

ד"ר אביקם גזית

מילניום מיל:

אירועים ואישים בולטים בהתפתחות המתמטיקה באלף הראשון ובחצי הראשון של האלף השני לספירת הנוצרים

המאה השלישית

דיופנטוס - "אבי האלגברה"

היה הראשון שחקר משוואות, שיש להן יותר ממשתנה אחד, ולכן מספר הפתרונות בלתי מוגבל - למשל: $3X - 2Y = 1$
 דיופנטוס השתמש בשילוב של תחיליות מילים וספרות כדי לבטא משוואות אלגבריות ושיטה זו מהווה שלב ביניים בהתפתחות הסימון האלגברי.

מבוא

המתמטיקה היוונית הגיעה לשיאה במאה השלישית לפנה"ס בתקופת פועלם של אפולוניוס, אוקלידס וארכימדס (מספר חזק 14, 15, 16).
 במאות הראשונות של הספירה פועלים באלכסנדריה, המרכז האקדמי של העת ההיא, כמה מתמטיקאים מוכשרים, שתרמו להתפתחות המתמטיקה:

מאה ראשונה

הרון - מאלכסנדריה

בין השאר הוא פיתח את הנוסחה לחישוב שטח משולש על-פי צלעותיו.
 אם a, b, c מייצגים את אורכי שלוש צלעות משולש כלשהו ו- p מייצגת את מחצית היקפו, כלומר $a+b+c=2p$, אזי הנוסחה למציאת שטח המשולש היא:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

המאה רביעית

היפאטיה

אולי סמלי, שהיפאטיה, האישה הראשונה המוזכרת כמתמטיקאית, שתרמה פירושים מקוריים לחיבורים המתמטיים של קודמיה והרצתה על



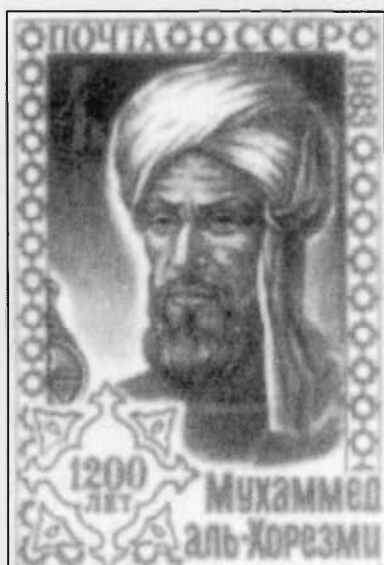
מאה השניה - המצאת הנייר בסין

התגלית, בזכות שבויים סיניים, מומחים לנייר. ההודים השתמשו בשיטת ספירה עשרונית – פוזיציונית המקור הכתוב הראשון הוא מהמאה השישית ואילו הסימון לאפס מופיע לקראת המאה התשיעית.

המאה התשעית

אלחואריזמי

המתמטיקאי המוסלמי אלחואריזמי, שהיה ספרנו של החליף אל-ממון ואחד המתמטיקאים הבולטים באותה תקופה הפיץ את שיטת הספירה ההודית בספר שמקורו הערבי אבד, אך תרגומו הלטיני נשמר



בזכות מתרגם יהודי בשם אבן דאוד, שחי בתקופה הידועה בשם: "תור הזהב".

המוסלמים שולטים בצפון אפריקה, בספרד, בארצות מזרח התיכון בחלק מאסיה, עד בוכרה וסמרקנד. באירופה יש מאבקי כוח בין הכנסייה ובין המלכים, והכנסייה כופה דעתה גם בענייני מדע.

לעומת זאת, יש חופש מדע בארצות האיסלאם ושיתוף פעולה פורה בין ערבים לבין יהודים ובעיקר בספרד.

המאות אחד עשרה ושתיים עשרה

תקופת הפריחה

כאמור, המאות הראשונות של האלף השני היו כר פורה לשיתוף פעולה מדעי בין מוסלמים ערבים לבין יהודים ספרדים, וזכור לטוב במיוחד, נוסף על אחרים, הרמב"ם, אשר בנוסף היותו גדול הפוסקים והמפרשים,

מתמטיקה ל"בוהמה" המשכילה, נרצחה בידי המון שהוסת בידי הבישוף של אלכסנדריה. על חייה של היפאטיה נכתב רומאן על-ידי הסופר צ'ארלס קינגסלי. עם מותה, אפשר לומר שהסתיימו 1000 שנות מתמטיקה יוונית, שהסתמכה על הגיאומטריה והגיעה לגבול הישגיה.

