

פרוק והרכבות של צורות גאומטריות

אלכסנדר אגרנובסקי
(עולה חדש מרוסיה)

הקושי בפתרון בעיות במתימטיקה נובע בין היתר מהצורך לנתח את הנתונים ולערוך אותם מחדש בהתאם לנדרש. שלבים אלו של ניתוח וסינטזה הם חשובים מאוד בפיתוח חשיבה מתימטית. כדי ללמד מיומנות זו, של ניתוח נתונים וסינטזה של תוצאות הניתוח, נציג טכניקה המבוססת על גזירת צורה גאומטרית והרכבת צורה חדשה מהחלקים המתקבלים.

בפעולה זו התלמיד למעשה מנתח נתונים בצורה עצמאית ועושה סינטזה כאשר הוא בונה את הצורה המבוקשת. בשיטה זו אפשר להשתמש בשתי רמות - גבוהה ונמוכה:

ברמה הנמוכה ניתן לתלמיד צורות מוכנות לגזירה ועל התלמיד רק לגזור ולהרכיב צורות. ברמה הגבוהה על התלמיד להחליט כיצד לגזור צורות לפי הבנתו על מנת להרכיב מהן את הצורה מבוקשת. אפשר גם לא לתת לתלמידים צורות מוכנות, אלא לתת להם אפשרות לשרטט צורות, אחר כך לנחש, איך למתוח קווים, ולבסוף לבקשם לגזור את הצורות לחלקים ולהדביק צורה חדשה במחברת.

דוגמאות למשימות

- 1) איך לגזור מלבן לשני חלקים כדי להרכיב מהם:
 - א. משולש
 - ב. מקבילית (שונה ממלבן)
 - ג. טרפז
- 2) נתון מלבן שאורכו פי 2 גדול מרוחבו.
 - א. איך לגזור מלבן זה לשני חלקים כדי להרכיב מהם משולש שווה שוקיים?

ב. איך לגזור מלבן זה ל-3 משולשים כדי להרכיב מהם ריבוע?

(3) נתונים שני ריבועים שווים:
איך לגזור כל אחד מהם לשני חלקים כדי להרכיב מכל החלקים ריבוע אחד?

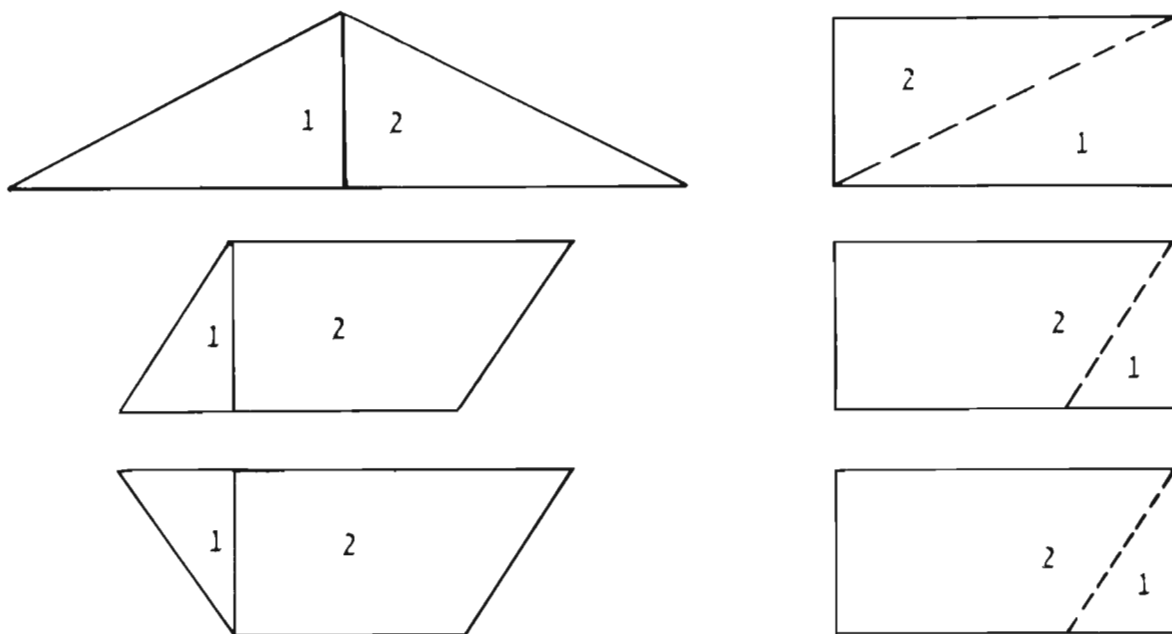
(4) איך לגזור מלבן בעזרת שתי גזירות ישרות לשני מחומשים שווים ושני משולשים ישרי זווית שווים?

