

התחלקות בקבוצת המספרים הטבעיים

ד"ר איליה סיניצקי, מכללת גורדון לחינוך
השתתפו בהכנת החומר ליחידה: אילנה לבנברג, שולי אופיר

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) - תכונות המספרים:
מספרים ראשוניים, מספרים פריקים, סימני התחלקות, הקשר שבין המבנה העשורי לסימני ההתחלקות, חזקות, גורמים ומחלקים של מספר.

זמן משוער ללימוד הנושא - 16 ש"ל.

רשימת מושגים מתמטיים:

מפגש 1: גורם, כפולה, מחלק, מספר ראשוני, מספר פריק, משפט היסוד של האריתמטיקה, נפת ארטוסתנס.
מפגש 2: פירוק לגורמים ראשוניים, משפט היסוד של האריתמטיקה, חזקה של מספר, סימני התחלקות.
מפגש 3: סימני התחלקות, מספר טבעי בכתיב החזקות, סכום המחלקים של מספר טבעי.
מפגש 4: המחלק המשותף הגדול ביותר, הכפולה המשותפת הקטנה ביותר, מספרים זרים, חילוק עם שארית.

קישור לנושאים נוספים:

מפגש 1: סגירות הקבוצה, קבוצה סופית ואינסופית, סדרות, הוכחה דרך השלילה, בעיות מתמטיות פתוחות.
מפגש 2: תכונות החילוק בקבוצת המספרים הטבעיים, הוכחה דרך סינון אפשרויות, הוכחה דרך שלילה, חוקי פעולות החשבון, תנאי הכרחי ותנאי מספיק, מבנה עשרוני של מספר טבעי.
מפגש 3: תכונות החילוק בקבוצת המספרים הטבעיים, המבנה העשרוני של מספר טבעי, משפט ומשפט הפוך, עיקרון הכפל, סדרה הנדסית וסכום הסדרה, בעיות פתוחות בתורת המספרים.
מפגש 4: פירוק לגורמים, חיתוך ואיחוד של קבוצות, תנאי הכרחי ותנאי מספיק, יחס.

חומרים ועזרים דרושים: דף למשתלם, דפים למשתלם 1, 2, 3, 4, 5. שקפים 1, 2, 3. (הדפים והשקפים נמצאים בנספחים של היחידה).

הרציונל: היחידה פותחה במסגרת תכנית ההתמקצעות במתמטיקה למורים של בית הספר היסודי. נושא ההתחלקות תופס, מבחינה מתמטית, את המקום המרכזי בהבנת המבנה של קבוצת המספרים הטבעיים והתכונות הכפליות (מולטיפליקטיביות) של המספרים הטבעיים. חלק מהחומר שהוצג ביחידה שייך לתכנית הלימודים של ביה"ס היסודי, כך שלמתמקצעים קיים ידע מסוים בנושא. מטרת המפגשים היא הבניית תמונה מסודרת בנושא ההתחלקות בקבוצת המספרים הטבעיים, כאשר משפט היסוד של האריתמטיקה מהווה בסיס מתמטי ללימוד המושגים והאלגוריתמים הרלוונטיים.

התמקצעות מורי המתמטיקה בבתי"ס היסודיים: המספרים השלמים - מודולה מתקדמת טיוטה

היחידה בנויה כסדרת פעילויות על התחלקות החל מהבנת המושג עצמו, כיחס הסדר (ללא שימוש פורמלי במושג) בקבוצת המספרים הטבעיים. כל הפעילויות מבוססות על הידע הקיים של המורה ומשתמשות בכלים מוחשיים לתפיסת המושגים המופשטים בנושא. שליטת המורה במושגי ההתחלקות ובתורת ההתחלקות מאפשרת לו/לה ליישם את הידע בפעילויות עם תלמידים המפתחות חוש למספרים ולביצוע בלתי-פורמלי של אלגוריתמים שגורתיים (פירוק לגורמים, חיפוש המחלק המשותף הגדול ביותר והכפולה המשותפת הקטנה ביותר וכדומה).