המאה השישית

מקור כתוב ראשון לשיטת הספירה העשרונית – פוזיציונית, שפותחה בידי ההודים. מאה השישית נסגרה האקדמיה האפלטונית באלכסנדריה במצוות הקיסר מאחר ולא הייתה מוסד בעל אוריינטציה נוצרית, אלא פגאנית.

המאה השביעית

במאה השביעית שרפו הכובשים המוסלמים את שרידי הספרייה באלכסנדריה שהייתה הגדולה והחשובה בעת העתיקה.

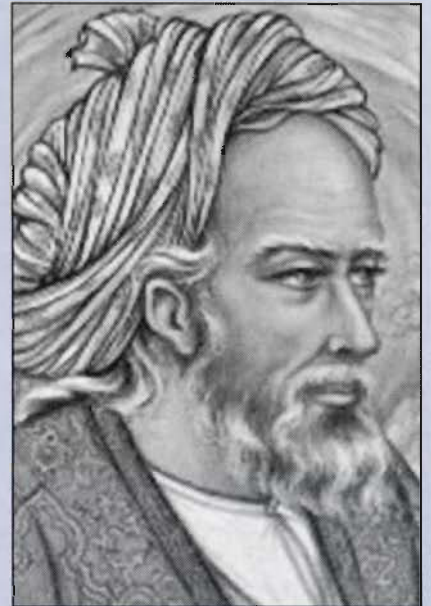
המאה השמינית

במאה השמינית עסוקים המוסלמים בביסוס שלטונם ובהרחבת האימפריה, ולקראת המאה התשיעית מתחילה פעילות מדעית שמרכזה בבגדאד.

החליף הנאור אל-ממון מקים בבגדאד בית חכמה הכולל ספרייה ומצפה כוכבים, ושם מתרגמים את החיבורים היוונים לערבית, מפיצים את הידע ותורמים תרומות מקוריות. כאן המקום להזכיר שתי התפתחויות המצאות שפותחו בסין ובהודו בתחילת האלף הראשון והגיעו לאירופה רק לקראת האלף השני והשפיעו רבות על התפתחות המדע בכלל והמתמטיקה פרט: הסינים המציאו את הנייר במאה השנייה, אך רק לקראת המאה התשיעית העבירו מוסלמים מסמרקנד את

עסק גם ברפואה, באסטרונומיה ובהגות פילוסופית לשמה, שהתבטאה בדיונים וויכוחים עם מוסלמים ועם נוצרים.

עומר כיאם (1044-1131)



ספר שיריו של עומר כיאם כולל דברי הגות וחכמת חיים בצורת מכתמים בני ארבע שורות ונקרא: "המרובעים של עומר כיאם". באותה תקופה פועל בפרס, תחת שלטון הסלג'וקים,

אחד מגדולי המתמטיקאים המוסלמים, המוכר גם כפילוסוף ומשורר, עומר כיאם (שעל שמו נקרא מועדון לילה מפורסם ביפו) הוא עסק באלגברה ובגיאומטריה ופתר באורח אלגברי משוואות מהמעלה השלישית.

הוא גם מצא את הפיתוח הבינומי של $(A+B)^n$ יש אומרים, שבכתביו מצוי משפט מעניין המהווה מקרה פרטי למשפט פרמה המפורסם.

עומר כיאם טען, שלא ניתן למצוא מספר טבעי, אשר חזקתו השלישית תהיה שווה לסכום החזקות השלישיות של שני מספרים טבעיים אחרים. משפט פרמה מכליל זאת כידוע, לחזקה חיובית כלשהי הגדולה מ-2.

אבן דאוד (1090-1195)

אבן דאוד מתרגם ללטינית את ספרו של אלחוואריזמי על שיטת הספירה ההודית והספר נקרא על שמו "ספר האלגוריתם" - השם אלחוואריזמי שובש מאחר שהאירופאים אינם מבטאים "ח".

מאוחר יותר הופך הביטוי למושג מתמטי המבטא צורת חישוב, נוסחה, מתכון - אלגוריתם.

תשאלו ודאי, מדוע משתמשים הערבים בספרות שונות מאלו הנקראות ערביות-הודיות והנמצאות בשימוש במערב, אף-על-פי שמפיצן, אלחוואריזמי היה מוסלמי שחי במזרח?

מסתבר שהסימנים ההודיים המקוריים, ששימשו את ערביי המזרח, הם הסימנים המשמשים לכתובת ספרות אצל הערבים כיום. הסימנים המספריים ששימשו את ערביי המערב בספרד-הסימנים, שאנו משתמשים בהם כיום במערב ובמקומות רבים אחרים, מקורם בסימנים מהתקופה היוונית, שהגיעו מאלכסנדריה לספרד בתיוכם של הערבים. סמלים מספריים אלו, המוכרים לנו כל-כך, נקראים סימני הג'ובאר, שפרושו בערבית סימנים בחול.