(5) איך לגזור מלבן שאורכו 16 ס"מ ורוחבו 9 ס"מ לשני חלקים, כדי להרכיב מהם ריבוע? (הגזירה יכולה להיות בקו שבור).

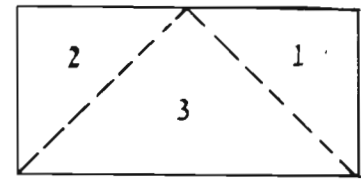
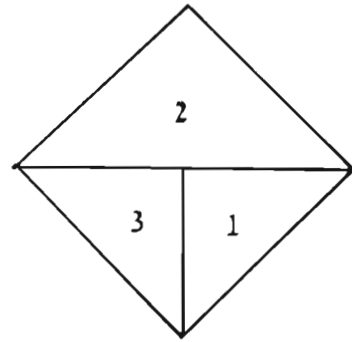
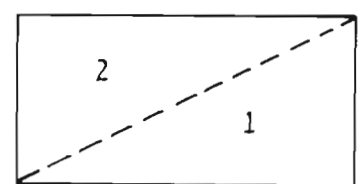
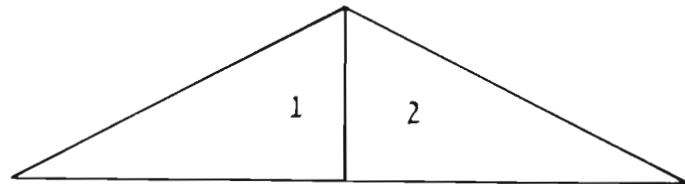
נסו לפתור את הבעיות ותחוושו בשאלות הרבות העולות וצצות תוך כדי הפתרון, בניתוח הנתונים ובשיקולים שונים הקשורים לשלב הארגון המחודש שלהם. התנסות זאת תמחיש את חשיבות הפעילות. לעיונכם מצורפים הפתרונות.

פתרונות:

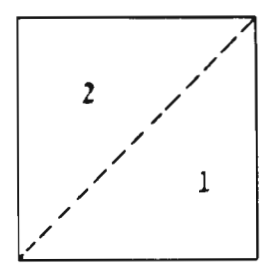
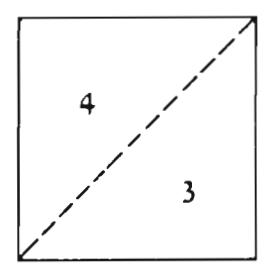
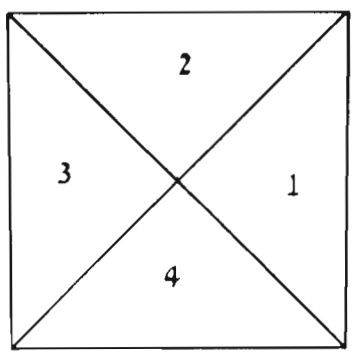
- (1) איך לגזור מלבן לשני חלקים כדי להרכיב מהם:
 א. משולש
 ב. מקבילית (שונה ממלבן)
 ג. טרפז
פתרון:



2) נתון מלבן שאורכו גדול פי 2 מרוחבו.
 א. איך לגזור מלבן זה לשני חלקים כדי להרכיב מהם משולש שווה שוקיים?
 ב. איך לגזור מלבן זה ל-3 משולשים כדי להרכיב מהם ריבוע?
פתרון:

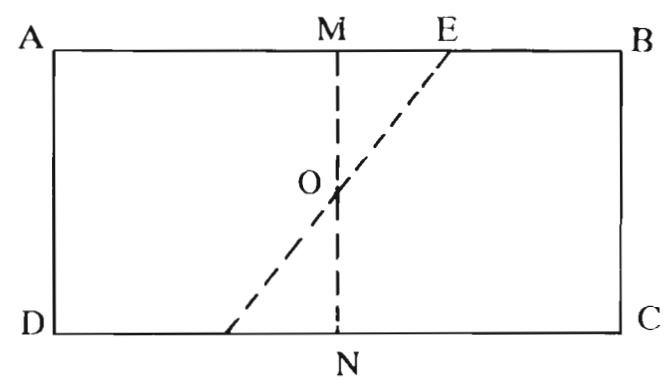


3) נתונים שני ריבועים שווים. איך לגזור כל אחד מהם לשני חלקים כדי להרכיב מכל החלקים ריבוע אחד?
פתרון:

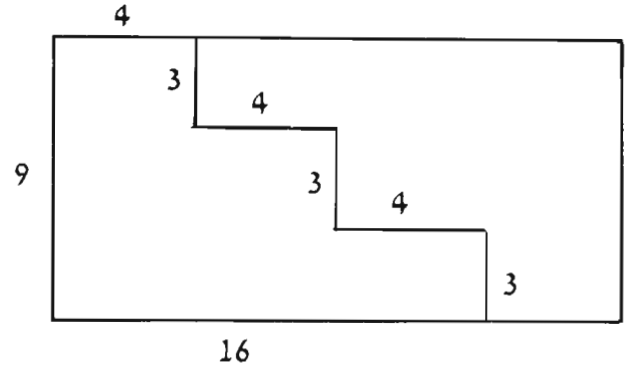
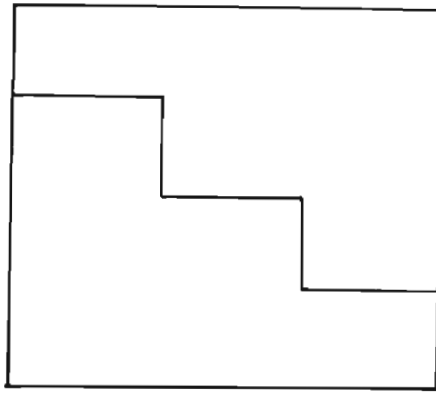


4) איך לגזור מלבן בעזרת שתי גזירות ישרות לשני מחומשים שווים ושני משולשים ישרי זווית שווים?
פתרון:

M ו-N אמצעי קטעים AB ו-DC
 O אמצע של קטע MN
 אז AMOFD ו-NOEBC הם
 מחומשים שווים
 ו-OME ו-FON הם משולשים ישרי
 זווית שווים.

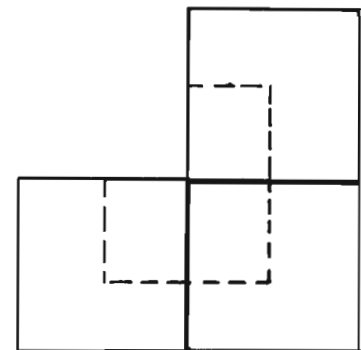
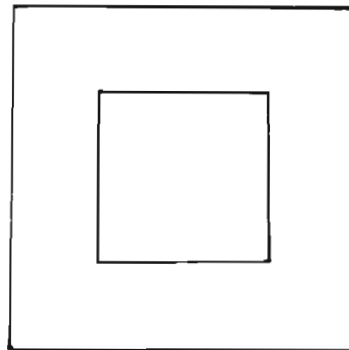