החומר בנושא מאורגן כיחידת לימוד בהיקף של 16 ש"ל. היחידה נלמדת אחרי היחידה "יסודות של תורת הקבוצות ולוגיקה" ולפני היחידה "חילוק עם שארית".

מבנה היחידה: יחידת הלימוד מחולקת לארבעה מפגשים של 4 ש"ל כל מפגש.

החומר לכל מפגש מכיל:

א. הנחיות והערות למורה המלמד (הסברים למבנה המפגש, הדגשים בדיון, הערות לדפי הפעילות).

ב. תוכן המפגש. דף זה מיועד למעביר הסדנה וגם למשתלמים, מועד חלוקתו ניתן לשיקול דעת המלמד.

ג. חומר למשתלמים (ראשי פרקים של המפגש, רשימת המושגים, דפי עבודה, שקפים וכו').

ד. דפי חזרה ותרגול עצמי.

ה. חומר נוסף למורה כמקור לפעילויות ורעיונות נוספים: 1. [מבט נוסף על מספרים טבעיים](#)

2. [מספרים ראשוניים](#)

פירוט התכנים בכל מפגש

מפגש 1

חילוק בקבוצת המספרים הטבעיים. מושג ההתחלקות. מחלקים של מספר טבעי. מספרים ראשוניים: מושג, דוגמאות. אינסופיות של קבוצת המספרים הראשוניים (הוכחה דרך שלילה). פעילויות להמחשת מושג המספר הראשוני: מספר ראשוני כסכום, נוסחאות לקבלת מספרים ראשוניים (מספר פרמה, נוסחה פולינומיאלית). האם קיימת נוסחה לקבלת המספרים הראשוניים? התפלגות של המספרים הראשוניים. נפת ארטוסטנס. בעיות פתוחות במספרים ראשוניים.

מפגש 2

תפקידם של המספרים הראשוניים: משפט היסוד של האריתמטיקה. דרכי פירוק לגורמים ראשוניים. חד-משמעות של הפירוק. למה 1 אינו ראשוני? מחלקים וכפולות. התחלקות של סכום, הפרש ומכפלה. הוכחה של משפטים פשוטים (התחלקות של מכפלת N מספרים עוקבים) סימני התחלקות: משמעות. סימני התחלקות ב-2, ב-5. סימן התחלקות ב-4.

סימני התחלקות ב- 3 וב- 9. (כולם, כולל "הוכחה" דרך מבנה עשרוני).

סימן התחלקות ב- 11.

מפגש 3

סימני התחלקות ב- 7, 19, 13 כיישום עיקרון ההתחלקות של סכום ושל הפרש.

התחלקות ב- 6, 10, 12. התחלקות במכפלה: הצגת הבעיה.

מחלקים של מספר. מספר המחלקים. סכום המחלקים. מיון מספרים טבעיים לפי סכום המחלקים. מספרים משוכללים.

מפגש 4

המחלק המשותף הגדול ביותר ותכונותיו. גישה של תורת הקבוצות. מספרים זרים (דוגמאות, קשר בין המספרים הראשוניים ומספרים זרים וכו'). הכפולה המשותפת הקטנה ביותר. נוסחת הקשר. שיטת אוקלידס לחיפוש המחלק המשותף הגדול ביותר. משוואות עם פתרונות שלמים.

התחלקות בקבוצת המספרים הטבעיים

מפגש מס' 1

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) - תכונות המספרים : מספרים ראשוניים, מספרים פריקים, סימני התחלקות, הקשר שבין המבנה העשורי לסימני ההתחלקות, חזקות, גורמים ומחלקים של מספר.

רשימת מושגים מתמטיים : גורם, כפולה, מחלק, מספר ראשוני, מספר פריק, משפט היסוד של אריתמטיקה, נפת ארטוסתנס.

קישור לנושאים נוספים : סגירות הקבוצה, קבוצה סופית ואינסופית, סדרות, הוכחה דרך שלילה, בעיות מתמטיות פתוחות.