אברהם אבן עזרא (1092-1167)

אברהם אבן עזרא משורר, פילוסוף, מתמטיקאי ואסטרונום מפרסם ספר בשם "ספר האחד" על תכונות המספרים מ-1 עד 10, למשל סימני התחלקות.

בספר מתייחס אבן עזרא, למשל, לתכונת המספר 9, שכל מספר המתחלק ב-9 ללא שארית, גם סכום ספרותיו מתחלק ב-9 ללא שארית.

אברהם אבן עזרא חישוב גם צירופים (קומבינציות) של התקבצות מספר כוכבי לכת מתוך השבעה שנחשבו אז (הארץ, לפי ההשקפה אריסטולית הייתה מרכז היקום וגם הכנסייה אימצה השקפה זו): שמש, ירח, כוכב, נוגה, מאדים, שבתאי, צדק הוא חישוב 120 התקבצויות שונות הכוללות 21 של שני כוכבים, 35 - שלושה כוכבים, 35 ארבעה כוכבים, 21 - חמישה כוכבים, 7 - שישה כוכבים, 1 - אפשרות אחת להתקבצות של כל שבעת הכוכבים.

אברהם בר חייא

במאה ה-12, בספרד כותב היהודי אברהם בר חייא ספר שימושי למודדי קרקעות בשם: "חיבור המשיחה והתשבורת". "משיחה" בערבית פירושה חבל מדידה, מידה. "תשבורת" פירושה חישוב, ערך מחושב. בספר מסביר בר חייא כיצד לפתור משוואה ריבועית, תוך שהוא משתמש באותיות עבריות לייצוג מספרים. הספר בתרגומו הלטיני שימש מאות שנים כעזר למדידת קרקעות.

בסקארה (1114 – 1185)

באותה מאה (12) חי בהודו המתמטיקאי בסקארה, שכתב ספר ובו בעיות בצורת פתגמים ומכתמים. לצורך הפתרונות האלגבריים הוא משתמש בסמלים לייצוג נעלמים. הספר נקרא "לילוטי" – נערה יפיפייה ויש אומרים שזו בתו של בסקארה. ידוע שההודים השתמשו בסמל מיוחד למספר שלילי, אף שזה לא הוגדר על-ידם כמספר שלם, ובספרו של בסקארה מופיע הרעיון של מספר חיובי יש שני שורשים, ולמספר שלילי אין למצוא שורשים.

המאה השלוש עשרה

פיבונאצ'י (1170 – 1240)

הראשון שהגדיר מספרים שליליים באירופה היה ליאונרדו מפיזה, הידוע יותר בשמו פיבונאצ'י – אחת מנקודות האור הבודדות בהתפתחות המתמטיקה בימי הביניים.



על תכונה זו האומרת שכל מספר המתחלק ב-9 ללא שארית, גם סכום ספרותיו מתחלק ב-9 ללא שארית, הסתמכו מנהלי חשבונות בבואם לבדוק תוצאות של חיבור וכפל.

מתוך תכונה זו אפשר לגזור כלל שאומר: סכום השאריות של מחוברים בפעולת חיבור בעת חלוקתם ב-9 שווה לשארית הסכום המתקבלת בחלוקתו ב-9. כמו כן, מכפלת השאריות של גורמים בפעולת כפל, המתקבלות בעת חלוקתם ב-9 שווה לשארית המכפלה בחלוקתה ב-9.

לדוגמה תרגיל חיבור ותרגיל כפל:

המחברים	השאריות המתקבלות עם חלוקת סכום ספרות המחברים ב-9
8315	8
1264	4
1071	0
1438	7
1215	0
סכום המחברים	סכום השאריות
13303	19

אם נחלק את התוצאה 13303 ב-9 נקבל שארית 1, אם נחלק את סכום השאריות 19 ב-9, גם נקבל 1, ושוויון זה בשארית מהווה בקרה לכך שתהליך החיבור קרוב לודאי אינו שגוי.

תהליך בקרה דומה ניתן לבצע גם בפעולת כפל, שהרי כפל מהווה חיבור מקוצר, למשל:

הגורמים	השאריות המתקבלות עם חלוקת סכום ספרות המחברים ב-9
5327	8
X	X
65	2
המכפלה	סכום השאריות
346255	16

אם נחלק את סכום הספרות של התוצאה 346255 ב-9 נקבל שארית 7 ואם נחלק את מכפלת השאריות - 16 ב-9, גם נקבל שארית 7, וזה אומר שפעולת הכפל בוצעה בהצלחה.

