

מבנה לוגי של בעיות - המקרה של בעיות חיבור חיסור

ד"ר בת-שבע אילני, מכללת בית-ברל

תחום תוכן מתמטי: סיטואציות בעיה.

הנושא: מבנה לוגי של שאלות מילוליות - המקרה של בעיות חיבור חיסור.

זמן משוער ללימוד הנושא: 2 ש"ל.

קישור לנושאים: דיאגרמות וון.

חומרים ועזרים דרושים: 2 דפים למשתלם (נמצאים בנספחים שבסוף היחידה).

מהלך המפגש:

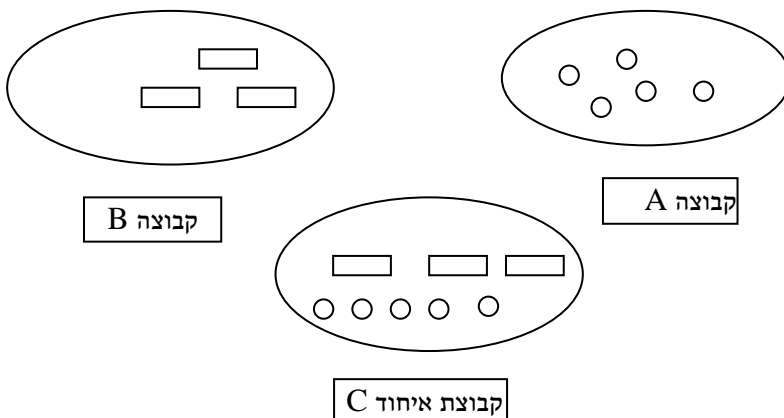
1. המשתלמים יעבדו על דף למשתלם מס' 1: "בעיית הירושה".
2. ייערך דיון במליאה על השאלות שבדף למשתלם מס' 1.
3. המשתלמים יעבדו על דף למשתלם מס' 2: "בעיות בעיות".
4. ייערך דיון במליאה על השאלות שבדף למשתלם מס' 2.

מבוא

בעיות מילוליות עוסקות במציאות ובחיי היום-יום. המעבר מהמציאות לעולם המתמטי מחייב ניתוח של הטקסטים ובחינת היחסים הלוגיים המוצגים בבעיה. ביחידה זו נעסוק במבנה הלוגי של בעיות חיבור וחיסור, ונדון בבעיות שהמבנים הלוגיים שלהם מאפשרים פתרונות רבים, פתרון יחיד או לא ניתנות לפתרון.

המבנה הלוגי של השאלה המילולית

שאלות חיבור וחיסור



קבוצות A ו-B זרות זו לזו. ($A \cap B = \emptyset$)

קבוצות A ו-B מוכלות כל אחת בקבוצת האיחוד. ($B \subset C$ וגם $A \subset C$)

קבוצת האיחוד C מכילה בדיוק את הקבוצות A ו-B. ($A \cup B = C$)

בבעיות חיבור חיסור קיימים שני מצבים בסיסיים: א. נתונות הקבוצות A ו-B, והשאלה נשאלת על קבוצת האיחוד. ב. נתונה קבוצת האיחוד C ואחת מהקבוצות A או B, והשאלה נשאלת על הקבוצה השנייה, A או B, זאת שאינה נתונה בסיפור.

בשאלת חיבור או חיסור **בעלת מבנה לוגי "תקיין"** חייבת להופיע אינפורמציה מספרית לגבי שתיים מתוך שלוש הקבוצות הבאות: קבוצה חלקית A, קבוצה חלקית B, וקבוצת האיחוד C. הנחת יסוד מקובלת בפתרון בעיות מסוג זה היא, שהנתונים המופיעים הם "העולם" כולו (למשל, בדוגמה הבאה אין חתולים נוספים פרט לאלה המופיעים בשאלה).

דוגמאות:

1. כמה חתולים בחצר, אם ישנם שלושה חתולים קטנים ושני חתולים אפורים?
2. בחדר ישנם שלושה גברים ושתי נשים. כמה אנשים בחדר?

המבנה הלוגי של שאלה 1 אינו מתאים למבנה לוגי "תקיין" של שאלות חיבור חיסור סגורות* (למרות שזו שאלה טובה לדיון עם ילדים), מאחר ושתי הקבוצות החלקיות אינן בהכרח זרות: יכול להיות חתול קטן ואפור.