תוכן מפגש 1:

- א. חילוק בקבוצת המספרים הטבעיים. מחולק, מחלקת ומנה. מושג ההתחלקות: חילוק ללא שארית. מחלקים של מספר טבעי. מיון המספרים הטבעיים לפי תכונת ההתחלקות.
- ב. מספרים ראשוניים: מושג, דוגמאות. מהו המספר הראשוני הקטן ביותר? תכונות פשוטות של מספרים ראשוניים. האם קיים מספר ראשוני שהוא הגדול ביותר? אינסופיות של קבוצת המספרים הראשוניים (הוכחה דרך שלילה). כיצד לבנות מספר ראשוני? נוסחאות לקבלת מספרים ראשוניים.
- ג. ההתפלגות של המספרים הראשוניים בלוח ה-100 ובלוח ה-6. נפת ארטוסתנס. מספרים ראשוניים "תאומים". בעיות פתוחות לגבי מספרים ראשוניים: השערת גולדבאך. בעיית ה"תאומים".

דפי הנחיות למרצה

מהלך מפגש 1:

1. מושג ההתחלקות

א. תזכורת למשתלמים - שאלות לפתיחה:

- מהי קבוצת המספרים הטבעיים?
- מהן הפעולות שלגביהן סגורה קבוצת המספרים הטבעיים?
- מהם שמות המספרים המשתלמים בפעולות חשבון?

ב. הצגת השאלה: "מהו פירוש הביטוי 'מספר מתחלק במספר'?"

- הדיון מתמקד בהיבטים הבאים:
- פירושים שונים של חילוק (חילוק בקבוצת המספרים הטבעיים ובקבוצת המספרים הרציונלים, חילוק עם שארית, התחלקות כחילוק ללא שארית). דוגמאות.
- מחולק, מחלק ומנה.

ג. מושג ההתחלקות – ההגדרה ומושגים צמודים

- מושג ההתחלקות. דוגמאות של התחלקות: 8 מתחלק ב- 1, 2, 4, 8; מספר טבעי n מתחלק תמיד ב- 1, וב- n .
- הגדרת המושג. הצגת שקף מס' 1 וטיפול בדף למשתלם מס' 1 (חלק א) (נמצאים בנספחים)
- דוגמאות נגדיות ("אינו מתחלק ב- ", "אינו גורם של..."): 8 אינו מתחלק ב- 3, 8 אינו מתחלק ב- 10, 8 אינו מתחלק באף מספר שגדול מ- 8, מספר טבעי n אינו מתחלק ב- m כאשר $n > m$.
- למה מספר טבעי a אינו מתחלק במספר טבעי b ? (לפי ההגדרה, לא קיים מספר טבעי שהכפלתו ב- b תיתן את a).

ד. תכונות ההתחלקות. טיפול ב-דף למשתלם מס' 1 (חלק ב) והצגת שקף מס' 2. הערות:

- יש לשמור על האיזון בין ההוכחות הפורמליות והנימוקים האינטואיטיביים. ("המספר 15 מחלק את עצמו כי קיים מספר 1, שמכפלתו עם 15 שווה ל- 15. מהי ההכללה?")
- סימטריות של יחס ההתחלקות (תכונה 2) ניתן להוכיח גם על סמך העובדה שמחלק הגדול ביותר של מספר הוא המספר עצמו.
- בלי להשתמש במושג יחס אפשר לציין את הדמיון בין יחס התחלקות ויחס "גדול מ..." (בתכונות העבירות – תכונה 3).

ה. על קבוצת המחלקים של מספר טבעי

- השלמת דף למשתלם מס' 1 מהווה הכנה להגדרת המספר הראשוני.
- המספר 1 כגורם (מחלק) של כל מספר טבעי ("במה תמיד מתחלק מספר טבעי שלא ידוע לנו?")
- המספר עצמו כגורם הגדול ביותר של המספר הנתון.
- סופיות קבוצת המחלקים של המספר הטבעי.
- בניית קבוצת המחלקים (גורמים) של מספר טבעי מסוים.

