

מהות האחוז

שולי אופיר, חיית שחם - מכללת גורדון לחינוך

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) - מושגים בסיסיים בנושא האחוזים.
רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות – חלק מתוך שלם, גודל יסודי, מציאת השלם מתוך החלק הנתון, כמות חלקית, שבר פשוט, מספר עשרוני, מהות האחוז, צמצום והרחבת השבר, התייקרות והוזלה.

זמן משוער לפעילות – 4 ש"ל.

חומרים ועזרים דרושים: 9 דפי פעילויות (נמצאים בנספחים שבסוף היחידה).

מבוא

בכל פעילות מתמטית ניתן להבחין בשלושה מרכיבים בסיסיים הקשורים זה בזה: הפורמלי, האלגוריתמי והאינטואיטיבי. לעתים קרובות אין המרכיבים האלו מקושרים היטב בחשיבה המתמטית של הלומד, ולפעמים הם מנוגדים זה לזה (Fischbein, 1993).

התייחסות לשלושת המרכיבים האלה יכולה להוות בסיס תיאורטי לדרך נכונה להוראת האחוזים.
א. המרכיב הפורמלי של הפעילות המתמטית – צריך להיות חלק מהידע המתמטי של התלמידים ולסייע להם בהבנת הקשרים בין המושגים השונים והתיאוריות שהם לומדים. עלינו לצאת

מההנחה כי האחוז הוא שם נוסף לשבר שמכנהו 100, כלומר, לשבר $\frac{1}{100}$ יש שם נוסף והוא 1%.

כאשר אנו אומרים 2% אנו מתכוונים לשבר $\frac{2}{100}$.

ב. המרכיב האלגוריתמי של הפעילות המתמטית מתייחס לכלל ההליכים שהלומד למד כמו לחבר, לחסר, לחלק ולכפול. מכאן כיצד ניתן ללמד את הלומד כמה הם 30% מתוך 90.
30% – הוא החלק מתוך השלם (שבר).
90 – הוא השלם.

הלומד יודע כי את השבר (30%) ניתן להציג כ- $\frac{30}{100}$, ומכאן השאלה – כמה הן $\frac{30}{100}$ מתוך 90.

כיצד ניתן לחשב את החלק מתוך השלם, התלמיד למד בפרק על ה"שבר", ולכן הוא מבצע את

$$90 \times \frac{30}{100} = 27$$

ג. במרכיב האינטואיטיבי של פעילות מתמטית האמונד (Hammond, 1972) מתאר את תהליך החשיבה האינטואיטיבית כתהליך מתקדם מבלי שנהיה מודעים להתקדמותו. **אנו יודעים את התשובה אך איננו יודעים כיצד הגענו אליה.**

אנשי חינוך רבים מדגישים את התפקיד החשוב שיש לאינטואיציה בלמידת מתמטיקה. ישנה הסכמה רחבה כי דרך ההוראה צריכה להביא את הלומד להבנה אינטואיטיבית ואנליטית של המושגים המתמטיים (תירוש, ברש, צמיר, קליין, 2000).

אם נציג בפני התלמיד את הבעיה: "מחיר מוצר התייקר בתחילת עונה ב- 10% ובסוף העונה הייתה הוזלה ב- 10%, מתי היה כדאי לרכוש את המוצר, בתחילת העונה לפני ההתייקרות, או בסוף העונה לאחר ההוזלה?" תשובתו של התלמיד תהיה, בדרך כלל, כי בשני המקרים המחיר הוא אותו מחיר, אין הוא מבין כי תמורת האחוז תלויה בערך השלם שבכל אחד מהתהליכים הוא שונה. בהוראת נושא "האחוז" עלינו להתייחס לכל אחד מהמרכיבים שהוזכרו לעיל. תלמידים רבים מתקדמים דרך רמות שונות של הבנה לגבי הקשר בין שברים פשוטים למספרים עשרוניים (Markovits & Sowder, 1991). ישנן שלוש רמות כאלה:

א. ההבנה הבסיסית שייצוגים שונים של שבר יכולים להופיע ביחד בביטוי מתמטי כמו $5\frac{1}{2} + 0.5$, מקובל, למרות שהתלמיד עלול לא לדעת כיצד לבצע את החיבור.

