



נחמה חורין, מרים בן-יהודה

הוראה מותאמת לצורכי לומד - מיפוי כיתה בחשבון כבסיס להוראה

שערך בכיתה תוך כדי הוראה - On Going Research
(Cobb.,1995, 1997). מסר זה מתיישב גם עם תיאוריית
"הוראה מאבחנת" של ולנסיה ושל אחרים (Valencia),
1991 הרואה בהערכה ובקביעת הישגי הלומד לא
מטרה בפני עצמה, אלא דרך להובלת שינויי בדרכי
הוראה.

מורים מכירים היטב את הדרישה לעריכת מיפוי
כיתה: המטרות לכך שונות ומותאמות למזמין
המיפוי: מנהל, מפקח, מדריך או המורה עצמו. יש
כמה דגמי מיפוי כיתה.

כוונתנו במאמר זה להציג דגם למיפוי כיתה המתבסס
על ניתוח דרכי החשיבה וחקירת הסיבה האפשרית
לשגיאה. דגם זה יכול לשמש בסיס לתכנון הוראה
הממוקדת בקשיים של הכיתה כולה או של התלמיד
הבודד.

התאוריות בנושא הרפורמות בהוראה ולמידה
במתמטיקה מדגישות שבד בבד עם עריכת שינויים
בהוראה יש לערוך גם שינויים בדרכי הערכת הלומדים.
רצוננו להציע דרך לניתוח תהליכי הפתרון ודרכי
החשיבה של לומדים בעת ביצוע מבחני הישג
סטנדרטיים כדוגמת אלו המקובלים במערכת
החינוך. דרך הניתוח המוצעת מאפשרת למורה
"להקשיב" ללומד ולעקוב אחר תהליכי חשיבה,
עולם הידע ויכולתו להגיע להבנה.

הנחת היסוד בכתיבת מאמר זה היא, שהוראה
והערכה אינן ישויות נפרדות, אלא תומכות זו בזו,
ואחד מתפקידיה העיקריים של הערכה הוא לסייע
למורה במלאכת ההוראה. מסר זה קשור בתיאוריות
הרואות את המורה כחוקר בכיתתו, המשנה את
דרכי העבודה בכיתה בהתאם לממצאי המחקר

מיפוי כיתה ד'

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	תרגום מילה למספר					
הערות	מה המס' אם אוסיף 4 לספ' מאות במספר 638	הוצאות טל' בן-42 ש"ח בת-30 יותר הורים-225	36 תלמידים 4 טורים	אלפיים וארבע עשרה	x 45 29	x 37 4	- 63 14	+ 34 26	- 72 35	- 50 34	+ 56 28	16	5	5 אחד	7 מאות	שבע מאות ותשע	
												עשרות	עשרות				
					405	208				26							1
	4638	397			845	208		510	לא	24		16	5	57			2
										24							3
										24							4
	6438	לא	לא	2,14	405	40	51	61	43	24		לא	לא	לא			5
																	6
																	7
	לא	לא	לא	200014	2405	1228	59		36	24		16	15	75	7009		8
																	9
										24							10
	642	367	צייר עיגול		845	128		50		20		16		750			11
																	12
	642	לא	32	20410	845	58	50		40	20	714	116	5	57	7009		13
																	14
					74			50	107		44		15	507			15
																	16
	638	לא	לא	2,14	1224	202	51	51		20		לא	לא	75			17
					לא	208	51		43	20	74						18
	6438	172			לא	208	51		43	24	74	1610	15	57			19
																	20
		397	8	2041	לא	155	50		38	17	83						21
																	22
	לא	לא	לא														23
	לא	לא	קווים	2,14	לא	58	59	50		לא		610	15	75	79		24
	9	10	6+2	6	12	8	8	6	8	14	5	8	8	9	3		מספר השוגים

התחומים ישפיע על האחר. כך, פתרון תרגילים אלגוריתמי ברב-ספרתי (תחום הידע האלגוריתמי) ופתרון בעיות מילוליות יושפעו מהבנת הלומד את משמעות הפעולה ואת המבנה העשרוני (מרכיב ידע פורמלי ואינטואיטיבי).

המורה המעיינת בשגיאות המפורטות במיפוי יכולה להבחין, כבר במבט ראשון, שלתלמידים בכיתה יש קשיים בכל תחומי התוכן הנבדקים. **בתחום המבנה העשרוני** בולטים קשיים כאשר נדרשים התלמידים לפעול מתוך הבנת ערך המקום-פוזיציה (במשימה 2,3,4,12).

