הערות והארות
תתקבלנה בברכה

חילוק עם שארית בקבוצת N_0

מפגש ראשון

ד״ר איליה סיניצקי, מכללת גורדון

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס): ארבע פעולות החשבון, אומדן, סיטואציות בעיה, הכללות ו״הוכחות״ אלגבריות.

רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות: מפגש 1: סגירות הקבוצה לגבי פעולה, פעולה הפוכה, מחולק, מחלק, מנה, שארית, מספרים שווי שארית.

מפגש 2: שארית, פיצול הקבוצה לקבוצות זרות, פעולות חיבור וכפל מודולרי, גורמים של אפס.

זמן משוער לפעילות: 8-10 ש״ל.

קישור לנושאים נוספים: מפגש 1: כפולה ומחלק, מספרים רציונליים, צמצום והרחבה, סדרות חשבוניות, משפט ומשפט הפוך.

מפגש 2: תבנית אלגברית, טכניקה אלגברית, סגירות הקבוצה לגבי פעולה, הכפולה המשותפת הקטנה ביותר ומספרים זרים.

חומרים ועזרים דרושים: 1 דף למשתלמים, דף למשתלם מס׳ 1, דף למשתלם מס׳ 2. שקף מס׳ 1, שקף מס׳ 2. הדפים והשקפים נמצאים בנספחים של היחידה.

הרציונל: היחידה פותחה כהמשך טבעי של היחידה ״**התחלקות בקבוצת המספרים הטבעיים**״. תשומת לב מיוחדת לפעולת החילוק מוצדקת קודם כל מבחינה מתמטית. רק פעולת חשבון זו לא ניתנת להגדרה **לכל** זוגות המספרים באף אחת מקבוצות המספרים. בנוסף, חילוק של מספרים טבעיים מוגדר בצורה חד-משמעית רק כאשר המחולק הוא כפולה של המחלק. אולי, זאת הסיבה הדידקטית לטיפול בחילוק של מספרים טבעיים בבית הספר היסודי בעיקר ״במצב האידיאלי״ של חילוק ללא שארית. אך כבר הבעיה הפשוטה ביותר של חילוק ״לשני חלקים״ של קבוצה המכילה מספר אי-זוגי של פרטים מביאה למושג השארית.

בראשית היחידה מוזכרות הגדרות בסיסיות ותכונות של פעולת החילוק, ונדונות שתי אפשרויות להתמודדות עם המצב כאשר מנת החילוק אינה קיימת בקבוצת המספרים הטבעיים. בהמשך מגלים המתמקצעים את התכונות של פעולת חילוק עם שארית, כולל השפעת השינוי של המחולק והמחלק על תוצאות החילוק.

השלב הפורמלי של לימוד הנושא עוסק בפיצול קבוצת המספרים הטבעיים לקבוצות המספרים בעלי שארית זהה. כאן הדגש הוא על הרכבת תבניות אלגבריות לתיאור קבוצות אלו, כולל מעבר בין התבנית וסדרת המספרים.

בלימוד הנושא משולבות חידות, ״בעיות ניחוש״ וכו׳, אותן ניתן לשלב ישירות בהוראת הנושא בבית הספר.

היחידה מכילה, בין היתר, שאלות ונושאים שאינם מודגשים בדרך כלל בלימוד הנושא, כמו השפעת השינוי במחולק ובמחלק על תוצאות החילוק. היקף הלימוד של היחידה הוא 8–10 ש״ל, ועומק הטיפול בפרקים אלה תלוי בזמן הקצוב.

ארגון החומר: יחידת הלימוד כולה מחולקת לשני מפגשים של 4 ש״ל כל אחד. הסעיף **מבנה יחידת הלימוד** מתאר באופן כללי את כל אחד מהמפגשים, כולל נושאי לימוד ופעילויות רלוונטיות. החומר לכל מפגש מכיל:

א. חומר למשתלמים (ראשי פרקים של המפגש, רשימת המושגים, דפי עבודה, שקפים וכו׳).

ב. הנחיות והערות למורה המלמד (הסברים למבנה המפגש, הדגשים בדיון, הערות לדפי פעילות).