ב. הבנה שמותר לעשות העברה מייצוג סימבולי אחד למשנהו. למשל מ- 50% ל- $\frac{1}{2}$.

ג. ההבנה המלאה של הקשר בין הייצוגים המתבטאת, למשל, בבחירת הייצוג היעיל יותר במצב נתון, כמו - כמה הם 50% מתוך 50 קל יותר לחשב $\frac{1}{2}$ מ- 50. (Markovits & Sowder, 1991).

מחקרים מראים כי הבנת הקשר בין הייצוגים השונים של השבר קשה מאוד לתלמידים, לכן איננו יכולים ללמד את נושא ה"אחוזים" כנושא נפרד אלא כחלק מהוראת השברים, כאשר המעבר מייצוג אחד של השבר (אם הצגה באחוזים או בהצגה אחרת) אל ייצוג אחר של השבר משולבים בהסברים ובפיתוח הבנה רלציונית כאשר הכוונה לידיעה של מה לעשות ומדוע.

סקאמפ (1991) טוען כי למידה של מתמטיקה רלציונית מורכבת מיצירת מבנה מושגי שממנו יכול הלומד ליצור מספר בלתי מוגבל של תכניות. תכניות אלה יביאו אותו מכל נקודה הנמצאת בסכימה שלו לכל נקודת סיום.

ההגדרה לרהיטות חישובית בסטנדרטים של NCTM כוללת שלושה רעיונות: יעילות, דיוק וגמישות. בדרישות אלו נעוצה הדרישה שלתלמידים יהיה ידע אודות צירופי מספר בסיסיים וקשרים חשובים בין מספרים, ויכולות לעשות בחירה מתוך אסטרטגיות הולמות. כדי להיות בעלי רהיטות חישובית, תלמידים צריכים להפגין הבנה של המשמעות של הפעולות ושל האופן שבו פעולות אלו מתייחסות זו לזו (Russet, 2000).

אחד מהסטנדרטים של ה- NCTM – קישוריות בלימודי המתמטיקה. קישור בין תחומים בתוך המתמטיקה ובין תחומי ידע אחרים כמו גם לחיי היום-יום, הופך את המתמטיקה למשמעותית יותר בעיני התלמיד ומספק לו ראייה רחבה יותר.

כמעט כל בעיה בתחום האחוזים ניתן להציג בדרך שתתקשר לחיי היום יום או לתחום אחר במתמטיקה.

מושגים שידיעתם חיונית להבנת הנושא:

א. צמצום והרחבת שברים - $\frac{1}{2} = \frac{?}{100}$

ב. מעבר משבר פשוט לעשרוני ולהיפך - $1\frac{1}{4} = 1.25$

$$0.8 - \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

ג. החלקים המרכיבים את השלם, משלימים תמיד זה את זה ל-1.

- אכלתי $\frac{1}{4}$ תפוח ונשאר לי $\frac{3}{4}$ תפוח.

- 0.5 מהספרים בספרייה הם בעברית, 0.3 מהם באנגלית והשאר בצרפתית.

איזה חלק מהספרים הם בצרפתית?

ד. הגודל היסודי אינו קבוע -

- $\frac{1}{4}$ של 100 לעומת $\frac{1}{4}$ של 20.

- $\frac{1}{5}$ של 100 יכול להיות שווה ל- $\frac{1}{4}$ של 80.

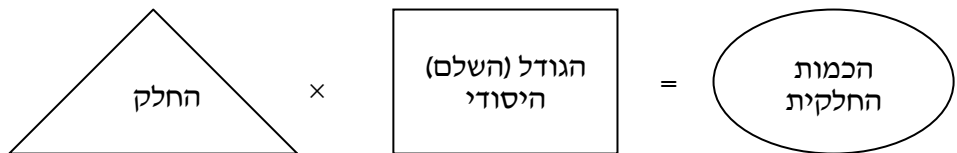
ה. מציאת חלק של כמות, מציאת החלק ומציאת הגודל היסודי (זה כולל פתרון בעיות מילוליות כשהחלק מבוטא בשברים פשוטים או עשרוניים).