התמקצעות מורי המתמטיקה בבתי"ס היסודיים: המספרים השלמים - מודולה מתקדמת טיוטה

- מהן האופציות למיון המספרים הטבעיים לפי תכונת ההתחלקות? לפי המחלקים (מספרים זוגיים ואי-זוגיים, כפולות של 5, "עשרות שלמות")? לפי כמות המחלקים?
- מספרים עם מספר גורמים קטן. "מהו מספר הגורמים הקטן ביותר למספר טבעי?"
גורם 1 ומספרים בעלי שני גורמים בלבד.

2. מספרים ראשוניים – מושג ותכונות

א. דיון במושג "מספר ראשוני" – הצגת שקף מס' 3 ודיון במושג (מופיע בנספחים)

- מהו המספר הראשוני הקטן ביותר? (הדגשת הדרישה של שני מחלקים שונים).
- למה 1 אינו ראשוני? (בשלב זה לפי ההסכם, אך נימוק לכדאיות ההסכם ינתן אחרי המשפט היסודי של האריתמטיקה).
- האם מספר יכול להיות ראשוני כאשר הוא מתחלק ב-3? (או בנוסח פשוט יותר: "מהו המספר הראשוני היחיד שמתחלק ב-3")
- האם קיימים מספרים ראשוניים זוגיים?
- מהו הקשר בין מספרים ראשוניים ומספרים אי-זוגיים? (כל מספר ראשוני פרט למספר 2, הוא מספר אי-זוגי - למה?)

ב. אינסופיות של קבוצת המספרים הראשוניים

- **שאלה למשתלמים:** האם קיים מספר ראשוני שהוא הגדול ביותר?
- **הערה:** ברוב המקרים התשובה המיידית "לא" היא נכונה, אך "הנימוק" מבוסס על אינסופיות של קבוצת המספרים הטבעיים כולה. כדאי להדגיש שעם אותם השיקולים גם קבוצת המספרים הראשוניים הזוגיים היא אינסופית). יש לשכנע **בצורך** בהוכחה!
- **תזכורת:** ההוכחה היא בדרך השלילה ומבוססת על הנחת קיום מספר ראשוני הגדול ביותר N . אם ניקח מכפלה של כל המספרים הראשוניים (כולל N), היא לא קטנה מ- N (בגלל שמכפלת מספרים טבעיים אינה קטנה מאף גורם במכפלה). אם נגדיל מכפלה זאת ב-1, המספר המתקבל אינו מתחלק באף מספר ראשוני – אז הוא גדול מ- N וראשוני – סתירה להנחתנו.
- **"יישום":** כדאי לציין ששיטת הכפל במקרים רבים (**אך לא תמיד**) נותנת מספרים ראשוניים נוספים, למשל, $2 \times 3 + 1$, $2 \times 3 \times 5 + 1$ וכו'.

ג. כיצד לבנות מספר ראשוני? מספר ראשוני כסכום

- **טיפול בדף למשתלם 2.** מטרת הפעילות היא תרגול לא שגרתי בהצגת מספרים ראשוניים כסכום של מספרים עוקבים (כל האפשרויות). הפעילות מדגישה אפשרויות רבות להצגת מספר ראשוני כסכום של שני מספרים טבעיים שונים ממנו- בניגוד להצגתו כמכפלת מספרים טבעיים.
רצוי לברר את השם של הצורה שבונים בפעילות: בדף הצורה נקראת פירמידת מספרים ראשוניים, אך זה בעצם משולש המספרים עם סכומים ראשוניים.
כדאי להשקיע בפעילות כדי לפתח את החשיבה הקומבינטורית של המשתלמים. למשל:
- לציין את האופציות הנוספות להרכבת המשולש: החלפת מקומות של 1 ו-3 בשורה השלישית ("ואולי, גם בשורות נוספות?").