ג. חומר פקולטטיבי למורה (מצ״ב) כמקור לפעילויות ורעיונות נוספים.

מבנה יחידת הלימוד

מפגש 1

פעולת החילוק ותכונותיה. שינוי המחולק והמחלק. שתי אופציות להרחבה של פעולת החילוק: מספרים רציונליים וחילוק עם שארית. קשר בין כפל וחילוק עם שארית. קשר בין שארית ומחלק. השפעת השינוי של המחולק ושל המחלק על המנה ועל השארית. סדרות חשבוניות כסדרות מספרים שווי-שארית.

מפגש 2

פיצול קבוצת המספרים הטבעיים לקבוצות של מספרים שווי-שארית. הרכבת תבניות אלגבריות לתיאור המספרים המתחלקים במספר מסוים עם שארית מסוימת. כיצד לראות את השארית מהתבנית? חילוק עם שארית בלוח הכפל. מבוא לחשבון מודולארי. שארית כנציג הקבוצה. שארית של סכום ושל מכפלה. שארית ולוחות המספרים. בעיות התחלקות. התחלקות של סכומי מספרים עוקבים. שימוש בתכונות השארית במשחקי ניחוש המספר.

דפי הנחיות למרצה

מהלך מפגש 1

1. תכונות פעולת החילוק

א. **תזכורת על מרכיבי פעולת החילוק:** מחולק, מחלק, מנה. חילוק לחלקים וחילוק להכלה. בעיות מילוליות ורישום תרגילי חילוק.

כפתיחה אפשר לתת סיטואציה של חילוק: "יש סה"כ 15 סוכריות שמחלקים בין ילדים" ולבקש מהמשתלמים לנסח את השאלה המתאימה לתרגיל חילוק, כמו $5 = 3 : 15$. זה המקום לדון על חלוקה ל- 3 קבוצות ("כמה סוכריות קיבל כל אחד משלושת הילדים?") או על חלוקה לקבוצות בנות 3 סוכריות כל אחת ("בין כמה ילדים חולקו סוכריות, אם כל אחד קיבל 3 סוכריות?").

ב. **חילוק כפעולה הפוכה לכפל - שאלות חזרה:**

- למה שווה מנה של 8 ו- 4?, למה?
- מהי תוצאת החילוק של המספר 0 בכל מספר ששונה ממנו?
- מהי המנה של שני מספרים זהים? למה? (בדיון יש להזכיר את המקרה המיוחד של 0:0.)
- איזו משמעות יש לביטוי "אסור לחלק ב- 0?" (יש להדגיש כי הסיבות לכך שונות כאשר המחולק שונה מ- 0 או שווה ל- 0. במקרה הראשון לא קיים מספר n המתאים למנה של חילוק ב- 0 כי מכפלת n ו- 0 שווה ל- 0. כדאי גם להביא את המשתלמים להרגשה, כי "אין מספר גדול מספיק" שיכול לתפקד כמנה בחילוק ב- 0, וזאת באמצעות "קירוב" המחלק ל- 0 בסדרת תרגילי חילוק מסוג 1:1; 1:0.5; 1:0.1; 1:0.01 וכדומה. מצד שני, פורמלית, כל מספר יכול לתפקד בתור המנה 0:0, לכן התוצאה כאן "לא מוגדרת").

ג. **שמירת המנה - שאלה למשתלמים:** מה ניתן לומר על המנה כאשר כופלים את המחולק והמחלק פי אותו מספר? כיצד לרשום את התכונה הזאת באמצעות זהות אלגברית? (יש רק להזכיר כי מנה נשמרת כאשר הגורם שונה מ- 0!)