- כמה הם $\frac{1}{4}$ של 80?

- איזה חלק מהווים 20 מתוך 80 %?

- 3 תלמידים מהווים $\frac{1}{4}$ מכל הקבוצה. כמה תלמידים בקבוצה?

על מנת לפתור בעיות אלה (ואחוזים אח"כ) יש להכיר את התבנית –



$$a \times b = c$$

כלומר, לשלוט בפתרון תבניות פסוק היוצרות קשר בין 3 גורמים:

- מציאת הכמות החלקית c : $a \times b = ?$

- מציאת הגודל היסודי b : $a \times ? = c$

- מציאת החלק a : $? \times b = c$

מבנה יחידת הלימוד

יחידת הלימוד מחולקת ל- 3 תתי נושאים :

הערות דידקטיות למורה	מטרה	נושא	דפי פעילות
שאלות נוספות: 1. הבנים מהווים 23% מתלמידי הכיתה. מה אחוז הבנות בכיתה? 2. האם יש משמעות ל- 200%, אם כן, תנו דוגמה. 3. האם יש משמעות ל- $\frac{1}{2}$ % ? אם כן תנו דוגמה. 4. 40% גדול/קטן/שווה מ- $\frac{1}{3}$? נמקו. 5. האם 20% של שלם אחד יכול להיות שווה ל- 25% של שלם אחר? אם כן, הדגימו.	להכיר את האחוז כשבר שמכנהו 100, מתוך מודלים שונים.	הכרת האחוז	1
יש לבקש מהמשתלמים להוסיף דוגמאות משלהם לכל אחד מהסעיפים.	לזהות את החלק המיוצג באחוזים, בציורים שונים, והצגתו כשבר פשוט ומספר עשרוני.	הצגת האחוז באמצעות ציורים שונים.	3, 2
יש לבקש מהמשתלמים להוסיף דוגמאות משלהם לכל אחד מהסעיפים.	למצוא את החלק מתוך שלם נתון, באחוז (בעיה לא שגרתית).	מציאת חלק מתוך שלם נתון.	4
מומלץ לצרף לפעילות זו את משחק הטנגרם.	למצוא את החלק מתוך שלם נתון, באחוז (בעיה לא שגרתית).	מציאת חלק מתוך שלם.	5
מומלץ לבקש מהמשתלמים להביא בעיות דומות מתוך העיתונים ולחבר בעיות.	- מציאת החלק מתוך השלם. - שימוש בשיקולי דעת מתמטיים. - מציאת הגודל היסודי.	בעיות באחוזים מחיי היום-יום.	7, 6
מומלץ להביא כרזות מהעיתונים ולערוך דיון למה הכוונה דוגמה: 20% ממחיר x של חולצה.	מציאת חלק מתוך שלם בסיטואציות של רווח והפסד.	בעיות באחוזים מחיי יום-יום.	9, 8

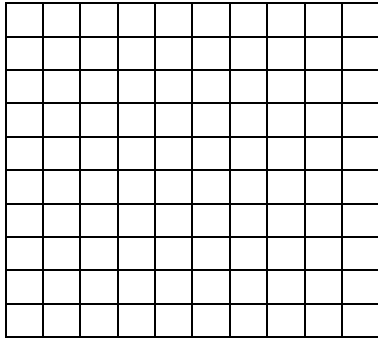
מקורות

- הרשקוביץ, ר', הלוי, ת' (1988). קדימה אל האחוזים. **עלון למורי המתמטיקה**, ב(2), 3-15.
- סקאמפ, ר' (1991). "הבנה רלציונית והבנה אינסטרומנטלית". **על"ה**, 9, 24-27.
- רובינזון, נ', תעזיז, נ', ענבר, נ', קורן, מ' (2000). **לומדים מתמטיקה - על מספרים**, מכון וייצמן למדע, המחלקה להוראת המדעים.
- תירוש, ד', ברש, א', צמיר, פ', קליין, ר' (2000). **היבטים פסיכולוגיים בהוראת המתמטיקה**. הוצאת מכון מופ"ת.
- Hammond, K.R. (1972). Inductive Knowing. In J.R. Royce & W.W. Rozebbo (Eds.), *Knowing The Psychology of Knowing*. New York.
- Markovits, M., & Sowder, J. T. (1991). Students' Understanding of the Relationship between Fractions and Decimals. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13 No1, 3-11.
- NCTM (1991). *Professional standards for teaching Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Virginia.
- Russet, S. J. (2000). Developing Computational Fluency with whole numbers. *Teaching Children Mathematics*, 7(3), 154-159.