לעומת זאת בשאלה 2 יש שתי קבוצות זרות: קבוצת נשים וקבוצת גברים ולכן היא שאלת חיבור או חיסור סגורה המתאימה למבנה לוגי "תקיין".

*שאלה סגורה – שאלה בעלת פתרון אחד בלבד.

נספחים**דף למשתלם מס' 1****בעיית הירושה**

1. פתרו את בעיית הירושה.
2. ציינו את הקשיים שעלו במהלך הפתרון.
3. דונו בקבוצות הלמידה על הדומה והשונה בין בעיה זו והבעיות מהשיעורים הקודמים.

בעיית הירושה

לאדון ספרון שאוהב מאוד ספרים יש ספרייה ובה 1,000 ספרים. באחד הימים קיבל אדון ספרון שתי ירושות:

מאביו \$ 200 וספרייה בת 200 ספרים, ומדודתו \$ 300 וספרייה בת 300 ספרים.

כיצד ישתנה חשבון הבנק של אדון ספרון שאהב לחסוך?

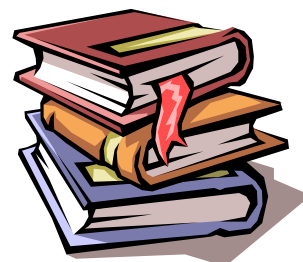
כמה ספרים חדשים, לדעתכם, יתווספו לספרייתו של אדון ספרון?

אדון ספרון הסתגר בספרייתו ועבר על הספרים וארגן אותה מחדש. כמה ספרים יהיו בספרייתו החדשה?

(מותר להניח הנחות נוספות במידת הצורך.)

אילו פעולות מתמטיות אתם מבצעים?

במה דומות ובמה שונות ירושות הדולרים לעומת ירושות הספרים?



דף למשתלם מס' 2

בעיות בעיות

- א. לפניכם 10 שאלות. קראו אותן וסמנו את הבעיות שהן בעלות מבנה לוגי תקין. ציינו מי הקבוצות החלקיות ומי קבוצת האיחוד.
- ב. בדקו בקבוצת הלמידה את התקינות הלוגית של כל אחת מהשאלות.
- ג. ציינו לגבי אילו שאלות הייתה מחלוקת, וממה היא נבעה.
- ד. את השאלות הלא תקינות תקנו לשאלות תקינות.

1. דור קנה 2 כובעים ו-6 חולצות. כמה בגדים קנה?
2. לטל חמישה כדורים. לרן אותו מספר כדורים כמו לטל. כמה כדורים לרן?
3. בסל פירות יש 8 פירות, מהם 5 בננות. כמה תפוזים בסל?
4. בבוקר קניתי 2 מסטיקים ואחר הצהרים קניתי עוד 3 מסטיקים. כמה מסטיקים אכלתי היום?
5. בבוקר קניתי 2 מסטיקים ואחר הצהרים קניתי עוד 3 מסטיקים. כמה מסטיקים קניתי היום?
6. בסל פירות יש 10 פירות, מהם 5 תפוחים והשאר לימונים. כמה לימונים בסל?
7. באגרטל 3 פרחים אדומים וב-4 יותר פרחים לבנים. כמה פרחים באגרטל?
8. בכיתה א-1 5 מדפים ובכיתה א-2 3 מדפים. כמה מדפים בשתי הכיתות?
9. 8 מכוניות נכנסו למגרש החנייה, ו-3 מכוניות ייצאו ממנו. כמה מכוניות יש במגרש?
10. שירה קנתה חוברת ב-3 שקלים ונתנה למוכר 10 שקלים. כמה עודף קיבלה?

הערות והארות לדפים למשתלמים

דף למשתלם מס' 1: "בעיית הירושה"

1. כיצד ישתנה חשבון הבנק של אדון ספרון שאהב לחסוך?
2. כמה ספרים חדשים, לדעתכם, יתווספו לספרייתו של אדון ספרון?
3. במה דומות ובמה שונות ירושות הדולרים לעומת ירושות הספרים?