ד. שינוי המחולק ושינוי המחלק - דף למשתלם מס' 1. מספר הערות הקשורות בדף:

- כבר בטיפול בסעיף א, צריך להדגיש כי מדובר על חילוק בתוך קבוצת המספרים הטבעיים. ביטויים כמו: "נכפיל את המספר ב- 2" ו- "נגדיל את המספר פי 2" שקולים **רק** בקבוצת המספרים החיוביים (מכפלת המספר (8-) ב- 2 **קטנה** פי 2 מהמספר המקורי!)
- המסקנה של סעיף ב נכונה למספרים הטבעיים, רק בתנאי שאפשר לחלק את המחלק במספר הנבחר. כאן כדאי לדבר על השוני בין התכונות א ו-ב לתלמידים שמכירים רק את המספרים הטבעיים: המנה של 36 ו- 9 גדולה פי 2 מהמנה של 36 ו- 18, אך כיצד אפשר להקטין את המחלק פי 4 בחילוק של 36 ב- 18?)
- בסעיף ג ההגבלה הטבעית להכלה היא ההתחלקות של המחולק החדש במחלק: "אם בתרגיל חילוק נקטין את המחולק פי 2, 3, k, **והמחולק החדש מתחלק במחלק הנתון**, המנה תקטן בהתאם". ללא ספק, חלק מהבעיות המילוליות שינוסחו על-ידי המתמקצעים יזמינו תשובה אינטואיטיבית לא

נכונה, וכדאי לדון על כך באמצעות דוגמאות מספריות. למשל, בחלוקת 36 בובות בין 4 ילדים, כל ילד יקבל 9 בובות, אך כאשר יש ברשותנו רק 18 בובות, מספר הבובות לכל הילד יהיה פחות מחצי של 9).
הבעיות המילוליות בדף זה מדגישות את הפן המעשי של חילוק עם שארית כמודל טבעי לתיאור מצב מחיי היומיום.

2. הרחבת פעולת החילוק בקבוצת המספרים הטבעיים והאפס: חילוק עם שארית

א. **הצורך בהרחבת פעולת החילוק.** הצגת שאלות למתמקצעים:

- מהי משמעות המשפט "קבוצת המספרים הטבעיים אינה סגורה לגבי החילוק"? (לא לכל זוג של מספרים טבעיים קיימת מנה **בתוך** הקבוצה.)
- מהן שתי האפשרויות להרחבה של פעולת החילוק? (הגדרת מספרים רציונליים כתוצאות של פעולת החילוק, וחילוק עם שארית.)
- מהן הסיטואציות מחיי היומיום המתאימות לכל אחת משתי הדרכים להרחבת פעולת החילוק? (כאשר הפריטים הם ברי חלוקה - טבלאות שוקולד, אורך, משקל - והתשובה אינה מספר שלם, מופיעים בתשובה חלקי יחידה - מספרים רציונליים לא שלמים; במקרה של פריטים שלמים בלבד – בובות, מטבעות, בולים – מדובר על חילוק עם שארית.)

ב. **הגדרות: מחולק, מחלק, מנה ושארית – שקף מס' 1**. בשקף שוב מוצגות שתי האפשרויות להרחבת החילוק, ונתונות הגדרות בסיסיות של חילוק עם שארית. יש להדגיש את המקרה של חילוק בלי שארית כמקרה פרטי של חילוק עם שארית (שארית ששווה ל- 0). חשוב לציין כי בחירת הערכים האפשריים של השארית אינה חופשית, כי השארית קובעת את תוצאת החילוק בצורה חד-משמעית והגיונית. כדאי לדון על כך עם המשתלמים, למשל, באמצעות הדוגמה הבאה: בחילוק של 17 חפצים בין 3 קבוצות, כל קבוצה תקבל 5 חפצים (וישארו שני חפצים), אך אפשר גם שכל קבוצה תקבל 4 חפצים, ואז ישארו 5 חפצים. ברור, כי חילוק עם שארית מתכוון לחילוק כאשר "השארית תהיה קטנה עד כמה שאפשר". לכן, כאשר היא גדולה מהמחלק "אפשר להמשיך את החילוק" (ולהוסיף עוד חפץ 1לכל אחת מהקבוצות).

ג. **דוגמאות פשוטות ותרגול**. להלן שאלות מומלצות לדיון עם המשתלמים (ניתן לרכז אותן גם כדף עבודה למשתלם).