נספחים

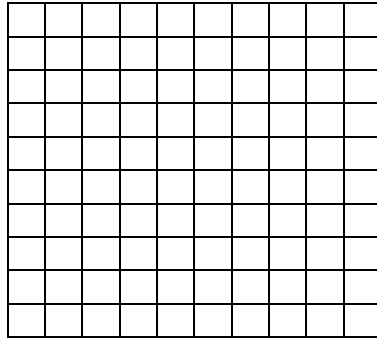
דף פעילות 1

1. צבעו את החלקים המתאימים לשבר הנתון והציגו את כל אחד מהשברים באחוזים.



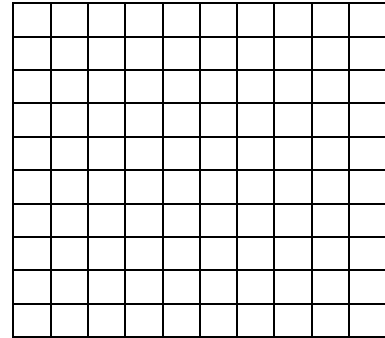
שבר פשוט $\frac{9}{20}$

אחוזים _____



שבר פשוט $\frac{1}{4}$

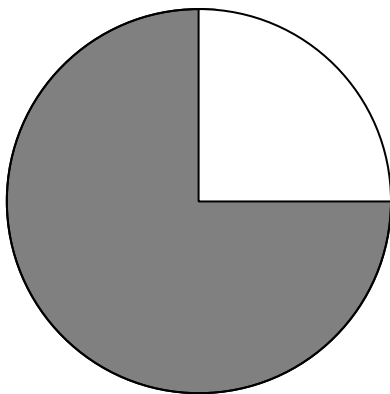
אחוזים _____



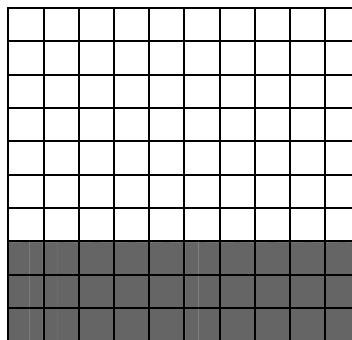
שבר פשוט $\frac{30}{100}$

אחוזים _____

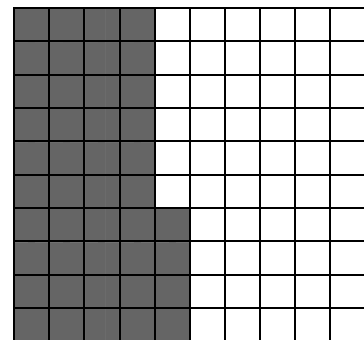
2. איזה חלק משטח כל צורה צבוע?



בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____



בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____



בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

3. איזה חלק משטח כל צורה אינו צבוע? (התייחסו לצורות שבסעיף 2)

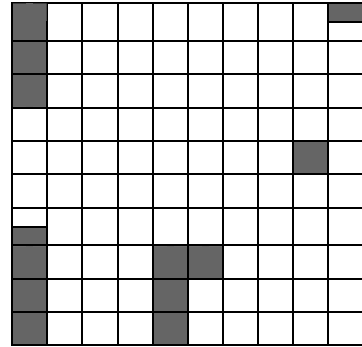
בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

דף פעילות 1 - המשך

4. רשמו איזה חלק צבוע:



בשבר פשוט: _____

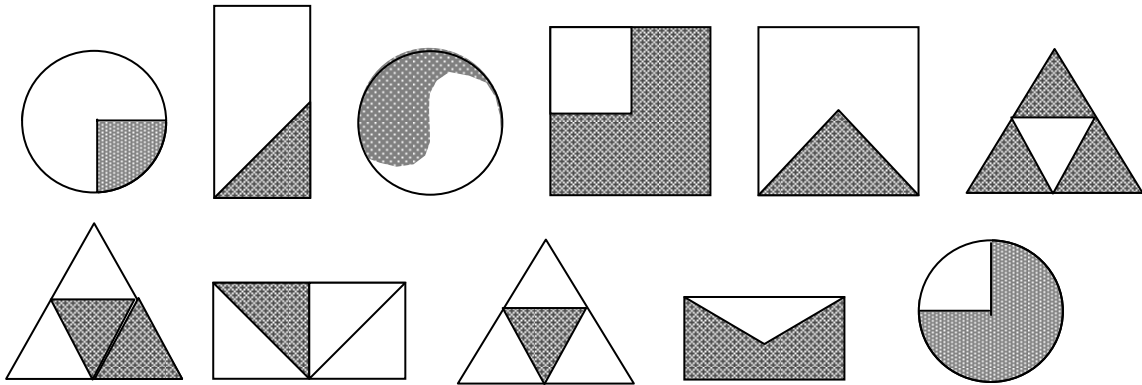
באחוזים: _____

במספר עשרוני: _____

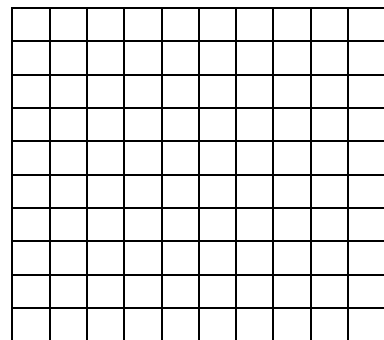
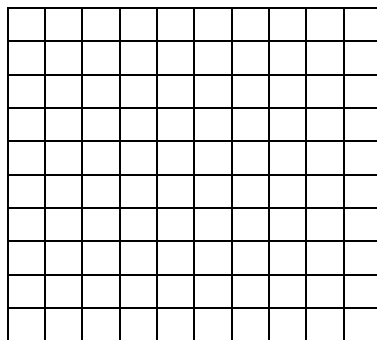
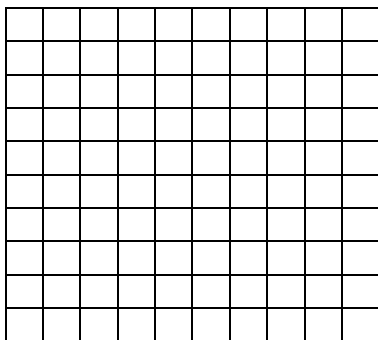
דף פעילות 2

זרקו לסל!

(לכל אחד יש מקום באחד הסלים.)



צבעו בכל צורה את החלק המתאים והשלימו את הנתונים החסרים.



בשבר פשוט: $\frac{3}{10}$

באחוזים: _____

במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____

באחוזים: 7%

במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____

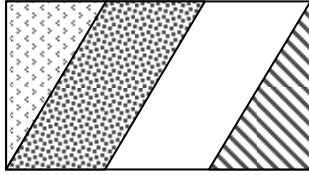
באחוזים: 70%

במספר עשרוני: _____

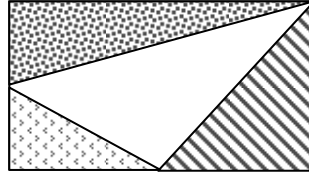
נלקח מתוך: פרידלנדר, א', הדס, נ' והרשקוביץ, ר' (1995). חוליות – אחוזים. מכון ויצמן למדע המחלקה להוראת המדעים.

דף פעילות 3

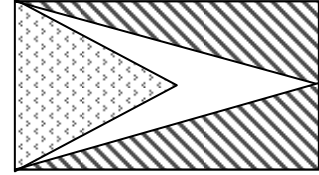
1. איזה אחוז משטח המלבן, בכל אחד מהדגלים, תופס החלק הלבן?