- האם ניתן תמיד להחליף מקומות בין שני מספרים אי-זוגיים?
- האם ניתן להחליף מקומות בין מספר זוגי ומספר אי-זוגי, ולמה? (שינוי בזוגיות הסכומים). מצד שני, ניתן לדבר על אסטרטגיות אופייניות להרכבת השורות הנוספות של המשולש:
- חלק מהשורות אפשר "להעתיק" משורה קודמת (משורה 5 לשורה 6, כי 5 הוא מספר אחרון בשורה 5, והסכום $5+6$ נותן מספר ראשוני).
- חלק מהשורות אפשר "להעתיק" לשורה קודמת (שורה מספר 3 זו שורה 4 בלי האיבר האחרון, אז גם משורה 9 ניתן לחזור לשורה 8. למה?).

ד. כיצד לבנות מספר ראשוני? נוסחאות לקבלת מספרים ראשוניים

- לתאר את הבעיה ("האם קיימת נוסחה פשוטה אשר תתאר את כל המספרים הראשוניים?" או לפחות "האם קיימת נוסחה פשוטה אשר ערכיה יהיו מספרים ראשוניים בלבד?").
- דוגמה: מספרי מרסן (ראו קובץ "[מספרים ראשוניים](#)", עמ' 8).
- "נוסחה פולינומית פשוטה" $P = n^2 - n + 41$. שלבי הטיפול: הצבה ל- n קטנים, מספר מקרים אקראיים. מהן שתי ההנחות? P תמיד אי-זוגי, P תמיד ראשוני. דיון: האם הדוגמאות הנ"ל מספיקות להוכחה? הוכחת אי-זוגיות של P . המקרה של $n=41$ ותפקידו. (ריבוע של 41 אינו מספר ראשוני כי הוא מתחלק ב-41).

3. על התפלגות של מספרים ראשוניים

- א. התפלגות המספרים הראשוניים בלוח ה-100 - טיפול בדף למשתלם מס' 3 (מופיע בנספחים) יש לציין את השוני בין שתי השאלות המוצגות: העמודות של 6 ושל 10 לא מכילות מספרים ראשוניים כלל, אך העמודות שמתחילות ב-2 וב-5 כן מכילות מספר ראשוני.
- האם קיימים מספרים ראשוניים נוספים בעמודות "הזוגיות"?
- האם תמיד ניתן לראות את ההתחלקות על סמך ספרת האחדות?
- ב. התפלגות המספרים הראשוניים בלוח ה-6 - טיפול בדף למשתלם מס' 4 (מופיע בנספחים) כאן יש להדגיש את שייכות המספרים הראשוניים (פרט ל-2 ו-3) בעמודות מסוימות של הלוח. למה בחרנו בשם "לוח ה-6" ולא לוח ה-60? מה יקרה אם נמשיך את הלוח? מסקנה: כל מספר ראשוני הגדול מ-3 נותן שארית 1 או 5 בחילוק ב-6. במילים אחרות, כל מספר ראשוני גדול מ-3 הוא מסוג $6n+1$ או $6n+5$ (אך בסדרות אלו יש הרבה מספרים שאינם ראשוניים).
- בשלב זה רצוי גם לחזור ללוח ה-100 לדון במבנה הלוח ושמירת התכונות החשובות, ובשם האחר המתאים ללוח זה.

ג. שיטה למציאת המספרים הראשוניים – נפת ארטוסתנס

ניתן להיעזר בקובץ "[מספרים ראשוניים](#)" עמ' 2-3. ככלל, משתלמים מכירים את השיטה, אך השאלה המרכזית: **למה כל המספרים הלא נמחקים הם ראשוניים** (שאלות מס' 1,2 בעמוד 3). במילים אחרות: למה שיטה זו יעילה כל כך?
תזכורת: כאשר מספר מוצג כמכפלה של שני גורמים, לפחות אחד מהם לא גדול מהשורש הריבועי של המספר הנתון – צריך להמחיש את זה למשתלמים בדוגמאות. במילים אחרות, לא יכול להיות שכל המחלקים של המספר יהיו גדולים מהשורש שלו. אם אין מחלקים טבעיים (פרט ל-1) בין המספר עצמו והשורש שלו אז המספר הוא ראשוני.