התשובה לגבי הכסף שונה מהתשובה לגבי הספרים. בכסף, מחברים את הסכומים. ואילו בספרים עולות שאלות שונות, כגון:

מה עושה אדון ספרון עם ספרים כפולים? עם ספרים שהוא לא אוהב או לא צריך?
שאלה 1 היא שאלה תקינה כפי שהגדרנו תקינות של שאלות חיבור חיסור. בשאלה 2 חשוב להניח הנחות שונות לפני שפותרים את הבעיה, ובשאלה זו למשתלמים שונים יכולות להיות תשובות שונות ונכונות. חשוב לתת לתלמידים בעיות משני הסוגים.

דף למשתלם מס' 2: "בעיות בעיות"

שאלות מסוג זה והדיון סביבן מעורר אצל המורים ביקורתיות כלפי ניסוח בעיות. שאלות והערות לכל שאלה:

1. דור קנה 2 כובעים ו-6 חולצות. כמה בגדים קנה?
השאלה שבדרך כלל עולה היא האם כובע הוא בגד?
2. לטל חמישה כדורים. לרן אותו מספר כדורים כמו לטל. כמה כדורים לרן?
שאלת השוואה.
3. בסל פירות יש 8 פירות, מהם 5 בננות. כמה תפוזים בסל?
לא ברור מהניסוח אילו פירות הסל מכיל? והאם הסל מכיל בכלל תפוזים?
4. בבוקר קניתי 2 מסטיקים ואחר הצהרים קניתי עוד 3 מסטיקים. כמה מסטיקים אכלתי היום?
נשאלת השאלה, אם יש קשר בין קניית המסטיקים לאכילתם.
5. בבוקר קניתי 2 מסטיקים ואחר הצהרים קניתי עוד 3 מסטיקים. כמה מסטיקים קניתי היום?
בשלב זה, פעמים רבות שואלים המורים אולי נקנו מסטיקים נוספים בהמשך היום. ועולה לדיון הקשר בין בעיות אמיתיות שקורות בחיי היום יום לבעיות מתמטיות שמנוסחות לתלמידים.
הבעיות המתמטיות הן "יותר נקיות", אין בהן את כל האינפורמציה. פעמים רבות, חלק מהאינפורמציה נוספת אוטומטית על-ידי הקורא, כמו במקרה של שאלה 5 - הקורא בדרך כלל, יוצא מתוך הנחה שלא ניקנו מסטיקים נוספים באותו היום.
6. בסל פירות יש 10 פירות, מהם 5 תפוחים והשאר לימונים. כמה לימונים בסל?
שאלה תקינה.
7. באגרטל שלושה פרחים אדומים וב-4 יותר פרחים לבנים. כמה פרחים באגרטל?
שאלת השוואה.

8. בכיתה א1 - 5 מדפים ובכיתה א2 - 3 מדפים. כמה מדפים בשתי הכיתות?
שאלה תקינה.
9. 8 מכוניות נכנסו למגרש החנייה, ו-3 מכוניות ייצאו ממנו. כמה מכוניות יש במגרש?
שאלה זו אינה תקינה כי ייתכן ובמגרש החנייה היו מכוניות נוספות שנכנסו ביום הקודם.
השאלה תהיה תקינה אם נחליף את השאלה, למשל, לשאלה: כמה מכוניות עברו בשער?
או אם נציין בשאלה שהמגרש היה ריק.
10. שירה קנתה חוברת ב-3 שקלים ונתנה למוכר 10 שקלים. כמה עודף קיבלה?
שאלה תקינה.

ביבליוגרפיה:

- הרשקוביץ, שי וצוות המתמטיקה מט"ח. דפי השתלמות למורים בשנים שונות.
נשר, פי (1976). שלושה מרכיבי קושי של שאלה מילוליות במתמטיקה. "עיונים בחינוך" - כתב
עת לעיון ולמחקר בחינוך, 10, 131-144.
- נשר, פי (1983). תהליכים קוגניטיביים הקשורים בפתרון בעיות מילוליות באריתמטיקה. בתוך:
מי, ניסן וא', לסט [עורכים], **בין חינוך לפסיכולוגיה** (עמ' 407-425). ירושלים: הוצאת מאגנס,
האוניברסיטה העברית.
- נשר, פי, גרינו, ג' וריילי, מי (1982). **התפתחותן של קטגוריות עבור חיבור חיסור**. (תרגום פנימי
של מטח למאמר שהתפרסם ב: Educational Studies in Mathematics, 13, 373-394).