- מדוע לא מדובר על חילוק ב- 1 עם שארית?
- מהי השארית של חילוק 12 ב- 3?
- מהי השארית של חילוק 13 ב- 5? מהי המשמעות של המנה?
- תלמיד טוען כי בחילוק של 18 ב- 5 הוא קיבל את המנה 2 ושארית 8. התייחסו לטענת התלמיד.
- מהי שארית אפשרית בחילוק ב- 2? (חשוב לציין שכאן קיימות בדיוק שתי אפשרויות, וכאשר מספר לא מתחלק ב- 2, השארית מוגדרת חד-משמעית.)
- כיצד נקראים המספרים שמתחלקים ב- 2 עם שארית?
- מהי השארית של חילוק 13 ב- 12? הכלילו את התשובה. (בחילוק מספר במספר קודם המנה שווה ל- 1 והשארית שווה ל- 1.)

- מהי השארית של חילוק 5 ב- 5, ומהי משמעות המנה שמתקבלת בחילוק זה? (שאלת הכנה לשאלה הבאה.)
- מהי השארית של חילוק 5 ב- 8? (למרות ההפרדה הברורה בין חילוק בקבוצת המספרים הרציונליים וחילוק עם שארית, התשובה הטיפוסית של הלומד היא "חמש שמיניות". יש להתייחס למקרה זה באנלוגיה עם מקרה קל יותר, כמו 9:2. חילוק 9:2 נותן מנה ששווה ל- 4, ובהמחשת חלוקה לקבוצות זה אומר שחולקו 8 חפצים. בחילוק 5 ב- 8, אין מספיק חפצים כדי שבכל אחת מ- 8 הקבוצות יהיה חפץ אחד לפחות. המנה שווה ל- 0, חולקו 0 חפצים, והשארית שווה ל- 5).
- מהי שארית החילוק של 12 ב- 21? הכלילו. (כאשר המחולק קטן מהמחלק, מנת החילוק שווה ל- 0, והשארית שווה למחלק.)

3. פעילות חקר: שינוי המחולק ושינוי המחלק בחילוק עם שארית - **דף למשתלם מס' 2**

- הדף נפתח בחזרה על תכונה בסיסית של החילוק, שעליה מבוססים כל החישובים עם המספרים הרציונליים - צמצום והרחבת שברים. כלל זה גורר, בצורה כמעט אוטומטית, את הכללתו לחילוק עם שארית, אך מתברר, כי ההכללה תקפה רק כלפי המנה ולא כלפי השארית. כאשר כופלים מחולק ומחלק של חילוק באותו מספר טבעי, ששונה מ- 0, השארית של החילוק גם תוכפל באותו המספר. כדאי להדגיש כאן שכלל זה עומד לא בסתירה אלא בהתאמה לצמצום והרחבת השברים. למשל, בחילוק 9 ב- 2 המנה היא 4 והשארית היא 1, או בכתיב המספרים הרציונליים, המנה שווה ל- $4\frac{1}{2}$, ואחרי הרחבה ב- 2, החילוק של 18 ב- 4 שומר על המנה, ונותן שארית 2. פירוש תשובה זאת בקבוצת המספרים הרציונליים היא הרחבת השבר עם המעבר למכנה החדש: $4\frac{2}{4}$.
- הפתעה נוספת גלומה בסעיף 3: אם כופלים את המחולק פי מספר מסוים, המנה לא תמיד גדלה פי אותו מספר. למשל, המנה של חילוק 9 ב- 2 היא 4, אך מנת החילוק של 18 ב- 2 שווה ל- 9, ולא ל- 8. את המנה החדשה ניתן למצוא בשני שלבים: כמובן, הכפלת המחולק ב- n גורמת לגידול השארית המקורית R פי n. אם השארית החדשה Rn קטנה מהמחלק, המנה החדשה גדולה פי n מהמקורית. אך, אם המספר Rn גדול מהמחלק, מנת חלוקתו במחלק נוספת למנה החדשה. למשל, $46 : 8 = 5\ (6)$, והגדלת המחולק פי 3 גורמת לתוצאה: $138 : 8 = 17\ (2)$. השארית 6 הוכפלה ב- 3, ונתנה תוספת של 2 (החלק השלם בחילוק של 18 ב- 8) למנה החדשה, השווה ל- $5\times3+2=17$. ייתכן שאין צורך להגיע לכלל עם המשתלמים, אך כדאי להדגיש שתהליך זה שקול להמרת שבר מדומה במספר מעורב:

$$\frac{a}{b} = c + \frac{R}{b} \Leftrightarrow a = bc + R$$

$$\frac{na}{b} = nc + \frac{nR}{b} \Leftrightarrow na = b(nc) + Rn$$

כאשר השבר $\frac{nR}{b}$ יכול להיות שבר מעורב ולא אמיתי, ואז צריך להוציא ממנו את החלק השלם שגורם להגדלה נוספת של המנה.

- בסעיף 4 אנו מצפים לדוגמאות של בעיות חילוק קבוצת החפצים לחלקים ולהכלה עם "גידול הפתעתי" של מנת החילוק.
- הקטנת המחלק דומה באופייה להגדלת המחולק, רק שקל יותר לעקוב אחרי השינוי בשארית. השוויון $a = \frac{b}{n}(c\,n) + R$ מצביע על כך, שהשארית החדשה נשארת ללא שינוי כאשר היא קטנה מהמחלק החדש $\frac{b}{n}$, או שהיא שווה לשארית החילוק של השארית המקורית במחלק החדש. את הכלל שמופיע בדף, ניתן לנסח בצורה הבאה: אם השארית של החילוק קטנה מהמחלק החדש, השארית החדשה נשארת ללא שינוי, והמנה החדשה גדלה פי n. אם השארית של החילוק קטנה מהמחלק החדש, השארית החדשה שווה לשארית החילוק של השארית המקורית במחלק החדש. במקרה זה לחישוב המנה החדשה צריך לכפול את המנה המקורית ב- n ולהוסיף למכפלה את מנת החילוק של השארית המקורית במחלק החדש.

למשל, במעבר מהחילוק של 13 ב- 4 לחילוק של 13 ב- 2, המנה גדלה פי 2, אך השארית נשארת 1. אך, הקטנת המחלק מ- 4 ל- 2 בתרגיל 15:4 גורמת לשינוי של השארית מ- 3 ל- 1 (ולמנת החילוק חוץ מהגדלתה פי 2 נוסף חלק שלם של חילוק 3 ב- 2).

- לכלל זה יש מספר שימושים מעשיים. למשל, אם מספר מתחלק ב- 8 עם שארית 3, אז שאריתו בחילוק ב- 4 גם שווה ל- 3, אבל שאריתו בחילוק ב- 2 שווה ל- 1. ברור, שלכל היישומים אלה אפשר לחזור אחרי הפיתוח של הביטויים האלגברים המתארים את המספרים המתחלקים במספר מסוים עם שארית מסוימת (מפגש 2).
- מובן, שניתן לטפל באופן דומה גם בהקטנת המחולק והגדלת המחלק. גם כאן המנה המתקבלת בחלק מהמקרים "קטנה מהצפוי".

4. סדרות מספרים שווי-שארית

פרק זה משמש כהכנה להרכבת הביטויים האלגבריים לתיאור קבוצות מספרים טבעיים שווי-שארית. הנושא מטופל באמצעות דיון על השאלות ב- **שקף מס' 2**. את הצגת השקף מקדימים בשאלות מהסוג: "מהו המספר הטבעי הקטן ביותר שמתחלק ב- 2? מהו המספר הטבעי הבא שמתחלק ב- 2?" יש גם להזכיר שהמספר הקטן ביותר שמתחלק ב- 2 עם שארית 1, שווה ל- 1 (ולא ל- 3). מטרת הפרק היא להגיע למסקנה שכל סדרת המספרים השווי-שארית היא סדרה חשבונית ולהפך, לכל המספרים הטבעיים שמרכיבים את הסדרה החשבונית, יש שארית קבועה בחילוק במספר השווה להפרש הסדרה. תוכן השקפים מוצג בהדרגה, לפני קבלת המסקנות כדאי לבקש מהמשתלמים דוגמאות של סדרות וגם הצעות להכללות ולמסקנות. חשוב לציין שבכל סדרה חשבונית מעבר לאיבר הבא הוא הוספת ההפרש לאיבר הקודם. מסיבה זאת מנת החילוק במחלק ששווה להפרש גדלה ב- 1, אך השארית נשארת קבועה. הסדרות של כפולות המספרים מהוות דוגמה מיוחדת חשובה (שארית קבועה השווה ל- 0).