גם ניתן בציורים של ליאונרדו דה וינצ'י ושל אחרים. דוגמאות מפתיעות של מספרי פיבונאצ'י מופיעות בטבע בגבעולי צמחים, בפרחי חמניות ובשבלולים.

יורדאנוס נמוראריוס

בתקופתו של פיבוצאצ'י פעל מתמטיקאי חשוב אחר ושמו יורדאנוס נמוראריוס, שכתב שני חיבורים אחד על האריתמטיקה וחיבור שני על פתרון משוואות אלגבריות שימוש האותיות להבעת מספרים. שני אישים אחרונים אלו שמרו על הגחלת במתמטיקה לקראת יציאת אירופה מתקופת ימי הביניים.

המאה החמש עשרה

לקראת סוף המחצית הראשונה של האלף השני היו כמה גילויים שתרמו במידה זו או אחרת ל"אביב המתמטיקה", שהחל בתחילת המאה 15 וה – 16. "המצאת הדפוס" בשנת 1450 בידי גוטנברג נתנה יתרון אדיר למילה הכתובה, איפשרה תקשורת אינטלקטואלית והרחיבה את טווח מקבלי ומעבירי המסרים. לפיכך זוהי המצאה ישירה בתרומתה להתפתחות המתמטיקה.

הגילוי של קופרניקוס (1473 – 1543), נזיר פולני, בדבר היות השמש מרכז היקום, כאשר כדור הארץ סובב אותה, שינה את דפוסי החשיבה המדעיים – מתמטיים ונתן דחיפה לתרומות המדעיות של גליליי, קפלר וניוטון.

אי-אפשר מבלי לציין את הגילוי הגיאוגרפי של סוף המאה ה-15, גילוי אמריקה – 1492, שלא היווה תרומה מדעית ישירה, אך ייתכן, לפי עניות דעתי, שנתן דחיפה לחופש המחשבה, לחופש הבחירה האקדמי ולחופש הדעה ונתן עידוד פסיכולוגי למדענים לחפש את "אמריקה שלהם" על מה שהתפתח בקצב מהיר יותר לגילויים של ענפי מתמטיקה חדשים, מעניינים ומקוריים.

פיבונאצ'י ביקר בצפון אפריקה ולמד את שיטת הספירה ההודית-ערבית, אשר למרות ספרו של אלחואריזמי והתרגום ללטינית של אבן דאוד, לא נעשה לה שימוש באירופה.

בספרו "אודות חישובים" (LIBEER ABACI, 1201) מציג פיבונאצ'י כתיבת מספרים בשיטה העשרונית-פוזיציונית ומעודד את השימוש בה. עד אז חששו מנהלי חשבונות של סוחרים להשתמש בשיטה זו מחשש לזיופים.

בשיטת כתיבה בעלת מספר קטן של סימנים הראה פיבונאצ'י כיצד לפתור שתי משוואות בשני נעלמים תוך בשימוש במילים כמייצגות משתנים, והיה מסוגל לפתור משוואות מסוימות מהמעלה הרביעית על-ידי השלמה לריבוע. ואולם פיבונאצ'י מזהה כיום בעיקר בזכות סדרת המספרים 1,1,2,3,5,8,13,21... הנושאת את שמו.

סדרת פיבונאצ'י

מקורה אחד של הסדרה הוא "חידת הארנבות", שבו מציג פיבונאצ'י מצב בו זוג ארנבות ממליטות כל חודש זוג ארנבות חדש וזוג חדש מחכה חודש עד לתחילת ההמלטות באותו קצב של פעם בחודש. אם מתחילים עם זוג ארנבות חדש (1), הרי בחודש השני עדיין יש זוג אחד (1), לפי התנאים, ובחודש השלישי יהיו שני זוגות (2) וכך הלאה לפי הסדרה הרשומה למעלה (כדאי לבדוק ואפשר לעשות תרגיל מעניין עם תלמידים בכיתות ג-ו, נוסף על ההיבט ההיסטורי).

במאה ה-17 בדקו מתמטיקאים את המנה המתקבלת מחלוקת כל מספר בסדרה במספר הקודם לו וגילו, שגבול המנה שואף לערך קבוע: 0.618... וזהו "חיתוך הזהב" או "הפרופורציה האלוהית" כפי שקראו ליחס זה האדריכלים והאמנים היוונים בעת העתיקה. יחס זה במבנים, בפסלים וביצורים, מהווה פרופורציה נעימה לעין המתבונן.