

## כמה גרגירים בשקית?

ד"ר בת-שבע אילני, מכללת בית-ברל

**תחום תוכן מתמטי** (בהתאמה לסילבוס) - **חזרות והרחבות מושג היחס**: סוגי יחס, יחס כגודל חדש – rate (למשל, מהירות, צפיפות).

**רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות** - אומדן, צפיפות - Density, יחסים, פרופורציה. **מטרת הפעילות** - הרחבת המושג rate תוך שימוש במושג צפיפות ככלי לאומדן המספר הכולל של פריטים (יעלים, צבאים, אנשים, גרגירי שעועית, וכד') במקום נתון (על שטח נתון או בשקית וכד'). המושג "צפיפות אוכלוסייה" מוגדר כיחס בין מספר הפריטים לשטח או לנפח שהם תופסים. בדרך זו מתקבל מושג של צפיפות והוא מייצג את מספר הפריטים ליחידת שטח או ליחידת נפח. **קישור לנושאים** - אומדן בגיאוגרפיה, משקל סגולי, ממוצע וממוצע משוקלל. **חומרים ועזרים דרושים** - דף למשתלמים (מופיע בנספח שבסוף היחידה). **זמן משוער לפעילות** - 2 ש"ל.

**רקע תיאורטי** - יחס מסוג Rate, מופיע ביחידה: "היבט מתמטי למושגים יחס ופרופורציה" שבמודולה זו.

### מהלך הפעילות

המשתלמים יקבלו את דף למשתלמים – "כמה גרגירים בשקית?", ויעבדו עליו.

**הערות והארות דידיקטיות לדף למשתלמים** – "כמה גרגירים בשקית?"

#### 1. איסוף הנתונים

יש לשים לב שהשקית עם השעועית הלבנה תהיה אטומה, כדי שהסטודנטים לא יוכלו להטות את המדגם. שימו לב שהסטודנטים ינערו היטב את השקית האטומה כדי שהגרגירים החומים יתערבבו היטב בתוך הגרגירים הלבנים.

#### 2. אומדן מספר גרגירי השעועית בשקית

א. יש לחקור את הנתונים שנאספו מהמדגמים לגבי מספר גרגירי השעועית החומה על מנת לאמוד את המספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית האטומה. היעזרו בטבלה הבאה ומלאו בה את האומדנים.

מדגם 4	מדגם 3	מדגם 2	מדגם 1	
				אומדן למספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית

בפעילות זו יש לדון ולהגיע למסקנה שהכנסת 100 גרגירי שעועית חומה לשקית האטומה, יוצרת יחס של 100 גרגירי שעועית למספר הכללי הלא ידוע של גרגירי השעועית בשקית. למשל, אם במדגם 1 מתקבל 5 גרגירי שעועית חומה מתוך 25 גרגירי שעועית, אזי נמצא את היחס בין מספר

$$\frac{100}{x} = \frac{5}{25}$$

גרגירי השעועית החומה למספר הכולל על ידי השוואה

$$x = \frac{25 \times 100}{5} = 500$$

בדרך זו ניתן לקבל באומדן את המספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית האטומה, במקרה זה 500 גרגירי שעועית.

כמובן שאין חובה להשתמש ב- x (אלגברה) ויש לקבל דרכים חשבוניות המתאימות לרמה של הילדים בבית הספר היסודי. מספיק לדעת שגרגירי השעועית החומה מהווים חמישית מהמדגם על מנת להסיק שבשקית יש בסך הכל גרגירי שעועית לבנה פי 5 מ- 100 גרגירי השעועית החומה שערבבנו בה. בדרך כלל נושא זה נלמד בבית הספר היסודי בכיתות ה-ו, באמצעות בעיות מילוליות המתרגלות מציאת החלק מתוך השלם ומציאת השלם על-פי חלקו. קרוב לוודאי שעבור המדגמים השונים ייתכן ויתקבלו אומדנים שונים ואפילו כאלו שהם רחוקים זה מזה במידה ניכרת.

