פעילות 4: הוכחת משפטים

בקורס הבסיס ובפעילויות קודמות בקורס זה עסקתם בתכונות של משולשים ומרובעים. בפעילות זו נחזור על תכונות אלה וננסה להסביר אותן באמצעות משפטי החפיפה.

הפעילות משלבת לבודה באחת משתי התוכנות "המשלר הגיאומטרי" או "Geometry Inventor". אם אין באפשרותכם לבוד במחשב, בלבו לפי סעיף ב בתרגיל 6 ולפי סעיף ב בתרגיל 8.

הוכחה של תכונות

1. א) לפניכם משפט מוכר:

במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.

- סרטטו משולש שווה שוקיים.
- סרטטו בו את חוצה זווית הראש, וסמנו את הנתונים בסרטוט.
- נמקו באמצעות משפט חפיפה, מדוע שני המשולשים שנוצרו חופפים.
- הסבירו מדוע הקטע שסרטטתם הוא גם תיכון וגם גובה לבסיס.

ב) השתמשו במשולשים שנוצרו כדי להסביר מדוע המשפט הבא הוא משפט נכון:

במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.

2. א) סרטטו 3 דלתונים שונים, והעבירו בכל אחד מהם אלכסון ראשי (אלכסון המחבר את הקודקודים שבין זוגות הצלעות השוות).

ב) סמנו באחד הסרטוטים את הצלעות השוות, ונמקו באמצעות משפט חפיפה מדוע שני המשולשים שנוצרו חופפים.

ג) הסבירו מדוע המשפט הבא הוא משפט נכון:

האלכסון הראשי בדלתון חוצה את הזוויות.

ד) הסבירו באמצעות הסרטוט והמשפטים הקודמים מדוע גם המשפט הבא הוא משפט נכון:

האלכסון הראשי בדלתון חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.

3. הסבירו באמצעות המשפטים הקודמים מדוע המשפט הבא הוא משפט נכון:

האלכסונים במעוין חוצים את הזוויות, מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה.

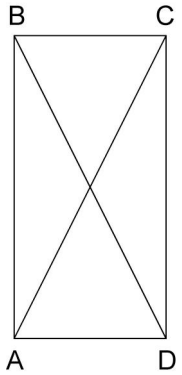
4. הגדרנו מקבילית - מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות זו לזו.

א) סרטטו מקבילית ואת אחד מאלכסוניה. נמקו באמצעות משפט חפיפה מדוע שני המשולשים שנוצרו חופפים.

ב) הסבירו מדוע המשפט הבא הוא משפט נכון:

הזוויות הנגדיות במקבילית שוות זו לזו.

5. ABCD מלבן.



א) נמקו באמצעות התכונות של צלעות המלבן וזוויותיו מדוע $\Delta ABD \cong \Delta DCA$.

ב) הסבירו מדוע המשפט הבא הוא משפט נכון:

אלכסוני המלבן שווים זה לזה.

בתרגילים 1 – 5 הוכחנו **תכונות** של משולש שווה שוקיים ושל מרובעים.

בתרגיל הבא נעסוק **בתנאים מספיקים** לקבלת מרובע מסוג מסוים, ונוכיח את המסקנות.

תנאי מספיק ליצירת מקבילית

בסעיף א' עבדו בתוכנה שברשותכם. אם אין באפשרותכם לעבוד במחשב עברו לסעיף ב'.

לעבודה במשער הגיאומטרי

א) שרטטו ישר: פתחו את הקובץ "אלכסון נחצה"

קובץ ← פתח ←

הקישו הקשה כפולה על הקובץ "אלכסון נחצה"

פתחו את חלון המדידות.

חלונות ← מדידות

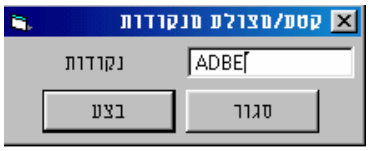
גררו את הקודקודים.

← הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו וגררו.

עקבו אחר המידות, ובדקו איזה קטע נחצה על ידי הקטע השני.

