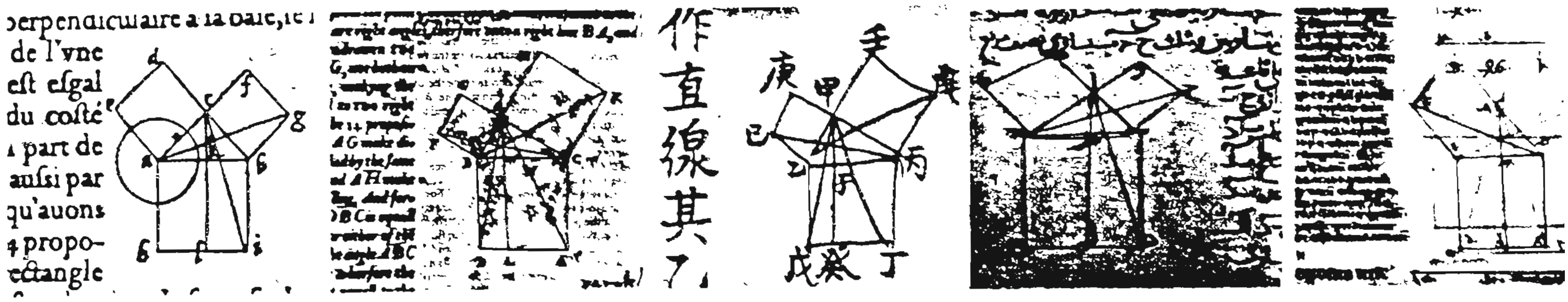


רבותי ההיסטוריה...

תולדות המתימטיקה

מציאת המחלק המשותף הגדול ביותר של שני מספרים

תמי גירון

הדרך המקובלת והידועה למציאת המחלק המשותף הגדול ביותר של מספרים מבוססת על מציאת קבוצות הגורמים הראשוניים היוצרים כל מספר. קבוצת החיתוך של קבוצות אלו, דהיינו קבוצת הגורמים המשותפים לשני המספרים, היא קבוצת הגורמים הראשוניים היוצרים את המספר שהוא המחלק המשותף הגדול ביותר של שני מספרים אלו.

הדרך נוחה במיוחד כאשר מדובר במציאת המחלק של יותר משני מספרים.

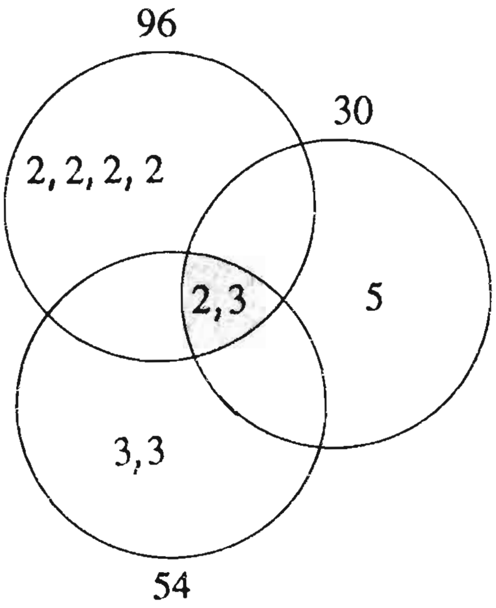
לדוגמא: מהו המחלק המשותף הגדול ביותר של 96, 54, 30 ?

נפרק כל אחד מהמספרים לגורמים ונמצא:

$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$



קבוצת החיתוך תהיה הקבוצה המכילה את 2, 3 (ראה הקבוצה הצבועה), ועל כן המחלק המשותף הגדול ביותר של המספרים יהיה $2 \times 3 = 6$.

דרך נוספת למציאת המחלק המשותף הגדול ביותר של <u>שני</u> מספרים היא באמצעות "האלגוריתמוס של אוקלידס". השיטה נקראת כך על שם ממציאה, אוקלידס, מתמטיקאי ומורה מפורסם שחי ביוון כ-300 שנה לפני הספירה, וידוע לנו בעיקר כאבי "גאומטרית המישור" היא הגיאומטריה האוקלידית. השיטה מבוססת על משפט החלוקה עם שארית.