**ב. ערכו דיון בקבוצה והחליטו על אומדן מייצג למספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית. נמקו ופרטו את שיקולי הדעת בקבלת ההחלטה.**

רצוי לאפשר לכל קבוצה לדווח על הדרך לפיה קבעה את האומדן המבוקש. כפי שצויין בסעיף הקודם, קרוב לוודאי שתתקבלנה תוצאות שונות בכל מדגם ואפילו בטווח גדול למדי. בדיון הכיתתי יש צורך להעלות רעיונות לגבי מציאת האומדן המתבקש. להלן מספר הצעות (חלקן התגבש תוך כדי ניסוי הפעילות עם פרחי הוראה במכללות):

- אומדן לפי אינטואיציה בלבד.
- טווח - לציין טווח על סמך התוצאות של הקבוצה לגבי 4 המדגמים, או לחילופין על סמך התוצאות של כל הקבוצות. אפשרות אחרת היא לבחור בטווח של התוצאות של אחד המדגמים בלבד, במקרה זה הטווח בין כל הקבוצות של מדגם 4 ייתן, קרוב לוודאי, את התוצאה הטובה ביותר.
- ממוצע רגיל - ממוצע ישיר של התוצאות בקבוצה לגבי 4 המדגמים או ממוצע ישיר של כל התוצאות המדווחות בקבוצות. אפשרות אחרת, לחשב ממוצע של אחד המדגמים, במקרה זה הטוב ביותר הוא מדגם 4, או ממוצע לגבי 2 מדגמים כגון רק מדגמים 3 ו-4.

- ממוצע משוקלל - במקרה זה אחת האפשרויות היא לתת :

למדגם 1 משקל של 1

למדגם 2 משקל של 2

למדגם 3 משקל של 3

למדגם 4 משקל של 4

במקרה זה יש התחשבות בגודל כל מדגם.

לדוגמה, נניח שהתוצאות לגבי המספר הכולל של גרגירי השעועית הלבנה בטבלה האחרונה הן :

4	3	2	1
550	560	580	500

$$\frac{500 \times 1 + 580 \times 2 + 560 \times 3 + 550 \times 4}{10} = 559$$

אזי נחשב את הממוצע המשוקלל באופן הבא :

כלומר, האומדן יצביע על כ- 559 גרגירי שעועית לבנה בשקית.

במקרה שהיינו מחשבים באמצעות ממוצע רגיל, אזי התוצאה שהייתה מתקבלת היא 547.5

$$\left( \frac{500 + 580 + 560 + 550}{4} = \frac{2190}{4} = 547.5 \right)$$

כלומר, האומדן יצביע על כ- 548 גרגירי שעועית

לבנה בשקית.

גם במקרה זה יש לערוך דיון עם המשתלמים, איזה אומדן אמין יותר בעיניהם ומדוע.

**ג. ניתן לשער ששיטה זו יכולה לגרום לטעויות באומדן. מה הם הגורמים לכך וכיצד ניתן להימנע**

**מהם? נמקו תשובתכם.**

הטעויות עשויות לנבוע מהסיבות הבאות :

- ממנייה שגויה של המדגם.
- מערבוב לא מספיק של הגרגירים בשקית.
- מטעויות בחישוב.
- מגודל המדגם. ניתן להניח שככל שגודל המדגם גדול יותר, ניתן לסמוך עליו יותר.

**ד. כיצד לדעתכם ניתן לשפר את האומדן כדי לקבל תוצאה קרובה יותר למציאות? נמקו**

**תשובתכם.**

כדי לשפר את האומדן ולקבל תוצאה יותר קרובה למציאות כדאי לערוך חישוב לגבי מספר גדול יותר של מדגמים ולהגדיל את גודל המדגם. ככל שהמדגם גדול יותר יש סבירות למציאת אומדן יותר קרוב למציאות.