חברו את הנקודות כך ששני הקטעים יהיו אלכסונים של מרובע.

בניות ← קטע/מצולע מנקודות ←



← בצע ←

גררו כך שגם האלכסון השני יֵחצה (CD= CE).

← הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו וגררו.

איזה מרובע נוצר?

לעבודה ב- Geometry Inventor

א) פתחו את הקובץ "diagmak"

קובץ ← פתח ←

הקישו הקשה כפולה על הקובץ "diagmak "

גררו את הקודקודים.

← הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו וגררו.

עקבו אחר המידות, ובדקו איזה קטע נחצה על ידי הקטע השני.

חברו את הנקודות כך ששני הקטעים יהיו אלכסונים של מרובע.

חברו באותו אופן את קודקודי המרובע האחרים.

← בנה

← ישר מ D ל- B ← בנה

גררו כך שגם האלכסון השני יֻחצה (CD= CE)

← הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו וגררו.

איזה מרובע נוצר?

ב) רשמו השערה לגבי התנאי המספיק ליצירת מקבילית לפי תכונות האלכסונים.

השערה:

<u>הוכחה: (הנתונים מסומנים)</u>

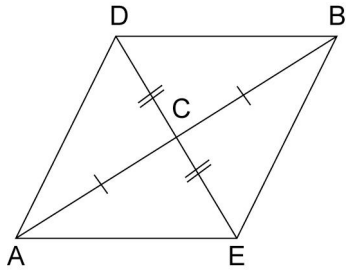
השלימו:

$\Delta DCB \cong \Delta ECA$ לפי משפט חפיפה: _____

⇓

DB=EA

הוכיחו באמצעות חפיפה נוספת כי: DA=EB



מתוך DB=EA ו- DA=EB ניתן להסיק כי ADBE מקבילית. נמקו.

סיכום:

כדי שמרובע יהיה מקבילית **אין זה מספיק** שאחד האלכסונים יחצה את השני . אבל, אם שניהם חוצים זה את זה, התנאי מספיק ליצירת מקבילית. כלומר, אם האלכסונים במרובע חוצים זה את זה תמיד נוצרת מקבילית.

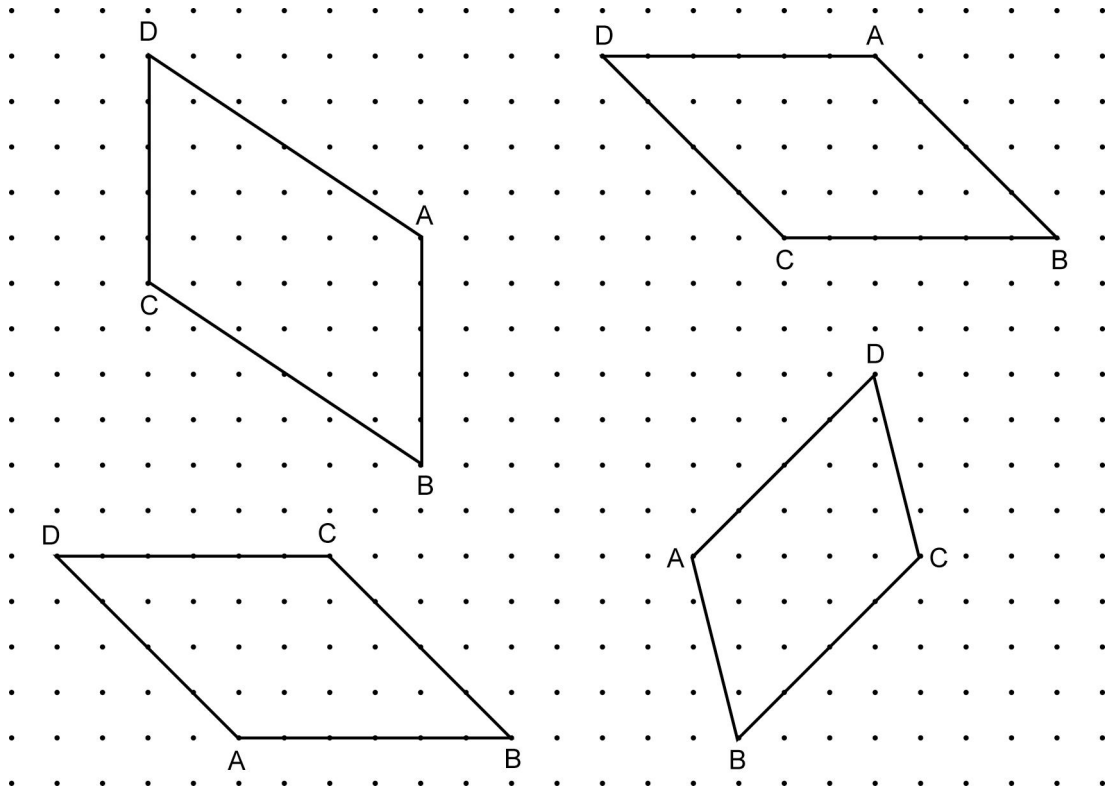
אם **שני האלכסונים במרובע חוצים זה את זה**, המרובע הוא מקבילית.