לדוגמה:

תרגום את הרשום במילים למספר:

טור 4: שש-עשרה עשרות

תשובות שגויות: 16 (תלמיד מס' 2,8,11)

116 (תלמיד מס' 13)

1610 (תלמיד מס' 19)

טור 12: אלפיים וארבע עשרה

תשובות שגויות: 2,14 (תלמיד מס' 5,17,24)

במשימות אלה נדרשו התלמידים לתרגם, מתוך הבנת עקרונות המבנה העשרוני, מספר המופיע במילים למספר הכתוב בספרות. התלמידים שתשובותיהם מודגמות להלן התקשו בכך בשל קושי בהבנת ערך המקום. ייתכן שהתלמידים האלו התייחסו אל ההיבט המילולי של המספר והתקשו לייצגו בסמל גרפי נכון. שגיאה זו יכולה להצביע גם על בעיה בהבנת המשמעות כמותית של המספר. בטור 12 נוכל לראות את הקשיים בהבנת משמעות האפס ומקומו במספר.

הקשיים בתחום המבנה העשרוני השפיעו גם על פתרון תרגילים בארבע פעולות במספרים גדולים. "מבחר" שגיאות אפשר לראות בתשובות שבטורים 6 ו-11. ברוב המקרים נובע הפתרון השגוי מהקשיים המוזכרים לעיל, קשיים בהבנת ערך המקום ובהבנת תהליך הפתרון האלגוריתמי, או בהתייחסות למושג האפס. לדוגמה: בתרגיל המופיע בטור 8 לא העבירו מקצת מהפותרים את העשרת וקיבלו תשובות שגויות, כגון:

המיפוי המוצג הוא דוגמה לדרך מיפוי תוצאות של חלק ממבחן שנערך בכיתה ד בתחילת השנה. מיפוי זה נועד לשמש בסיס לבנית תכנית ההוראה. במיפוי זה בחרנו להדגים מהלך ניתוח שגיאות אחדות בלבד (המופיעות בטורים המודגשים, טורים 6,11) ולהתמקד בשני ילדים בלבד (תוצאות המבחן שלהם מופיעות בשורות המודגשות, 13 ו-21).

כדי לענות על השאלה מהם גורמי הקושי שהובילו לטעויות של התלמידים ומהן הדרכים המתאימות להתערבות יש לברר תחילה:

- א. מה הידע הנדרש כדי לפתור כל אחד מהתרגילים, ולאיזה תחום תוכן מתמטי הם שייכים.
- ב. מהן דרכי החשיבה והפעולה שהפעילו התלמידים בעת מתן התשובה השגויה.

חשוב לציין שכל הסבר לשגיאה הוא השערה בלבד ויש לאמתו (או להפריכו) בשיחה עם התלמיד. נתבונן במיפוי ונראה שדגם המיפוי המוצע שונה מהותית מדגמים סטנדרטיים. בדגם זה הממצאים אינם סימנים (✓ או X) או נתונים מספריים של ציונים, אלא רשום התוצאות השגויות שאליהן הגיעו התלמידים במהלך הפתרון (משבצת ריקה מעידה על תשובה נכונה).

המיפוי מאפשר להתייחס לשני מימדים:

- (א) **למימד הכיתתי**, המדגיש מהם הנושאים שחלק גדול מהכיתה טועה בהם (ב) **למימד האישי**, המדגיש את הקשיים של תלמיד בודד.

במימד הכיתתי – מה נוכל ללמוד על מצבה של הכיתה ומהם הנושאים במתמטיקה שבהם מתקשים חלק גדול מתלמידי כיתה זו?

המיפוי בודק תכנים המהווים בסיס לחומר הנלמד בכיתה ג'. הנושאים הם: מבנה עשרוני (משימות: 12, 14), פתרון תרגילים בארבע פעולות חשבון ברב-ספרתי (משימות: 5-11) ופתרון בעיות מילוליות בנושאים הנלמדים (13-15). תחומי התוכן המוזכרים קשורים אלו באלו, כך שחסך באחד

הכמותית של מספר דו-ספרתי, להבין את ערך המקום, את משמעות האפס ואת תהליך ההמרה והפריטה בפעולת החיסור ברב-ספרתי.

התשובות השגויות השונות המפורטות בטור (20), מצביעות על תהליכי חשיבה שגויים בתחומים (24), אלו. המקור לתהליכים השגויים יכול להיות נעוץ בחסך בידע מתמטי או בשימוש מוטעה בידע הקיים.

יתכן **תלמיד שענה את התשובה 24** פעל על-פי חוק החילוף בחיסור, ולכן חיסר אפס מ-4. יתכן שתלמיד זה "ברח" לתשובה זו כאפשרות קלה וזמינה לפתרון.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 34 \\ \hline 24 \end{array}$$

התלמיד הפעיל, הליך אלגוריתמי שגוי, ולא קישר אותו למשמעות הפעולה בחיסור ברב-ספרתי. יתכן שתלמיד זה פעל כך מאחר שזכר שבחיסור "מורידים קטן מגדול", היגד שהמורה חזר עליו פעמים רבות ולכן נחרט בזיכרונו והיה זמין לשליפה ללא בקרה וללא קישור לפעולה הספציפית הנדרשת.