קרוב לוודאי שיעלו הצעות נוספות, לדוגמה, לשקול 100 גרגירים מהשקית ולהשתמש ביחס על מנת לקבוע את מספר הגרגירים בשקית שמשקלה 500 גרם וכו'.

**3. הציעו תכנית למניית מספר יעלים בשמורת טבע, והצביעו על היתרונות והחסרונות שלה. נמקו ופרטו את תשובתכם.**

בעיית אומדן מספר יעלים בשמורת טבע, אנלוגית לבעיה של אומדן מספר גרגרי שעועית בשקית. לוכדים מספר יעלים כמדגם, מתייגים אותם ומשחררים אותם חזרה לשמורה. לאחר מספר ימים, לוכדים בשמורה מספר יעלים ומונים את מספר היעלים המתויגים מתוכם. היחס בין מספר היעלים המתויגים לבין מספר היעלים שנלכדו, מאפשר למצוא את אומדן המספר הכללי של היעלים בשמורה.

## כמה גרגירים בשקית?



### חומרים

כל קבוצה של 3-4 משתתפים מקבלת שקית חומה אטומה ובה חצי ק"ג שעועית לבנה, וכוס עם 100 גרגירי שעועית חומה.

### הפעילות

#### 1. איסוף הנתונים

א. יש להוציא 100 גרגירי שעועית לבנה מהשקית האטומה ולהכניס במקומם 100 גרגירי שעועית חומה.

ב. מדגם 1: יש לנער היטב את השקית ולהוציא ממנה מדגם של 25 גרגירי שעועית, למנות את מספר גרגירי השעועית החומה מתוכם ולרשום את התוצאה בטבלה שלמטה בטור של מדגם 1. לבסוף יש להחזיר את המדגם לשקית ולנער אותה היטב בשנית.

ג. מדגם 2: יש להוציא מהשקית מדגם חדש של 50 גרגירי שעועית, למנות את מספר גרגירי השעועית החומה מתוכם ולרשום את התוצאה בטבלה שלמטה בטור של מדגם 2. לבסוף יש להחזיר את המדגם לשקית ושוב לנער אותה היטב.

ד. מדגם 3 ומדגם 4: יש לחזור על התהליך ולהגדיל את המדגם כל פעם ב- 25 גרגירי שעועית, למנות את מספר הגרגירים החומים ולרשום את התוצאה בטבלה בהתאם.

מדגם 4	מדגם 3	מדגם 2	מדגם 1	
				מספר גרגירי השעועית החומים
100	75	50	25	סה"כ גרגירים במדגם

**דף למשתלמים - המשך**

**2. אומדן מספר גרגירי השעועית בחבילה**

א. יש לחקור את הנתונים שנאספו מהמדגמים לגבי מספר גרגירי השעועית החומה, על מנת לאמוד את המספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית האטומה. היעזרו בטבלה הבאה ומלאו בה את האומדנים.

מדגם 4	מדגם 3	מדגם 2	מדגם 1	
				<b>אומדן למספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית</b>

ב. ערכו דיון בקבוצה והחליטו על אומדן מייצג למספר הכללי של גרגירי השעועית בשקית. נמקו ופרטו את שיקולי הדעת בקבלת ההחלטה.

ג. ניתן לשער ששיטה זו יכולה לגרום לטעויות באומדן. מה הם הגורמים לכך וכיצד ניתן להימנע מהם? נמקו תשובתכם.

ד. כיצד לדעתכם ניתן לשפר את האומדן כדי לקבל תוצאה קרובה יותר למציאות? נמקו תשובתכם.

3. הציעו תכנית למניית מספר היעלים בשמורת טבע והצביעו על היתרונות והחסרונות שלה. נמקו ופרטו את תשובתכם.

היחידה עובדה מתוך :

בן-חיים, ד', קרת, י', ואילני, ב' (2005). **יחס ופרופורציה – בהכשרה והשתלמויות מורים למתמטיקה**. מופת. (בדפוס)