ד. מחלקות מיוחדות של המספרים הראשוניים

- מספרים ראשוניים "תאומים" (חוברת "מבט נוסף על מספרים טבעיים", עמוד 4). מהו המרחק המינימלי בין מספרים ראשוניים (פרט למקרה היחיד של מספרים עוקבים)? למה בין שלושה מספרים אי-זוגיים עוקבים לפחות אחד אינו ראשוני? בעיית ה"תאומים": האם מספר הזוגות התאומים סופי או אינסופי? (דוגמה לשאלה מתמטית פתוחה).
 - סיפור קצר על בעיות פתוחות בתורת המספרים: קל לנסח, קל להבין, קשה מאוד להוכיח או להפריך. השערת גולדבאך (ראו קובץ "[מספרים ראשוניים](#)", עמ' 8) כדוגמה: המון דוגמאות להצגה (וביותר מדרך אחת) שלא עוזרות להתקרב להוכחה.

4. דף משימות בנושא "מספרים ראשוניים"

א. דף זה מיועד לעבודה עצמית או לעבודת צוות בית ספרי של המתמקצעים. בהתמודדות עם המשימות המתמקצעים אמורים ליישם את הידע שלהם בנושא ולהשתמש במושגים הרלוונטיים.
 ב. דיון מפורט ברוב השאלות המוצגות בדף אפשר למצוא במאמר "מה עושים עם מספרים ראשוניים בכיתה?" (ר' רשימה ביבליוגרפית).
 ג. שימו לב לנוסח השאלות:
 - המילה "מצאו" אינה מבטיחה את קיום התשובה החיובית. לפעמים יש להוכיח שאי-אפשר למצוא את הדוגמה המתאימה (שלושה של מספרים תאומים, 325 כסכום של שני מספרים ראשוניים).
 - המילה "הראו" מתקבלת לפעמים על-ידי המשתלמים בתור "הביאו דוגמה" במקום "הוכיחו".
 - בין השאלות מופיעה גם שאלה מתמטית פתוחה (לגבי מספרים ראשוניים תאומים).

נספחים

דף למשתלמים

תוכן מפגש 1

חילוק בקבוצת המספרים הטבעיים ;
מושג ההתחלקות ;
מחלקים של מספר טבעי ;
מספרים ראשוניים : מושג, דוגמאות ;
אינסופיות של קבוצת המספרים הראשוניים (הוכחה דרך שלילה) ;
פעילויות להמחשת מושג המספר הראשוני : מספר ראשוני כסכום, נוסחאות לקבלת
מספרים ראשוניים (מספר פרמה, נוסחה פולינומיאלית) ;
האם קיימת נוסחה לקבלת המספרים הראשוניים?
התפלגות של המספרים הראשוניים. נפת ארטוסתנס ;
בעיות פתוחות במספרים ראשוניים.

רשימת מושגים מתמטיים :

גורם, כפולה, מחלק, מספר ראשוני, מספר פריק, משפט היסוד של האריתמטיקה, נפת ארטוסתנס.

קישור לנושאים נוספים :

סגירות הקבוצה, קבוצה סופית ואינסופית, סדרות, הוכחה דרך השלילה, בעיות מתמטיות פתוחות.

דף למשתלם מס' 1

א. הגדרות:

מספר טבעי a מתחלק במספר הטבעי b אם ורק אם קיים מספר טבעי c המקיים את השוויון:

$$a = b \cdot c$$

במצב זה המספר _____ הוא גורם/מחלק של _____, וגם המספר _____ הוא גורם/מחלק של _____.
ולחפך, _____ הוא כפולה של _____.

ניתן גם לכתוב:

$$c = a : b$$

המספר c נקרא מנה של שני המספרים a ו- b , a - מחולק, ו- b מחלק את a .

ב. תכונות ההתחלקות

- כל מספר טבעי a מחלק את עצמו.

למה? כי קיים מספר טבעי c ש- $a = a \cdot c$ ($c=1$)

- אם b מחלק את a , וגם a מחלק את b , אז $a=b$.
למה?