בכל מקרה, המשותף לכל התלמידים שרשמו את התשובה 24 הוא, שהם לא פעלו מתוך הבנת ערך המקום או מתוך הבנת משמעות הפעולה ותהליך הפריטה בחיסור.

תלמיד שענה כתשובה 20 - גם במקרה זה המקור לטעות הוא אי-הבנת הצורך בפריטה והפעלה שגויה של הליך אלגוריתמי. ישנן שתי אפשרויות לרישום אפס במקום האחדות.

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 34 \\ \hline 20 \end{array}$$

אפשרות אחת היא שהתלמיד חישב $0 - 4 = 0$ (ייתכן שבשל גלישה לעובדת יסוד בכפל, $0 \times 4 = 0$); אפשרות אחרת היא, שהתלמיד התייחס אל המהלך, אפס פחות ארבע, כאל "אי-אפשר" ולכן רשם אפס.

דרך הניתוח המוצעת איפשרה לנו לחדד את ההסתכלות על המהלכים השגויים שהפעילו התלמידים, לחשוף את מידת ההבנה שלהם ולאתר את הסיבות להליך השגוי שעל-פיו פעלו. מצאנו שיש מקור קושי משותף לקשיים של הלומדים, כפי שהדבר התבטא בתשובותיהם השגויות.

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 26 \\ \hline 51 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ + 26 \\ \hline 510 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ + 26 \\ \hline 50 \end{array}$$

שגיאות דומות הניבו את הפתרונות השגויים של התרגילים בטור 9 ו-7 וגם בהם הסיבה נעוצה בפעילות אלגוריתמית שאינה מקושרת להבנת מבנה עשרוני.

בתרגיל כפל ברב-ספרתי - תרגיל 11 -
פעלו מחצית מתלמידי הכיתה באלגוריתם שגוי.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 29 \\ \hline 1224 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ \times 29 \\ \hline 845 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ \times 29 \\ \hline 2405 \end{array}$$

גם כאן מודגם מהלך אלגוריתמי שגוי על רקע קושי בתחום מבנה עשרוני. לדוגמה: שלושה מתלמידי הכיתה רשמו בתשובה לתרגיל הנ"ל את המספר 845. תלמידים אלו לא התייחסו אל הספרות 4 או 2 כמייצגות עשרות ולכן חישובו $9 \times 5 = 45$, ומשמאל למספר 45 רשמו את תוצאת המכפלה $4 \times 2 = 8$. בולטים במיוחד הקשיים והטעויות בפתרון בעיות מילוליות. מתן תשובה לשאלות המילוליות שהוצגו (משימות 13, 14, 15) דורש הבנה כמותית והבנת מערכת המספרים ויכולת ליישמן.

בחינת התוצאות מעידה, שתלמידים רבים מבין השוגים הפעילו דרך עבודה טכנית ללא אומדן, בקרה ואימות עם המצב במציאות ולכן לא הצליחו להתמודד עם הבעיות המילוליות.

כדי לחדד את ההסתכלות על הקשיים המתעוררים במימד הכיתתי בחרנו להתמקד בדוגמה המופיעה בטור 6. טור זה בולט מאוד בכמות התשובות השגויות שהשיבו התלמידים.

14 מ-24 תלמידים שגו בתרגיל זה. התשובות השגויות השכיחות ביותר הן: 24 ו-2.

כדי לפתור תרגיל זה צריך הילד להבין את המשמעות

מוקדי הקושי שהתגלו מחייבים התערבות ברמת כיתה ובניית תכנית הוראה לחיזוק הידע האלגוריתמי והפורמלי אצל תלמידי הכיתה כולה.

לצורך אימות גורם השגיאה ולהמשך טיפול מתאים, כדאי לראיין את הילד ולהקשיב לטיעונו המתמטיים.

במימד האישי – מה נוכל ללמוד על מצב התלמיד המתקשה?

בחרנו להדגים את תשובותיהם של שני תלמידים, של תלמיד מספר 13 ושל תלמיד מספר 21.

תלמיד מספר 13: אפשר לראות שתלמיד זה שגה ברוב התרגילים שניתנו במבחן. גורם הקושי המשותף לכל התרגילים שבהם שגה הוא קשיים בתחום מבנה עשרוני ובהבנת משמעות כמותית (לדוגמה: תשובות לתרגיל, 12, 11, 10, 7, 5, 4, 3). בתשובותיו של התלמיד לתרגילים 1-4 אפשר לראות קושי בתרגום מילה למספר תוך התייחסות לערך המקום.

