שימושים בריבוע קסם להוראה

בת שבע גיגוזינסקי

חלק א.

ריבוע הקסם — הוא ריבוע שבו מסודרים מספרים בתוך משבצות של ריבוע כך שסכום המספרים הרשומים בכל שורה, טור ואלכסון שווה.

דוגמא:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

א. בניית ריבוע קסם מתשעה מספרים עוקבים.

ריבועי הקסם ידועים כבר מימים קדמונים והוו מקור להתפעלות ולתמיהה. באמצעות ריבועי קסם אפשר לתרגל: תרגילי חיבור וחיסור, כפל, חזקות, ממוצע וסדרות חשבוניות. קיימות דרכים שונות לבניית ריבועי קסם של **3×3**. יוצגו להלן שלוש דרכים, המתאימות למטרות לימוד והכנת חומר לקראת שיעור.

נשתמש בדוגמא שבפתיחה כדי להסביר אחת הדרכים לבניית ריבוע כזה.
נבחר את המספרים מ **1** עד **9.**

נחשב תחילה את סכום האיברים בכל שורה.
סכום כל המספרים הוא **45,** ולכן בכל שורה הסכום יהיה **15.**

באופן כללי: הסכום בכל שורה, טור ואלכסון הינו שליש מהסכום של הריבוע כולו.

1. אם נרשום את כל השלשות המורכבות ממספרים שונים שסכומם 15, נקבל 8 שלשות שונות:

4+5+6 3+4+8 2+4+9 1+5+9
3+7+8 2+5+8 1+6+8
2+6+7

כל השלשות האלה יופיעו בריבוע הקסם (כי נחוצים בדיוק **8** שלשות שונות: **3** שורות, **3** טורים, **2** אלכסונים).

2. המספר המופיע במשבצת האמצעית, המשותפת לשורה האמצעית, לעמודה האמצעית ולשני האלכסונים, זהו המספר היחיד המשתתף ב־**4** סכומים.
רק מספר **5** מופיע בארבע שלשות, כלומר הוא חייב להיות המספר **האמצעי.**

3. כל מספר המופיע באחת מפינות הריבוע משתתף בשלוש שלשות: שורה אחת, טור אחד ואלכסון אחד.
המספרים המשתתפים בשלוש שלשות הם: **8,6,3,2** ולכן הם יופיעו בפינות (ראה בדוגמא).
משיקולי סימטריה, אין חשיבות למקום, אך יש לשים לב לסכום באלכסונים, שהרי המספר **5** כבר נמצא במשבצת האמצעית.

4. יתר המספרים יושלמו על־ידי חישוב.

בדרך זו ניתן לתרגל חישובים פשוטים עד **51** (מתאים לילדים בכיתות ב,ג,ד).

ב. אפשרות נוספת היא לבנות ריבוע קסם מסידרה חשבונית כלשהי (סידרה חשבונית היא רצף מספרים אשר בין כל שנים מהם יש הפרש קבוע).

נתאר באופן כללי את איברי הסידרה באותיות:
a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9

במשבצת האמצעית נציב את האיבר האמצעי של הסידרה a_5, באלכסון אחד יופיעו a_4 ו a_6, ובאלכסון השני a_2 ו a_8.
משיקולי סימטריה אפשר להחליף בין a_2 לa_8, ובין a_6 ל a_4 וכן בין שני האלכסונים.

a_4		a_2
	a_5	
a_8		a_6

את יתר המספרים משלימים בעזרת חישובים בהתאם לתנאי שכל שורה מכילה את **1/3** הסכום של כל הסידרה. את סכום הסידרה* נחשב בעזרת מחשבון או ע"י הכלל הבא: סכום כל זוג איברִים הסימטריים לאיבר האמצעי הוא פעמיים האיבר האמצעי.

* בגיליון הבא של העיתון נעסוק בחישובי סכומים של סדרות שונות, ונלמד כיצד ניתן לשלבן במהלך ההוראה.

דוגמאות:

- הסידרה **20,21,22,23,24,25,26,27,28**
  הסכום הכללי: **9×24=216**

הסכום בכל שורה, טור ואלכסון **27 = 612:3** ולכן נקבל:

21		**25**
	24	
23		**27**

השלם את החסר.

• הסידרה **3,6,9,12,15,18,21,24,27**
הסכום הכללי **9×15=135**

הסכום בכל שורה, טור ואלכסון **135:3=45**, ולכן נקבל:

12	27	6
9	15	21
24	3	18

ג. שיטה לבניית ריבוע קסם המבוסס על מספרים כלשהם (לא סידרתיים, שברים פשוטים ועשרוניים).

נסמן את המספרים באותיות a,b,c .... g את המספרים במקומות a,b,c בוחרים באופן חופשי ולכן:

1. סכום המספרים בכל שורה, טור ואלכסון יהיה a+b+c

c	b	a
f	e	d
i	h	g

2. המספר האמצעי **3** / (a+b+c).

3. את יתר המספרים משלימים ע"י חישובים, ע"פ הסכום הנדרש בכל שורה או טור.

• **דוגמאות:**
נבחר **c=2, b=2, a=5**

הסכום בכל שורה, טור ואלכסון יהיה 9

המספר האמצעי יהיה **3**

• **מקבלים:**

5	2	2
0	3	6
4	4	1

בעיתון הבא נציג דוגמאות נוספות,ונשלב בהן הדרכה מתודית.