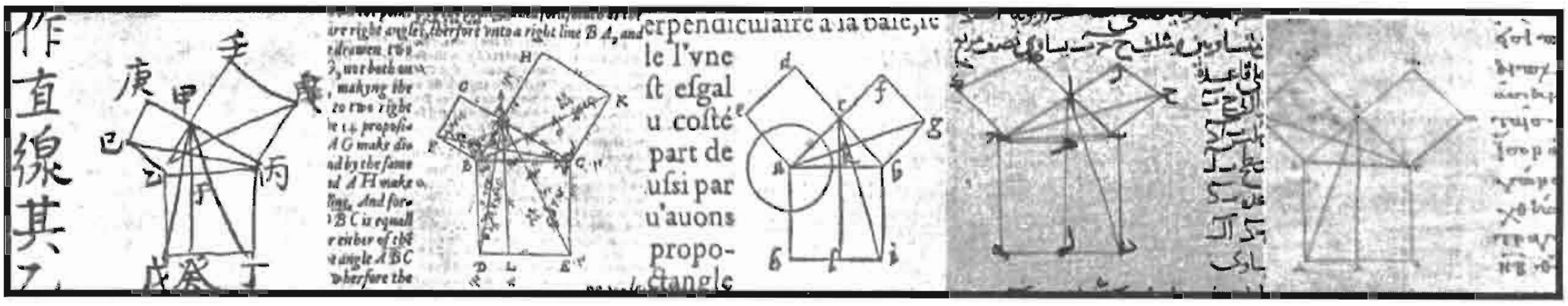

ד"ר אביקם גזית

ארכימדס מסרקוזה
מגדולי המתמטיקאים בכל הזמנים

אם תשאלו את תושבי האי סיציליה על מי גאוותם, אני מספק אם מי מהם יזכיר את תושב האי, ארכימדס, אשר נולד בעיר סירקוזה בשנת 287 לפנה"ס.
ארכימדס זכור לנו לטוב בזכות תגליותיו והמצאותיו המופלאות במכניקה: חוק המנוף, בורג ארכימדס והתגלית המפורסמת ביותר בתחום ההידרוסטטיקה, על גופים צפים: גוף השוקע בנחל דוחה מים כנפחו השקוע.
תגלית זו הביאה לעולם קוריוז ומושג הקשורים לשעת גילוי החוק; כאשר ארכימדס הנלהב יצא מבית המרחץ עירום כביום היוולדו והוא צועק: "אוריקה! אוריקה!" כלומר, "גיליתי! גיליתי!" מכאן המושג: היוריסטיקה-הדרך לגילוי ולחקר של מושגים מדעיים, המשלימה את האלגוריתמיקה-השימוש בתבניות ידועות מראש. כאמור, תרם ארכימדס תרומה אדירה לפיזיקה השימושית, אך הוא העדיף והעריך יותר את המתמטיקה הטהורה והשימושית. צורת החשיבה ודרך החשיבה של ארכימדס פרצו את גבולות הזמן והמקום ויש לזכור שהוא היה מוגבל באמצעים שעמדו לרשותו: לא טכנולוגיה ולא שיטות סימון (מספרים עשרוניים) וסימול (אלגברה). יש הרואים בארכימדס את אחד משלושת המתמטיקאים הגדולים בכל הזמנים, לצד ניוטון וגאוס, ואומרים, שאם היה לומד בקורס בפיזיקה מודרנית, היה מבין את בוהר ואת אינשטיין טוב יותר מאשר הם הבינו את עצמם...
ארכימדס לא סבל מילדות עשוקה והיה בן למשפחה אריסטוקרטית שהיתה מקורבת למשפחת שליט סירקוזה, הירון (בעל הכתר המפורסם). אביו, פידיאס, היה אסטרונום וידיד אישי של השליט. ארכימדס היה מיודד עם בן השליט גלון ויחד למדו בצעירותם את יסודות המתמטיקה שהיתה ידועה עד אז. עם התבגרותו נסע ללמוד באלכסנדריה ושם ערך את חלק מחקירותיו בפיזיקה ובמתמטיקה.

דוגמה אחת מיני רבות לדרך חקירתו וחשיבתו של ארכימדס היא חיבורו על מדידת המעגל, ובו מחשב ארכימדס, בקירוב מפליא, את היחס הקבוע בין היקף מעגל לקוטרו (מבלי כמובן לקרוא ל"ילד" בשמו - פאי π).
ארכימדס משרטט (בחול, או על גופו המכוסה שמן רחצה עבה, באמצעות הציפורן) משושה משוכלל, החסום במעגל, וכך כל אחת מצלעות המשושה שווה לרדיוס המעגל. כעת חוצה ארכימדס את הקשתות שמול כל צלע לשתיים, ועל-ידי חיבור נקודות החלוקה מתקבל מצולע משוכלל בעל 12 צלעות. כך הוא ממשיך לחלק את הקשתות ולקבל מצולעים משוכללים בני 24, 48 ו- 96 צלעות. ארכימדס מחשב את היקפו של המצולע המשוכלל

בן 96 צלעות החסום במעגל באמצעות חישוב צלע אחת והכפלתה במספר הצלעות - 96, והוא מוצא שהיקפו גדול פי $3\frac{7}{10}$ מקוטר המעגל החסום. יש לזכור, שהיקף המעגל גדול יותר מהיקף המצולע החסום, ולכן היחס בין היקף המעגל לקוטרו צריך להיות "קצת" יותר גדול מערך זה.

