

# חידות (מתימטיות) ומתימטיקה

ד"ר בנו ארבל

המתימטיקאי האנגלי הגדול JOHN EDENSOR LITTLEWOOD כתב בספרו MATHEMATICS MISCELLANY (מגוונים מתימטיים), כי חידה מתימטית טובה שווה יותר מתריסר עבודות בינוניות ומהווה תמיד מתימטיקה טובה.

מבחינת עומק חשיבה, אין הבדל בין חידה (טובה) לבין בעיה מתימטית "רצינית". מה שיכול להבדיל בין חידה ובעיה מתימטית היא העובדה כי קל הרבה יותר להבין חידה מאשר בעיה מתימטית (המנסחת ברוב המקרים במונחים "מקצועיים").

כדי לפתור חידה טובה דרושה תובנה. אותה תובנה (בתוספת התמחות) דרושה גם בפתרון בעיות מתימטיות.

בכתבה זו נביא מספר חידות שבפתרון מסתתרים רעיונות מתימטיים, או ליתר דיוק רעיונות שמשמשים בהם גם במתימטיקה. באמצעות פתרון אחת החידות נדגים רעיון מקובל בפתרון בעיות מתימטיות והנו: בדיקת פרטים והיקשים לגבי הפתרון הכללי.

## 1. הילדים הצוחקים

שלושה ילדים נבונים (נסמנם א, ב, ו'ג') נפגשים ליד שער בית הספר. עוד לפני שבירכו זה את זה, הם פרצו בבת אחת בצחוק (מסתבר כי על פני כל אחד מהם צוירו סימנים בלתי מובנים). אך צחוקם לא נמשך זמן רב, הוא נפסק באותה פתאומיות שהוא פרץ, ושלושתם החלו לנגב את פניהם. הכיצד?

כאמור הילדים הם נבונים. כל אחד מהם החל לחשוב על סיבת צחוקם של השניים האחרים. נדגים את צורת החשיבה של א' (הזהה לזו של שני האחרים):  
אם אין אני (א) סיבה לצחוק, אז מדוע ב' אינו קולט כי הוא סיבה לצחוקו של ג' (כי הרי ג' חושב כי אין הוא מהווה סיבה לצחוק)? כיוון שהמצב אינו כזה, סימן שאני (א') בעצמי מהווה סיבה לצחוק.

## 2. טיגון פרוסות הלחם

קיים צורך לטגן 3 פרוסות לחם (בשני הצדדים) במחבת שבו ניתן לטגן בו זמנית 2 פרוסות בלבד. הטיגון של צד אחד אורך 3 דקות. מהו הזמן הקצר ביותר לטיגון שלוש הפרוסות?

נשים לב לכך, כי אם נניח 2 פרוסות במחבת ונטגן אותן בשני הצדדים, אז תישאר פרוסה אחת אותה נטגן במחבת לבד. סך הכל של זמן הטיגון יהיה 12 דקות. אולם ברור כי בצורה זו לא ניצלנו היטב את נתוני הבעיה. לא היה ניצול טוב של העובדה כי במחבת אפשר לטגן יחד 2 פרוסות. עובדה זו צריכה להוביל אותנו להבנה שנצליח להגיע לזמן קצר ביותר בטיגון, אם במשך הטיגון המחבת יהיה תפוס באופן מלא (כל זה שייך להבנה טובה של החידה).

כיוון שלכל פרוסה יש שני צדדים (נסמנם ב'א, 1, 2א, 1ב, 2ב, 1ג, 2ג), נוכל להגיע לביצוע הטיגון באופן הבא: בשלב הראשון (1ב, 1א), בשלב השני את (1ג, 2א) כלומר הוצאנו את 1ב והכנסנו

את ג1 ולבסוף את (ג2, ב2) סך הכל 9 דקות = 3x3. כיון שהמחבת היה בתפוסה מלאה במשך כל הטיגון, הרי אין אפשרות לבצע זאת בפחות מ־9 דקות.

### 3. המלך והאורקול

מלך אחד הלך להיוועץ עם האורקול שבעירו בקשר לנאמנותו של אחד מיועציו. תשובת האורקול לשאלה ניתנת באמצעות 3 נזירות ב"כן" או "לא" בלבד. האחת דוברת תמיד אמת, השנייה דוברת שקר, ואילו השלישית – לפעמים דוברת אמת ולפעמים דוברת שקר. המלך יכול לשאול רק שאלה אחת, והוא אינו יודע איזו נזירה קיבלה את פניו ותענה לשאלתו.

מהי השאלה שהמלך צריך לשאול, ואיך עליו לנהוג במענה, כדי לברר את נאמנות יועצו?

במבט ראשון החידה נראית בלתי פתורה. בכל מקרה היא ודאי קשה. המלך חייב לשאול שאלה שהמענה עליה יהיה זהה ללא תלות בנזירה העונה, אך היא (השאלה) חייבת לכלול גם את "תכונת" העונה לשאלה.

שאלה שהמלך יכול לשאול היא "אם אשאל על נאמנות יועצי, האם תאמרי כן?"; כדי להבהיר כי אמנם שאלה זו "טובה" היא, נסמן את הנזירות ב T, F, E.

(D = דוברת אמת, F = דוברת שקר, E = לפעמים אמת ולפעמים שקר), ובי"ח היועץ נאמן ו־B היועץ בוגד. תבנית התשובות תראה כדלקמן:

	T	F	E
N היועץ נאמן	כן	כן	כן
B היועץ בוגד	לא	לא	לא

לגבי דוברת האמת – המענה ברור. לגבי דוברת השקר: אם היועץ נאמן, אז F צריכה לאמר לא, אך היא נשאלה מהי התשובה שלה וכיון שהיא תמיד משקרת, הרי היא תאמר כן. לגבי E הרי גם תשובתה תהיה כן. אם זהו התור לאמר אמת אז היא נוהגת כמו D. אם זהו התור לומר שקר, הרי היא נוהגת כמו F ושוב לומר כן. באופן דומה לגבי המצב שבו היועץ בוגד.

הערה: כדאי לחשוב על ניסוחים נוספים לשאלת המלך.