התלמיד מתרגם שם מראי המקום (את הרשום בטור אח' או עש' בטבלה) לסמל גרפי מבלי להתייחס לערך המקום ומבלי לראות את המספר בצורה גלובלית. לדוגמה: בתשובה למשימה "תרגם למספר: 7 מאות ו-9 אחדות", מתרגם התלמיד 7 מאות ל-700 "ו-9 אחדות" ורושם גם 9 כספרת אחדות מימין למספר 700, ומתקבלת התשובה 7009 כך גם במשימה 12, שבה תרגם תוך התבססות על הערוץ השמיעתי את שם המקום לספרות: "אלפים וארבע עשרה" ל-20410. דוגמה נוספת לאי-התייחסות לערך המקום אפשר לראות בתשובת התלמיד לתרגיל 5, שבו לא העביר את העשרת לטור העשרות, אלא רשם את התשובה לחיבור הספרות בטור האחדות (14=8+6) ואת התשובה לחיבור הספרות שבטור העשרות (2+5). כתשובה רשם התלמיד את התשובות זו לצד זו וקבל 714.

בכל תשובותיו השגויות בולט גם העדר תהליך אומדן, בקרה ואימות עם המציאות שמקורו באי הבנה כמותית של מספרים, או לפחות באי-הפעלה של הבנה כזו.

קשיים דומים נוכל למצוא אצל תלמיד מספר 8 ואצל תלמיד מספר 24.

לעומתם, אצל **תלמיד מספר 21** בולטת יכולת טובה לפעול מתוך הבנת מבנה עשרוני וערך המקום (כלומר, קיים ידע פורמלי של חוקים ועקרונות המספר), אך קיים קושי בחישוב. המשותף לכל הטעויות הוא חוסר דיוק בשל אי-ידיעת עובדות יסוד.

לדוגמה: בתרגיל מספר 10 טעה התלמיד בחישוב, ובתשובה לתרגיל 4×7 ענה 35 (תשובה התואמת תרגיל מוכר 5×7), ובהמשך העביר 3 עשרות והגיע לתשובה 155.

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 4 \\ \hline 155 \end{array}$$

כלומר, ההליך האלגוריתמי נכון, אך הוא מתבסס על עובדת יסוד שגויה.

בתשובות לתרגילים 5, 6, 7 רואים שבכולם טעה תלמיד מס' 21 "רק באחד".

- 72	- 50	+ 56
<u>35</u>	<u>34</u>	<u>28</u>
38	17	83

מה המקור לטעות זו? אפשר להניח שהתלמיד אינו שולט בעובדות יסוד בחיבור וחיסור בתחום 18 ולכן הוא מחשב על-ידי מניה. מאחר שהוא מתחיל למנות את הכמות שעליו להוסיף (או להפחית) מהמספר הראשון ולא בדרך של מניית המשך, הרי שהוא מקבל תמיד תשובה קטנה באחד. לדוגמה: 8+6 הוא מונה החל מהמספר 8, 9, 10, 11, 12, 13, וכך ספר 6 מספרים קדימה.

הבנה טובה של מושג המספר ומבנה עשורי בצד טעויות חישוב "קטנות" על רקע של חוסר שימת לב, הניבו תוצאות שגויות גם בעבודתו של תלמיד מספר 15. טעויות כגון החלפת מיקום האחדות במאות (משימה 2), או החלפת פעולת חיבור בחיסור או חיבור בכפל (משימות 7, 11), הן אמנם טעויות שמקורן, לכאורה אינו בהבנה, אלא "רק" בטעויות חישוב, אך גם במקרה זה יהיה עלינו להקנות לילד מערכת של בקרה ואומדן וכלים שיאפשרו לו לקשר בין ההבנה הטובה לדרכי החישוב האלגוריתמיות.

אנו ממליצים לערוך מיפוי כגון זה פעמים אחדות בשנה, ויש מקום לאמץ דגם זה גם למקצועות אחרים. רצוי לבקש מהתלמידים לצרף את נייר הטיוטה למבחן או לחשב בכתב על גבי דפי המבחן. דבר זה יעזור למורה בחיפוש המקורות לשגיאות.

הכלי הדידקטי העיקרי שסייע לנו בניתוח ממצאי המבחן הוא **ניתוח שגיאות**. בעזרת ניתוח השגיאות של התלמיד נפתח לנו חלון הצצה אל תוך מהלכי הפעולה, דרכי החשיבה ועולם הידע שלו. אין ספק, דרך מיפוי זו **קשה אך הכרחית**.

בבילוגרפיה

Cobb,P &Baufi,A. (1997), Reflective Discourse and Collective Reflection.
Journal for Research in Mathematics Education, 28, 258

Cobb ,P. (1995) Where is The mind? Constructivist and sociocultural prespectives on mathematical development . Educational Researcher, 23 (7), 13-21

Valencia , S. (1991). Assessment, Diagnostic Teaching, *The Reading Teacher*,.44 (6), 440