באותה שיטה משרטט ארכימדס משושה משוכלל, החוסם מעגל, ובתהליך דומה מחלק את הקשתות שמול הצלעות לשתיים, ומקבל מצולעים משוכללים וחוסמים בני 12, 48, ו – 96 צלעות. היקפו של המצולע בן 96 צלעות, החוסם את המעגל, גדול פי $3\frac{70}{10}$ מקוטר המעגל, והיקף המעגל במקרה זה קטן מהיקף המצולע.
מכאן מגיע ארכימדס למסקנה, שהיחס בין היקף מעגל לקוטרו נמצא בין שני היחסים שמצא: הראשון שווה ל - 3.140845 (כך בשיטה העשרונית שלנו, בקירוב של 6 ספרות אחרי הנקודה) והשני - 3.141851 (זהו הקירוב שמרבים להשתמש בו בספרי הלימוד -שלוש ושביעית).
הממוצע בין שני הערכים נותן 3.141851 המהווה קירוב מצוין לערך של הקבוע האי-רציונלי המפורסם בעולם: הפאי (π) שהוא ...3.14159

כדאי לשים לב לשיטה שנוקט ארכימדס, שיטה שעצם הסברתה אינו מסובך, אך עצם הרעיון הוא הגילוי המופלא (אאוריקה!), אכן, שיטה מקורית ומלהיבה. לאחר שמצא ארכימדס את היחס בין היקף המעגל לקוטרו - ה- π , הוא ניגש לחשב את שטח המעגל באמצעות חלוקת המעגל למספר גדול של חלקים ויצירת צורה שקולה, בשיטה זו משווה ארכימדס את שטח המעגל הנתון לשטח משולש ישר זווית אשר ניצב אחד שווה לרדיוס המעגל והניצב האחר שווה להיקף המעגל! אם נשתמש בנוסחת שטח משולש ישר זווית: מכפלת הניצבים חלקי שתיים נקבל ששטחו של המעגל

$$2\pi R\cdot\frac{R}{2}=\pi R^2$$

לא אפרט את השיטה, הנקראת "שיטת המיצוי", מאחר שהסברה מורכב ומייגע במקצת. רק אזכיר דוגמה לחישוב מקורב של שטח מעגל, ("המעגל והעיגול" - מט"ח) ובה מחברים את חלקי המעגל למעין מלבן ומחשבים את שטח המלבן.
שוב מגלה ארכימדס דרך חשיבה מופלאה, שבה הוא בעצם מיישם את הכרזתו המפורסמת, הנוגעת לחוקי המנוף, ויש בה מטפורה לחשיבה האנושית: "תנו לי נקודת משען ואזיז את כדור הארץ", ובמילים המתארות את המטפורה: "צריך לחפש נקודה התחלתית ומשם נגיע לפתרון של כל בעיה".

לסיכום חלק זה בפועלו של ארכימדס אציג את יישום חקירת המעגל לגופים: "על הגליל והכדור" - חיבור העוסק בתכונות גופים אלו.
כדי למצוא את נפחו של הכדור מניח ארכימדס שהכדור מורכב מאין-סוף "חרוטים" אשר קדקודיהם במרכז הכדור, ושטח בסיסיהם מצטרף לשטח המעטפת של הכדור. ארכימדס מצא קודם לכן את שטח המעטפת של הכדור: ארבע פעמים שטח המעגל הראשי של הכדור (זהו המעגל המתקבל כאשר מחלקים כדור לשני חצאים), ואז הוא חישב גם את נפח החרוט: שליש מכפלת שטח בסיס החרוט בגובהו.
ארכימדס מניח שבסיסיהם של אינסוף ה"חרוטים" שווה לשטח המעטפת של הכדור, והוא מסתכל על הכדור כאילו שהוא מהווה את סכום כל ה"חרוטים" ונפחו שווה לשליש מכפלת שטח המעטפת בגובה, ובמקרה זה הגובה הוא הרדיוס של הכדור!
כך מקבל ארכימדס את נפח הכדור: שליש מכפלת שטח המעטפת ברדיוס הכדור. $\frac{4}{3}\pi R^3$

זהו ארכימדס וזוהי גאוניותו, ובגיליון הבא: על ארכימדס המחשב את גרגירי החול ביקום כולו. לשם מה? פשוט, תרגיל שכלי מעבר לאפשרי, למוכר ולאנושי.

מקורות:
אונגרו ש .(1989) 'מבוא לתולדות המתמטיקה, חלק א, תל-אביב: משרד הביטחון.

שישא א. (1977) 'מתמטיקה ומתמטיקאים. גבעתיים: מסדה.

Bell. T (1965) Men of mathematics, N,Y:Simon & Schuster.