גבהים במקבילית ובמעוין

7. *גבהים לצלעות **נגדיות** במקבילית*

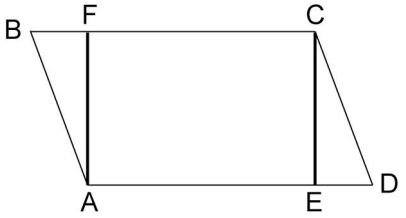
א) סרטטו, בכל מקבילית, גובה מ- A לצלע BC. (השתמשו בזווית ישרה.)

סרטטו, בכל מקבילית, גובה מ- D לצלע BC. (השתמשו בזווית ישרה.)



סרטטו גובה נוסף מנקודה המונחת על הצלע AD ל- BC. האם גם הוא שווה לשני הגבהים הראשונים? נמקו.

השערה: גבהים לצלעות נגדיות במקבילית שווים זה לזה.



הוכחה:

סמנו גדלים שווים במשולשים BAF ו- DCE.

על סמך איזה משפט חפיפה

$\Delta BAF \cong \Delta DCE$?

$\Downarrow$

AF=CE

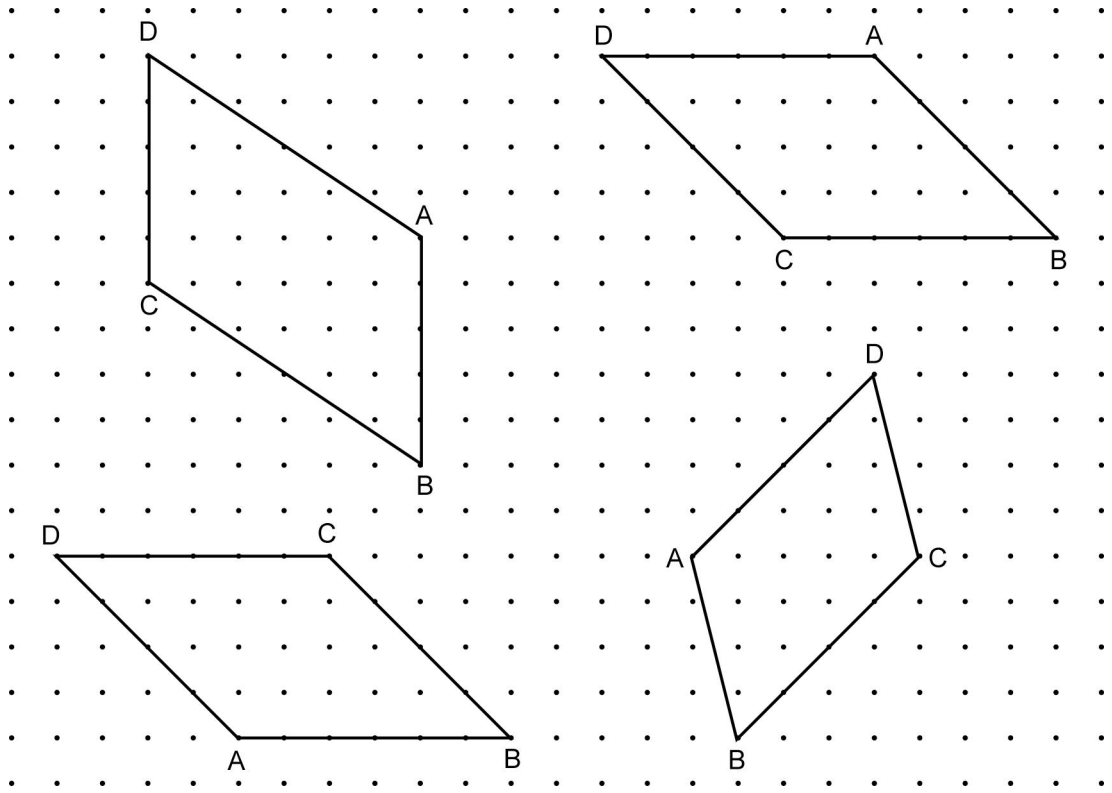
סרטטו גובה נוסף מנקודה על AD ל- BC.