משפט החלוקה עם שארית טוען שלכל זוג מספרים A ו- B ,קיימים שני מספרים, ורק שני מספרים: R ו-K אשר מקיימים את:

$$B = A \times K+R \quad (\text{כאשר } 0<K), \ (0 \le R<A)$$

למשל : לזוג המספרים B=37, A=15 , קימים שני המספרים K=2, R=7 כך .

$$37 = 15 \times 2 + 7$$

אם ניקח את שני המספרים 96 ו-54 כשני המספרים אשר אנו מחפשים את המחלק המשותף הגדול ביותר שלהם ונפעל ע"פ המשפט:

$$96 = 54 \times 1 + 42$$

ברור שהמחלק אותו אנו מחפשים חייב לחלק הן את 54 והן את השארית 42, אחרת לא יחלק את 96 . על כן נמשיך ונחפש את המחלק המשותף של 54 ו 42 וזאת ע"י פירוק ע"פ המשפט .

הפעם ניקח את המחלק 54 כ-B ואת השארית 42 כ-A. ונקבל:

$$54 = 42 \times 1+12$$

נמשיך בדרך זו עד שנגיע לשארית 0:

$$42 = 12 \times 3 + 6$$
$$12 = 6 \times 2 + 0$$

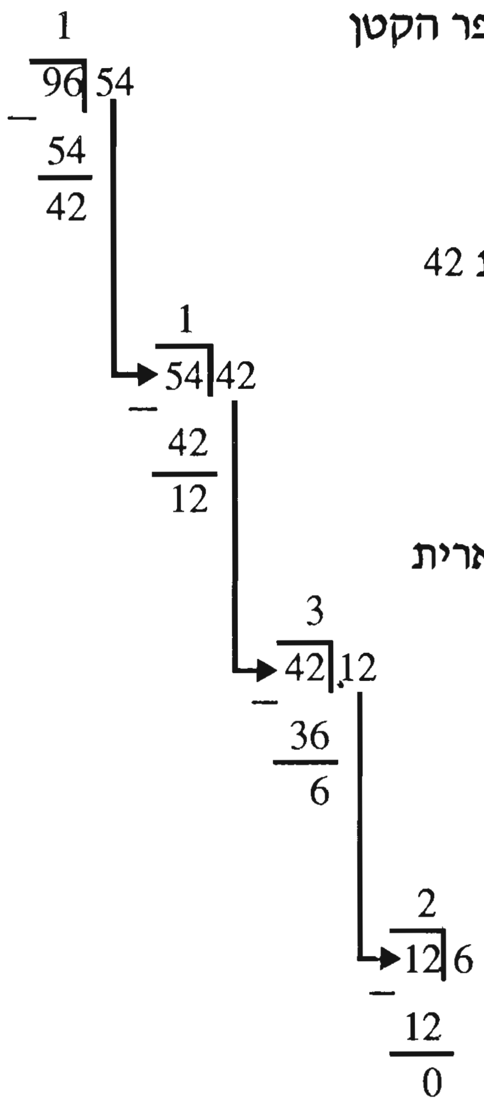
נתבונן ונראה שכל המספרים הרשומים מימין לשוויון מתחלקים ב 6 ועל כן המחלק המשותף הגדול ביותר של 96 ו-54 הוא 6.

עד כאן ההסבר המתימטי לשיטה. אולם דרך העבודה תהיה הרבה יותר פשוטה.

א. נחלק את המספר הגדול במספר הקטן

ב. נחלק את המחלק 54 בשארית 42

ג. נמשיך ונחלק את המחלק בשארית
עד שנגיע לשארית 0.



המחלק האחרון 6 הוא המחלק המשותף הגדול ביותר.
במקרה של שני מספרים זרים זה לזה נקבל כמחלק אחרון את המספר 1 (נסה במספרים 16, 105).
שיטה זו נוחה ויעילה במיוחד כאשר מחפשים את המחלק המשותף של שני מספרים גדולים ואם נבצע את פעולות החילוק בעזרת מחשבון נמצא שהדרך מהירה מאד ויעילה.

בביבלוגרפיה:

Euclid , Hackworth and Howland, History of Numbers ,
1976 , Introductory College Mathematics