5) איך לגזור מלבן שאורכו 16 ס"מ ורוחבו 9 ס"מ לשני חלקים, כדי להרכיב מהם ריבוע?
פתרון:

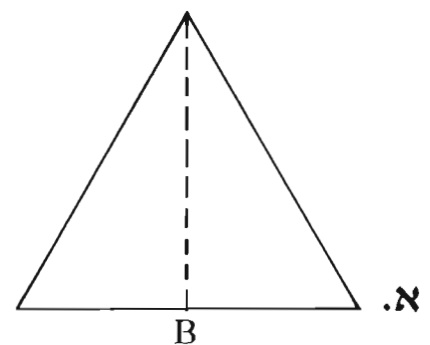
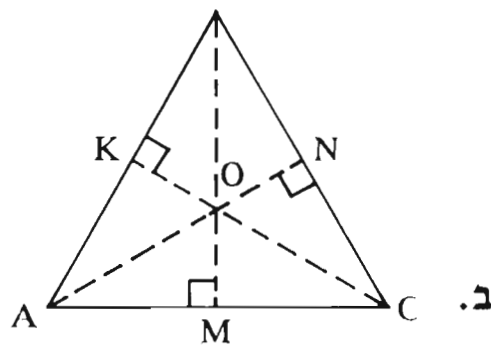


דוגמאות נוספות:

6) הצורה הבאה מורכבת מ-3 ריבועים שווים: איך לגזור צורה זו לשני חלקים כדי להרכיב משני החלקים ריבוע, שבתוכו יש "חלון" בצורת ריבוע?



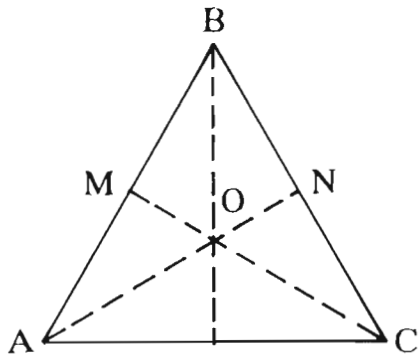
7) איך לגזור משולש שווה צלעות?
א. לשני משולשים (חופפים).
ב. לשלושה משולשים (חופפים).



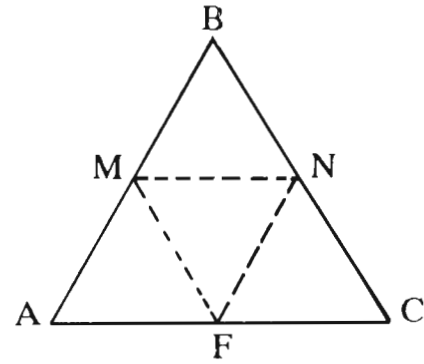
א. BM, AN - הם גבהים לצלעות AC, BC או AB אז מקבלים שלושה משולשים $\triangle AOB, \triangle BOC, \triangle AOC$

ד. לשה משולשים (חופפים)
6 המשולשים שווים הם:

ΔAOM ΔMOB
 ΔBON ΔONC
 ΔAOF ΔFOC



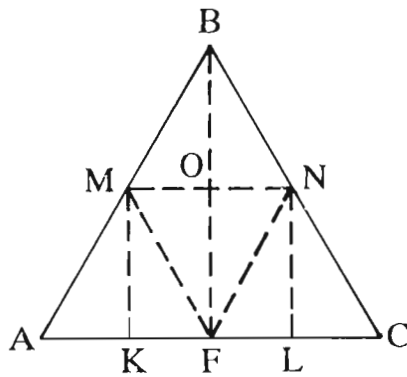
ג. לארבעה משולשים (חופפים).
M, N, F הם אמצעי צלעות AB, BC, AC



ה. לשמונה משולשים (חופפים).