הסבירו מדוע גם הוא שווה לשני הגבהים AF ו- CE.

8. *גבהים לצלעות **סמוכות** במקבילית*

א) סרטטו, בכל מקבילית, גובה מ- A לצלע BC. (השתמשו בזווית ישרה.)

סרטטו, בכל מקבילית, גובה מ- A לצלע DC. (השתמשו בזווית ישרה.)



האם הגבהים לשתי צלעות סמוכות במקבילית, שווים?

ב) בסעיף ב' עבדו בתוכנה שברשותכם: ("המשער הגיאומטרי", או "Geometry Inventor"). אם אין באפשרותכם לעבוד במחשב עברו לסעיף ג'.

לעבודה במשער הגיאומטרי

פתחו את הקובץ "גבהים במקבילית".

קובץ ← פתח ←

הקישו הקשה כפולה על הקובץ "גבהים במקבילית"

גררו את קודקודי המקבילית וצלעותיה.

הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, או לאחת הצלעות, לחצו וגררו. ←

גררו כך שהגבהים יהיו בתוך המקבילית, ואחר כך מחוץ למקבילית.

בדקו מתי הגבהים מתלכדים עם צלעות המקבילית. הסבירו.

פתחו את חלון המדידות.

גררו את הקודקודים כך שהגבהים יהיו שווים.

חלונות ← מדידות

עקבו אחר המידות. מה תוכלו לומר על המקבילית הנוצרת במקרה זה?

בדקו באמצעות מדידה: בחלון צורות ובניות, סמנו את מקבילית ABCD ומדדו את אורכי הצלעות.

צורות ובניות ← מקבילית ABC

מדידות ← כל האורכים

גררו כך שהגבהים יהיו שווים, ובדקו את אורכי הצלעות.

ולהיפך: גררו כך שאורכי הצלעות יהיו שווים, ובדקו את אורכי הגבהים.

לעבודה ב- Geometry Inventor

פתחו את הקובץ "altimak".

קובץ ← פתח ←

הקישו הקשה כפולה על הקובץ "altimak".

גררו את קודקודי המקבילית וצלעותיה.

גררו כך שהגבהים יהיו בתוך המקבילית, ואחר כך מחוץ למקבילית.

הביאו את הסמן לאחד הקודקודים, לחצו וגררו. ←

בדקו מתי הגבהים מתלכדים עם צלעות המקבילית. הסבירו.

גררו את הקודקודים כך שהגבהים יהיו שווים. עקבו אחר המידות. מה תוכלו לומר על המקבילית המתקבלת במקרה זה?

בדקו באמצעות מדידה:

מדדו אורכים של שתי צלעות סמוכות במקבילית.