נספחים:

דף למשתלמים

תוכן מפגש 1

1. תכונות פעולת החילוק, מרכיבי הפעולה, חילוק וכפל, השפעת השינוי במחולק ובמחלק על מנת החילוק.
2. הרחבת פעולת החילוק, מספרים רציונליים וחילוק עם שארית, מקרה המחולק שקטן מהמחלק, ערכים אפשריים של השארית.
3. שינוי המחולק ושינוי המחלק בחילוק עם שארית: מה נשמר ומה השתנה?
4. סדרות חשבוניות בסדרות מספרים שווי-שארית.

רשימת מושגים מתמטיים: סגירות הקבוצה לגבי פעולה, פעולה הפוכה, מחולק, מחלק, מנה, שארית, מספרים שווי-שארית.

קישור לנושאים נוספים: כפולה ומחלק, מספרים רציונליים, צמצום והרחבה, סדרות חשבוניות, משפט ומשפט הפוך.

דף למשתלם מס׳ 1

זהירות: פעולת חילוק

א. נתון תרגיל חילוק ___= 36 : 4 .

מה יקרה למנה, אם נכפיל את המחולק ב- 2?

מה יקרה למנה, אם נכפיל את המחולק ב- 3?

האם תשובתכם מתאימה לתרגילי חילוק אחרים ולהכפלת המחולק בגורם אחר?

מהי הכללתכם?

מסקנה: אם נכפיל מחולק במספר טבעי מסוים, המנה של החילוק באותו מחלק תוכפל באותו המספר.

בעיה מילולית רלוונטית לכלל זה: כמות סוכריות מסוימת חולקה באופן שווה בין ילדים כך שכל אחד מהם קיבל אותו מספר סוכריות. אם מספר הסוכריות יוכפל, מה ניתן לומר על מספר הסוכריות שיקבל כל ילד הפעם?

ב. נתון תרגיל חילוק ___= 36 : 4 .

מה יקרה למנה, אם נקטין את המחלק פי 2?

מה יקרה למנה, אם נקטין את המחלק פי 4?

האם תשובתכם מתאימה לתרגילי חילוק אחרים?

מסקנה: אם לא משנים את המחולק ומחלקים את המחלק במספר טבעי מסוים, המנה של החילוק ____________________________.

האם קיימת הגבלה כלשהי לגבי שינוי המחלק שהוזכר במסקנתכם?

נסחו בעיה מילולית רלוונטית לכלל זה.

דף למשתלם מס׳ 1 - המשך

ג. נתון תרגיל החילוק $36 : 4 =$___ .

מה יקרה למנה, אם נקטין את המחולק פי 2?

מה יקרה למנה, אם נקטין את המוחלק פי 3?

האם תשובתכם מתאימה לתרגילי חילוק אחרים?

בין היתר, נסו להקטין את המחולק פי 5 בתרגיל הנתון.

מהי מסקנתכם?

נסחו בעיה מילולית רלוונטית לכלל זה.

ד. נתון תרגיל החילוק $36 : 4 =$___ .

בדקו את השינוי במנה עם הגדלת המחלק, לפי הדגם שהוצג בסעיפים הקודמים.

דף למשתלם מס׳ 2

שינוי המחולק ושינוי המחלק בחילוק עם שארית

1. התבוננו בשרשרת השוויונות $8 : 2 = 4$

$16 : 4 = 4$

$24 : 6 = 4$

איזה כלל מבטאת שרשרת זאת?

אם כופלים את המחולק והמחלק באותו מספר השונה מ- 0 ________________

____.

2. האם כלל זה תקף גם כאשר המחולק אינו כפולה של המחלק?

בדקו את המצב בחילוק קבוצת המספרים הרציונליים ($\frac{13}{4}$, $\frac{15}{6}$ וכדומה) ובחילוק עם שארית.