- אם b מחלק את a , ו- a מחלק את c , אז _____.
למה?

כי קיימים d ו- f טבעיים כך שמתקיים:

$$c = a \cdot f, a = b \cdot d$$

$$c = (b \cdot d) \cdot f = b \cdot (d \cdot f)$$

- הכללה: אם b מחלק את a , ו- c מחלק את d , אז bc מחלק את _____.

ג. קבוצת המחלקים של מספר טבעי a מכילה את כל המספרים הטבעיים שמחלקים את a .

האיבר הקטן ביותר בקבוצה זו שווה ל- _____.

האיבר הגדול ביותר בקבוצה זו שווה ל- _____.

קבוצת המחלקים של המספר הטבעי 1 מכילה רק איבר אחד. ביתר המקרים קבוצת המחלקים מכילה _____ המספר 1 והמספר עצמו.

דף למשתלם מס' 2

מספרים ראשוניים

מקור: Kenney, (1986) תרגום: נטליה קובלר

מספר ראשוני הינו מספר טבעי (מספר שלם וחיובי) אשר מחלקיו היחידים הם 1 והמספר עצמו. הפירמידה הבאה נקראת **פירמידת מספרים ראשוניים**. כל שורה בפירמידה מתחילה ב- 1 ומסתיימת במספר המציין את מספר השורה. בכל שורה, המספרים בין 1 למספר השורה מסודרים כך: סכום כל שני מספרים שכנים מהווה מספר ראשוני.

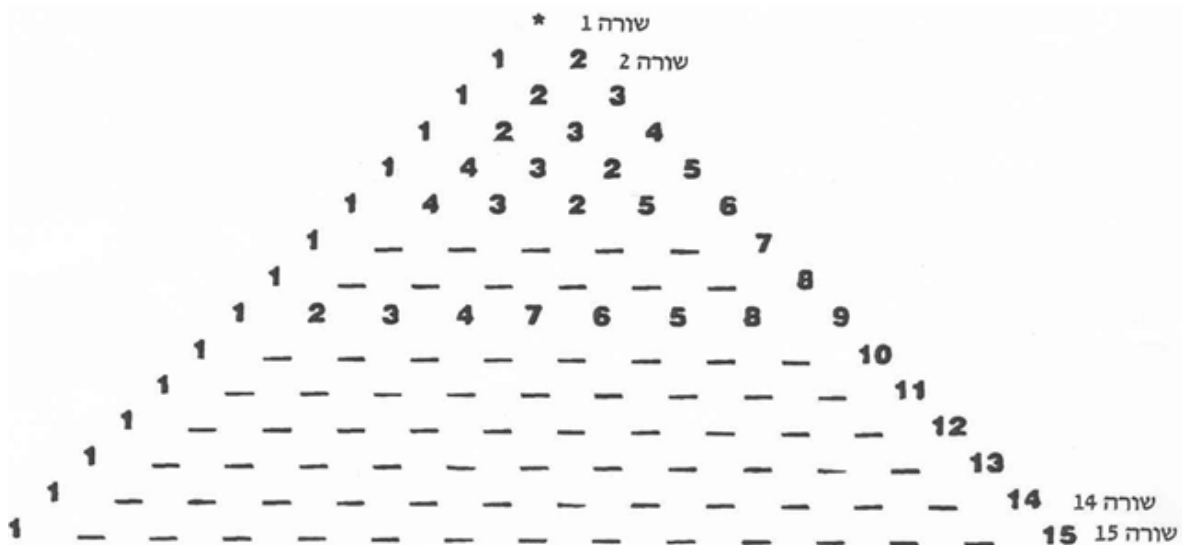
לדוגמה, נסתכל על השורה החמישית:

(1) היא צריכה להכיל את המספרים 1, 2, 3, 4, 5.

(2) היא צריכה להתחיל ב- 1 ולהסתיים ב- 5.

(3) סכום של כל זוג מספרים שכנים חייב להיות מספר ראשוני.