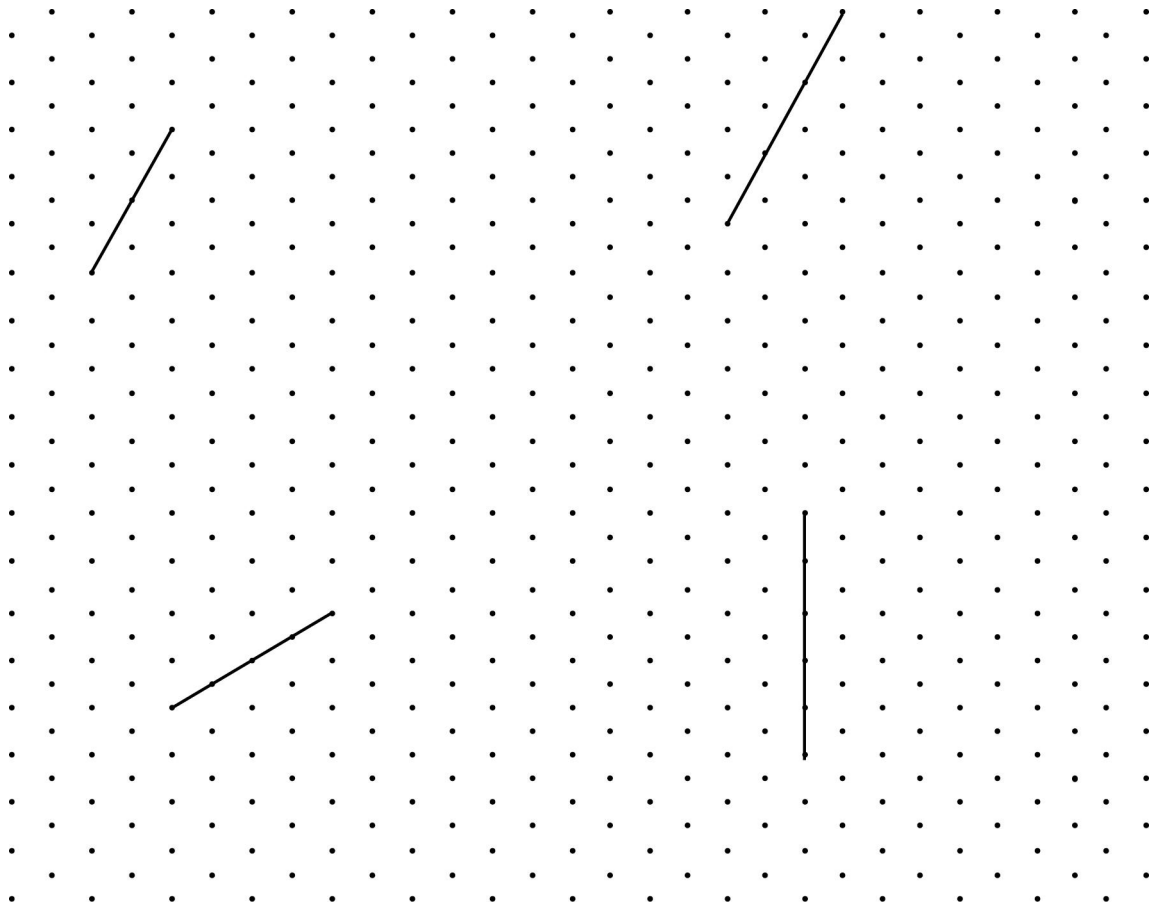
הזיזו את המסגרת למסך הפנימי והקישו. רשמו בתוכה AB. ←

הביאו את המסגרת למסך והקישו. רשמו בתוכה BC. ←

גררו כך שהגבהים יהיו שווים, ובדקו את אורכי הצלעות.

ולהיפך: גררו כך שאורכי הצלעות יהיו שווים, ובדקו את אורכי הגבהים.

ג) השלימו למעוין שאחת מצלעותיו מסורטטת.



סרטטו בכל מעוין גבהים לשתי צלעות סמוכות.

מה תוכלו לומר על הגבהים האלה?

השערה:

ד) ABCD מעוין

AE ו- AF גבהים לצלעות

השלימו את ההוכחה:

סמנו גדלים שווים במשולשים ADE ו- ABF.

על סמך איזה משפט חפיפה מתקיים:

$\triangle ADE \cong \triangle ABF$?

$\Downarrow$

AE = AF