מה גיליתם?

- אם כופלים את המונה והמכנה של מספר רציונלי באותו מספר השונה מ- 0

____.

- אם כופלים את המחולק והמחלק באותו מספר השונה מ- 0

המנה ________________________________

אך השארית ____________________________.

3. נתון תרגיל חילוק $36 : 16 =$ ___ (שארית __) .

מה יקרה לתוצאת החילוק, אם נגדיל את המחולק פי 2?

מה יקרה לתוצאת החילוק, אם נגדיל את המחולק פי 3?

מה יקרה לתוצאת החילוק, אם נגדיל את המחולק פי 4?

בדקו דוגמאות נוספות.

מה אפשר לומר על מנת החילוק ועל השארית, כאשר כופלים את המחולק במספר טבעי מבלי לשנות את המחלק?

דף למשתלם מס׳ 2 - המשך

4. הציגו סיטואציה מחיי יומיום המתאימה לשינוי המחולק, שטופל בסעיף ג.

5. הרחיבו את החקר למקרה של הקטנת המחלק.

מהן מסקנותיכם?

הקטנת המחלק פי מספר מסוים n:

- *אם השארית של החילוק קטנה מהמחלק החדש, השארית החדשה* ____________*, והמנה החדשה* ______________________________.
- *אם השארית של החילוק קטנה מהמחלק החדש, השארית החדשה שווה ל-* _________________*, ולחישוב המנה החדשה צריך לכפול את המנה המקורית ב-* n*, ולחבר לזה את* ______________________________.

שקף מס׳ 1

חילוק עם שארית – הגדרות בסיסיות

תזכורת: $a : b = c$

מנה	מחלק	מחולק

$16 : 3 =$

$16 : 3 = 5$ (שארית 1)	$16 : 3 = 5\frac{1}{3}$

למה?	למה?

$5 \times 3 + 1 = 16$	$5\frac{1}{3} \times 3 = 16$

a : b = c (שארית R)

- מהי משמעות הביטוי? $b \times c + R = a$

- מהי המשמעות של R = 0?

a מתחלק ב- b עם שארית 0 כלומר:

a מתחלק ב- b ללא שארית = a מתחלק ב- b.

- מהן ההגבלות עבור R? $0 \le R < b$

שקף מס' 2

מספרים שווי-שארית

- מה נקבל, אם נרשום את כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ב- 2 בסדר עולה?

סדרת המספרים הזוגיים: 2, 4, 6, 8, …, 24, …

- מה נקבל, אם נרשום בסדר עולה את כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ב- 2 עם שארית 1?

סדרת המספרים האי-זוגיים: 1, 3, 5, 7, …, 81,…

- מהו הקשר בין האיברים בכל אחת משתי הסדרות?

קיים הפרש קבוע בין איברים סמוכים, הסדרות הן סדרות חשבוניות עם הפרש 2.

- מה נקבל, אם נרשום בסדר עולה את כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ב- 3?

סדרה חשבונית עם הפרש 3.

- מה נקבל, אם נרשום בסדר עולה את כל המספרים הטבעיים שמתחלקים ב- 3 עם שארית 2?

הסדרה 2, 5, 8, 11,... ***– סדרה חשבונית עם הפרש 3.***

שקף מס' 2 - המשך

הכללה: סדרת המספרים שמתחלקים במספר d עם שארית מסוימת, היא סדרה חשבונית עם הפרש d.

בחרו סדרה חשבונית כלשהי של מספרים טבעיים.

- מהו הפרש הסדרה?
- מהי השארית בחילוק של איבר סדרה כלשהו במספר השווה להפרש הסדרה?
- האם הוא משתנה בחילוק של איבר אחר של הסדרה באותו המחלק?

הכללה: אם מנת החילוק של האיבר a_i ב- d שווה ל- c, והשארית שווה ל- R, מנת החילוק של a_{i+1} ב- d שווה ל- c+1, והשארית שווה ל- R.

מסקנה: כל המספרים הטבעיים השייכים לסדרה חשבונית עם ההפרש d נותנים שארית קבועה בחילוקם ב- d.