



## שגיאות אפייניות בפעולות צמצום והרחבה שברים פשוטים שרה מלצר

כאשר נלמדות פעולות ההרחבה והצמצום נוטים ילדים רבים לשגות בהן. ברגע שילדים עושים פעולה כלשהי במספר הם משוכנעים שאכן המספר ישתנה. ומאחר שההרחבה קשורה בפעולות הכפל והצמצום בפעולות החילוק, מתקשים הילדים להבין, כיצד קורה שלא חל כל שינוי.

מקור השגיאות נובע מאי הידיעה שלשבר הפשוט שמות רבים, ומאי ההבנה שבעצם פעולת ההרחבה או הצמצום אין השבר משנה את גודלו אלא רק את שמו.

כדי למנוע קושי זה יש לתרגל עם הילדים בצורה אינטואיטיבית את הנושא: "שמות רבים לשבר". דבר זה ייעשה באמצעות גזרות של עיגול וישר המספרים.

נציג מספר דוגמאות:

א. באמצעות גזרות של השברים הפשוטים. כאשר תלמיד יניח גזרות של שברים אחת על השניה. לדוגמא: הנחת הגזרה  $\frac{1}{2}$  ועליה שתי גזרות של  $\frac{1}{4}$ , כך יוכל התלמיד לראות כי  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

ב. באמצעות ישר המספרים.

דוגמא: קטע יחידה מחולק ל-3 שלישים.

0	1	2	3
	—	—	—
	3	3	3

וקטע יחידה נוסף מחולק ל-6 שישיות

0	1	2	3	4	5	6
	—	—	—	—	—	—
	6	6	6	6	6	6

וכך מניחים קטע על קטע ורואים כי:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{6}{6} = 1$$

באמצעות הגזרות וישר המספרים ניתן גם לראות כי גם למספר 1 שמות רבים.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \dots$$

מכאן שאם ניקח מספר ונכפול אותו בשמות השונים של 1 או נחלק אותו בשמות השונים של 1, לא נשנה את גודלו.

**דוגמאות:**

זאת ראינו בצורה אינטואיטיבית באמצעות הגזרות או ישר המספרים.

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

בואו נבדוק כעת איך אפשר להגיע לשוויון הנ"ל בעזרת כפל ב 1.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

מאחר שכפלנו את  $\frac{1}{3}$  ב  $\frac{2}{2}$  השבר לא שינה את גודלו אלא רק את שמו.

נראה זאת בדוגמא נוספת:

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{מתוך ההתנסות.}$$

נחלק את  $\frac{3}{9}$  ב 1 :

$$\frac{3}{9} : \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$$

מכאן שהמספר לא שינה את גודלו, אלא רק את שמו.

וכך הילד מבין, שכאשר מרחיבים כופלים מספר נתון ב-1, וכאשר מצמצמים מחלקים מספר נתון ב-1

הלימוד הראשוני שהוא האינטואיטיבי מסייע ללימוד הפורמלי בהמשך. מתוך התנסות הילד מגיע למסקנה, כי לשבר שמות רבים, וכי שמות שונים של מספר יכולים לציין אותו הגודל.

### נציג קשיים נוספים:

\* קושי בצמצום הנובע מאי-הבנת המושג "מחלק משותף", שהוא הגורם שבו אנו מצמצמים. פעמים רבות הילדים נוטים לצמצם ע"י חילוק המספר הגדול במספר הקטן. שיטה זו אמנם פועלת בחלק מהמקרים, בהם המונה או המכנה הם האחד כפולה של השני. אך כמובן שאינה ניתנת ליישום תמיד (דוגמאות בהמשך).

\* קושי בהבנת ההבדל שבין הרחבה לצמצום. את פעולת ההרחבה ניתן לעשות בכל מספר מלבד אפס, לעומת זאת בצמצום יש הגבלה במספרים בהם ניתן לצמצם.

\* קשיים כאשר יש בתרגיל אחד מספר פעולות (חיבור וכפל). תלמידים אינם זוכרים, כי פעולת הצמצום מתקיימת רק כשכל הפעולות בין הגורמים הן כפל וכי הכפל הוא מכפלת גורמים.