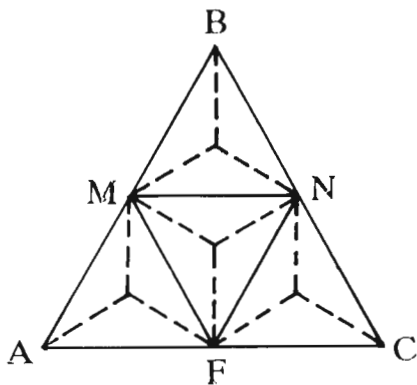
8 המשולשים הם:

ΔAMK ΔKMF ΔFMO
 ΔMBO ΔBON ΔFON
 ΔFLN ΔLNC

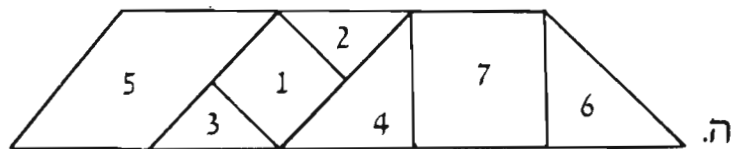
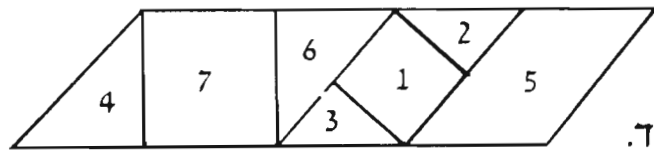
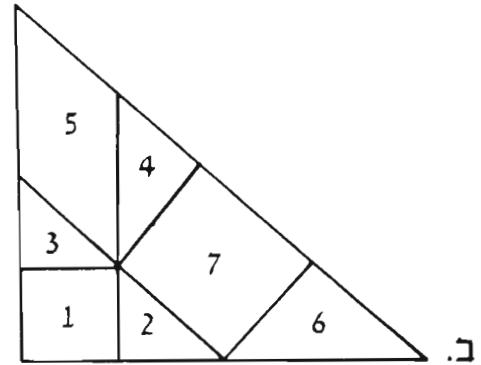
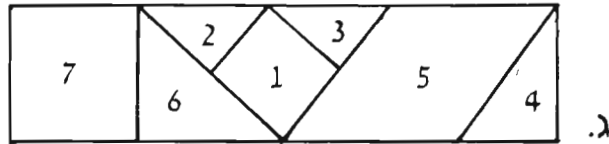
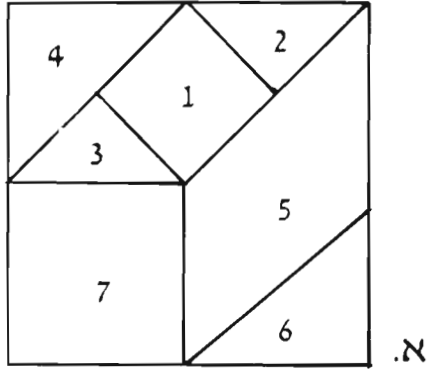


ו. לשניים עשר משולשים (חופפים).

בפתרון ג' אנחנו רואים שאפשר לגזור משולש ABC ל-4 משולשים חופפים, ומפתרון ב' אנו לומדים איך אפשר לחלק כל משולש מהם ל-3 משולשים חופפים.



- 8) לגזור ריבוע לחלקים לפי השרטוט.
 משימות אפשריות:
 להרכיב (תוך שימוש בכל החלקים)
 א. את הריבוע המקורי
 ב. משולש ישר זווית ושווה שוקיים.
 ג. מלבן שאינו ריבוע.
 ד. מקבילית (שאינה מלבן).
 ה. טרפז.



לסוג זה של פעולות אפשר להשתמש גם בטנגרם.