

לתלמידים לגלות חוקים על-פי רמת היכולת שלהם, תוך כדי שימוש בשיטות משלהם, וללא הכתבה של דרך פתרון או קצב עבודה כלשהם.

מורים שהשתמשו ביחידה עקבו אחר תהליכי החשיבה של התלמידים, ואחר יכולתם לדווח על דרכי הפתרון שלהם. תצפיות אלה שימשו חלק מהערכה מתמשכת של הישגי התלמידים, היוו חלופה להערכת פתרונות של "פריטי מבחן" קונוונציונליים יותר. תיאור יחידת הגפרורים עשוי לעורר את הרושם, כי המפגש עם מגוון כה רחב של מושגים מתמטיים, שחלקם די "מתקדם" באופיו עלול ליצור קשיים ניכרים אצל התלמידים. ואולם לעתים קרובות הופתענו להיווכח בדרכי הפתרון המתוחכמות והיחסית פשוטות של התלמידים, שחסרו את הידע הקודם לגבי מה שחשבו שהיו המושגים המתמטיים הדרושים לפתרון הבעיה. נדגים זאת כאן באמצעות תיאור דרכי הפתרון של ילדים בשלוש מהפעילויות שתוארו לעיל.

דוגמה 1: הפעילות "מלבנים של שוקולד" והמשחק "אכלו כפי יכולתכם" מספקים הזדמנות ליישם את המושגים של שטח והיקף בצורה לא פורמלית. תלמידים אחדים בנו, למשל, את כל המלבנים האפשריים של, שישה-עשר גפרורים, בדרך של ניסוי וטעייה, וללא כל תכנון מראש. אחרים הסיקו, לאחר שעבדו עם מלבנים של שנים-עשר גפרורים, שהסכום של האורך והרוחב הוא מחצית ההיקף, ויישמו את הממצא הזה למקרה של 16 גפרורים, על-ידי חישוב שיטתי של כל מכפלות המספרים השלמים שסכומם שמונה. לבסוף, היתה הסכמה כללית, שבין כל המלבנים בעלי אותו היקף, ככל "מלבן" ארוך יותר- כך יש בו פחות שוקולד. אני אבקש מאימא שלי לקנות לי רק חפיסות שוקולד בצורת ריבוע, העיר אחד הילדים. המורה ניצלה את ההזדמנות לדון עם הכיתה בשאלה: האם כל החפיסות הריבועיות גדולות מחפיסה מלבנית כלשהי? והתלמידים הגיעו למסקנה, כי הכללה זו נכונה רק עבור הריבוע והמלבנים שעל היקפם אותו מספר גפרורים.

דוגמה 2: בפעילות "קופסאות מסתוריות" צפינו בכמה אסטרטגיות מעניינות (ציור 3). נתון כי מספר הגפרורים בשתי קופסאות, הוא בסך הכל 21 גפרורים, בקופסה אחת מחצית ממספר הגפרורים שבקופסה האחרת. בסיכום הכיתתי, התלמידים שבכיתה אחת דיווחו על השיטות הבאות למציאת מספר הגפרורים בכל קופסה:

■ ניסוי וטעייה;

■ בניית זוגות של מספרים והכפולות שלהם פי 2 החל מ-4, 1-8 המשך ב-5, 1-10, 6, 1-12 וכן הלאה, עד שהגיעו לסכום הדרוש של 21 גפרורים.

■ הוספת גפרור אחד לערמה אחת ושניים לאחרת, עד שהשתמשו בכל 21 הגפרורים.

■ יצירת שלוש ערמות שוות של שבעה גפרורים, ואז איחודן של שתיים מהן.

דוגמה 3: ברוב הכיתות, המשחק נים עורר לעניין רב, גם בקרב חברים מחוץ לבית הספר והורים. בחלק מהמקרים אף נערכו תחרויות נים. אסטרטגיה מנצחת, (שאותה גילו התלמידים), היא לרוקן ערמה אחת ולהביא את השתיים האחרות לאותו מספר של גפרורים. לאחר שמגיעים למצב זה, עליך תמיד לחזור על הצעד האחרון של השחקן האחר, וכך תוכל להיות בטוח שאתה תהיה מי שמסיר את הגפרורים האחרונים.

מסקנות

בדרך כלל משתמשים בגפרורים במתמטיקה כאמצעי להצגת חידות (למשל, בחידה של הזזת מספר מסוים של גפרורים מסידור אחד כדי ליצור סידור אחר). חידות אלה מכוונות בדרך כלל לתלמידים המוכשרים ביותר, ופתרון תלוי ב"הברקה פתאומית" מסוימת של הפותר. מבחינה זאת, הפעילויות הכלולות ביחידת הגפרורים הן שונות. הן מדגישות תהליכים של חקר מתמטי, ומאפשרות לרוב התלמידים להשיג תוצאות כלשהן - בייחוד אם העבודה נעשית בקבוצות. פעילויות חקר מן הסוג המוצג כאן אינן מנסות להציג

פעילויות של חקר מתמטי מתאימות לכל התלמידים. הן גם מספקות אתגרים לתלמידים המתקדמים, ולעתים מספקות ערוצי פעילות חלופיים לתלמידים מוכשרים פחות. פעילויות אלה גם מספקות חלופה לתרגול מופרז במיומנויות החישוב, או ל"האצה" שטחית של תלמידים מתקדמים.

לדעתנו, הפעילויות המוצגות כאן סיפקו לתלמידים ולמורים הזדמנות להתנסות בכל היסודות האלה. ניצול הזדמנויות אלה בשלבים המוקדמים של לימוד המתמטיקה חשוב לא פחות מאשר בכיתות הגבוהות יותר.

נושאים מתמטיים חדשים. עם זאת, על סמך תיאור הפעילויות ותגובות הילדים, אפשר, לדעתנו, להוסיף כמה מסקנות:

■ תלמידים יכולים להיות מעורבים וליהנות מחקירות מורכבות יחסית, כבר בכיתות הנמוכות של בית הספר-היסודי.

■ חקירות מתמטיות יכולות, וצריכות להיות מאורגנות ומוצגות לתלמידים כ"סיפורים" משמעותיים, הקשורים לנושאים מקיפים גדולים יותר.

■ פעילויות מתמטיות מורכבות מאפשרות לנו ליישם המלצות חשובות בעניין הוראה ולמידת מתמטיקה לדוגמה: עבודה צוות, מפגשים מוקדמים עם מושגים מתמטיים מתקדמים, הדגש על תהליכי חשיבה הקשורים לאינטואיציה, ראייה בעיות ופתרון, ושימוש במגוון רחב של שיטות להערכת עבודת תלמידים.

*היחידה מופיעה בחוברת "גפרורים" בסדרת "גלויים" הוצאת מטח.