(4) נבדוק: $1+4=5$, $3+4=7$, $2+3=5$, $2+5=7$.



- השלימו את המספרים החסרים בפירמידה.
- נסו להרחיב את הפירמידה מתחת לשורה ה- 15.
- אילו דגמים אתם מבחינים בפתרון שלכם?
- מהי דרך הפתרון בהשלמת הפירמידה?

דף למשתלם מס' 3

מספרים ראשוניים ופריקים בלוח ה-100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

מהן העמודות שלא מכילות כלל מספרים ראשוניים?

מהן העמודות שבהן **כמעט** ולא נמצאים מספרים ראשוניים?

דף למשתלם מס' 4

מספרים ראשוניים ופריקים בלוח ה-6

המספרים הטבעיים מסודרים בשש עמודות:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

...

מהן העמודות שלא מכילות כלל מספרים ראשוניים?

מהן העמודות שבהן **כמעט** לא נמצאים מספרים ראשוניים?

מהן הסדרות שמכילות אינסוף מספרים ראשוניים?

דף למשתלם מס' 5

דף משימות בנושא מספרים ראשוניים

1. מצאו את כל המספרים הדו-ספרתיים הראשוניים שכאשר הופכים את סדר הספרות שלהם, גם המספר החדש הדו-ספרתי המתקבל הוא ראשוני.
2. מצאו מבין המספרים הדו-ספרתיים הראשוניים את המספרים שכאשר נמחק את ספרת האחדות שלהם נקבל מספר חד-ספרתי שגם הוא ראשוני.
3. מצאו מספר תלת-ספרתי אשר ספרותיו הם שלושה מספרים ראשוניים שונים, והמספר מתחלק בכל אחת מספרותיו.
4. מצאו: א. מספר ראשוני המתחלק ב-29 ב. מספר ראשוני המתחלק ב-21.
5. בדקו, האם 323 הוא מספר ראשוני או פריק. פרטו את הבדיקות שביצעתם.
6. כמה זוגות של מספרים ראשוניים עוקבים ניתן למצוא?
7. כמה מספרים ראשוניים תאומים קיימים?
8. **שלושה של מספרים ראשוניים תאומים היא שלושה של מספרים שההפרש בין כל שניים מהם הוא 2.** דוגמא לשלושה כזו: 3, 5, 7. מצאו שלושה נוספת של מספרים ראשוניים תאומים.
9. מצאו שלושה של מספרים ראשוניים אשר ההפרש בין כל שני מספרים סמוכים הוא 3.
10. הראו שסכום שני מספרים ראשוניים תאומים מתחלק ב-4.
11. הראו שסכום שני מספרים ראשוניים תאומים, פרט ל-3 ו-5, מתחלק ב-6.
11. דני טוען כי סכום שני מספרים ראשוניים הוא מספר ראשוני. האם דני צודק?
12. רועי טוען כי סכום שני מספרים פריקים הוא מספר פריק. האם רועי צודק?
13. מצאו שני מספרים ראשוניים שסכומם 325.
13. מצאו שני מספרים ראשוניים שסכומם 129.

דף זה מכיל משימות שנוסחו על-ידי ד"ר בת-שבע אילני וצוות ההתמקצעות של אוניברסיטת תל-אביב.

שקף מס' 1

הגדרת ההתחלקות

מספר טבעי a מתחלק במספר טבעי b אם ורק אם

קיים מספר טבעי c :

$$a = b \cdot c$$

b – גורם של a

a – כפולה של b

$$c = a : b$$

a מחולק על-ידי b

b מחלק את a

c – מנה

שקף מס' 2

תכונות ההתחלקות

א. a מחלק את a

b מחלק את a

ב. a מחלק את b



$$a = b$$

a מחלק את c

ג. b מחלק את a



b מחלק את c

c מחלק את d

ד. a מחלק את b



ac מחלק את bd

שקף מס' 3

מהו מספר ראשוני?

מספר ראשוני הוא מספר טבעי

אשר יש לו בדיוק שני אורמים

(שני מחלקים)

שונים לה מלה.