\* קושי אחר הוא הביטוי המילולי לפעולת ההרחבה או הצמצום. במה דברים

אמורים? כאשר תלמיד מתבקש להרחיב שבר  $\frac{a}{b}$  במספר c פירושו כפל המונה והמכנה של השבר ב-c. כלומר

$$\frac{a \times c}{b \times c}$$

אך ההוראה "הרחב ב-5" נותנת קונוטאציה של חיבור. למעשה התבצעה כאן  
 $\frac{1}{5}$   
הגדלה או הקטנה פי  $\frac{1}{5}$  (פי 1), ועל המונה והמכנה לגדול פי 5.

אציג כעת מספר שגיאות ואת הליכי החשיבה של התלמיד, שהביאו אותו לביצוע השגיאה.

נשים לב להוראות ונראה שלעתים הן מטעות את התלמיד.

א. ההוראה: "הרחב ב-5 את השבר  $\frac{1}{2}$ "

**השגיאות:**

$$\frac{1}{2} + 5 = \frac{6}{2} \quad .1$$

שגיאה זו נובעת מכך שהתלמיד שומע בהוראה רק פעם אחת את המספר 5 והקונוטאציה שלו ל"הרחיב ב" היא לחבר.

$$\frac{1}{2} + 5 = \frac{6}{7} \quad .2$$

שגיאה זו נובעת מכך שהתלמיד זוכר שבהרחבה מבצעים אותה פעולה על המונה והמכנה, והקונוטאציה שלו לחיבור.

$$\frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2} \quad .3$$

שגיאה זו נובעת מאי הבנה של משמעות ההרחבה, והזכירה של פעולת כפל המתלווה לפעולת ההרחבה.

ב. ההוראה: "צמצם את השבר".

$$\frac{6:6}{12:6} = \frac{1}{2} \quad .1$$

6

התלמיד ביצע פעולה זו בצורה נכונה. אך כאשר הוא מקבל את השבר  $\frac{6}{15}$  הוא ניצב בפני בעייה.

$$\frac{6 : 6}{15 : 6} = \frac{1}{?}$$

מקור הקושי באי הבנתו את המושג "המחלק המשותף".

2. בעיית המחלק המשותף חוזרת על עצמה בתרגילים מורכבים יותר. ההוראה: "פתור את התרגילים וצמצם לפני פעולת הכפל".

א	ב
$\frac{4 \times 10}{5 \times 12}$	$\frac{14 \times 10}{8 \times 35}$

בתרגיל א' הילד לא נתקל בקושי, שכן ניתן לצמצם באופן מיידי מאחר שהמספרים הם כפולות האחד של השני.

בתרגיל ב' על התלמיד לפרק תחילה את המספרים לגורמים ורק אחר-כך לצמצם בגורמים המשותפים.

$$\frac{14 \times 10}{8 \times 35} = \frac{2 \times 7 \times 2 \times 5}{2 \times 4 \times 7 \times 5}$$

לסיכום ניתן לומר, כי שלב הלימוד האינטואיטיבי חשוב בתהליך הלמידה של נושא הצמצום וההרחבה. שלב זה מקנה לילד אומדן ויכולת שיפוט לכך, האם תשובתו הגיונית.

אמנם אין אנו פותרים את הבעיה של הבנת הניסוח וההוראות, אך אנו מסייעים לילד, בכך שיש לו בסיס, ולו גם אינטואיטיבי, להבין את משמעות הפעולות של הרחבה וצמצום.

בסיכום נציין, כי לימוד פעולות הצמצום וההרחבה דורש מספר מיומנויות:

- א. ידיעת לוח הכפל והחילוק.
- ב. ידיעה שכל מספר בנוי ממכפלת גורמים.
- ג. בהרחבה יש לכפול באותו גורם את המונה והמכנה.
- ד. בצמצום יש לחלק מונה ומכנה בגורם המשותף.
- ה. פעולת הצמצום נעשית רק בגורמים המשותפים של המכנה והמונה.