ביסקוויטה



פומליה



וופליה

בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

בשבר פשוט: _____
 באחוזים: _____
 במספר עשרוני: _____

2. שרטטו דגל "מעניין" ששלושת צבעיו תופסים בהתאמה 25%, 25% ו- 50% משטח הדגל. תנו שם למדינה.

הערה למנחה: לאחר פעילות זו כדאי להציע למורים להשתמש במספר דגלים של מדינות שונות, ולחבר שאלות הקשורות לאחוזים, כדוגמת השאלות המופיעות למעלה.

נלקח מתוך: פרידלנדר, א', הדס, נ' והרשקוביץ, ר' (1995). **חוליות – אחוזים**, מכון ויצמן למדע, המחלקה להוראת המדעים.

דף פעילות 4



1. אם ארבעת העיגולים הנתונים הם 100%. כמה הם באחוזים?



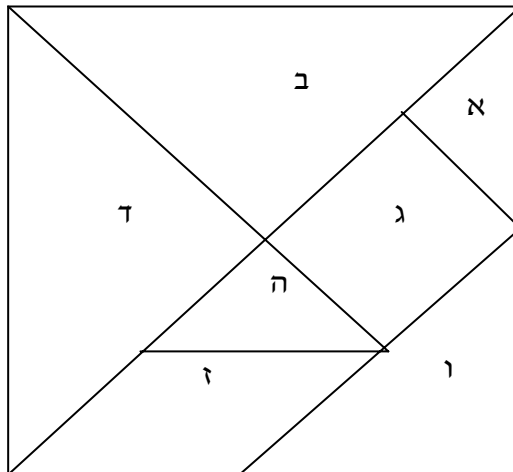
חיברה: חייית שחם, המכללה האקדמית לחינוך, גורדון.

דף פעילות 5

טנגרם (אחוזים)

לפניכם ריבוע טנגרם המורכב מ- 7 חלקים.

1. עליכם לצרף חלקים אחדים כך שתקבלו 50% מהריבוע הגדול. רשמו את הצירופים שמצאתם.
2. עליכם לצרף חלקים אחדים כך שתקבלו 25% מהריבוע הגדול. רשמו את הצירופים.
3. מצאו שלושה חלקים שווי שטח (חלק שאינו מורכב מכמה חלקים), ורשמו איזה אחוז משטח הריבוע הגדול מהווה כל חלק.



דף פעילות 6

אחוזים - צרכנות נבונה

רשת חנויות "קסטרו" יצאה במבצע:

"את/ה בוחר/ת את ההנחה"

על כל קנייה מעל 180 ₪ ניתנת הנחה של 12% או של 50 ₪.

א. מחיר חולצה 180 ₪. האם כדאי להשתמש בהנחה של 12% או בהנחה של 50 ₪? נמקו.

ב. החל מאיזה סכום כדאי לקבל הנחה של 12%? נמקו.

בחנות המחשבים "מחקר" שבחדרה מחיר מחשב פנטיום 4,445 ₪.

החנות מציעה 3 מסלולי תשלום:

א. 18 תשלומים חודשיים שווים בריבית כוללת של 15%.

ב. 12 תשלומים חודשיים שווים בריבית כוללת של 11%.

ג. תשלום אחד במזומן ללא ריבית.

ענו על השאלות:

1. מה גובה כל תשלום במסלול א?

2. מה גובה כל תשלום במסלול ב?

3. באיזה מסלול הייתם בוחרים? נמקו.

דף פעילות 7

שאלה לדין

במבחן, שבו נכשלו תלמידים רבים, החליטה המורה לשפר את הציונים. היא הציעה לתלמידים **שלוש דרכים** לשיפור הציון:

- א. להוסיף 10 נקודות לכל ציון.
- ב. להוסיף לציון 20% של הציון.
- ג. להוסיף לציון את מחצית ההפרש בין הציון ל-100.

בכיתה התעוררו ויכוחים סוערים.

- תלמיד שקיבל ציון 60 נקודות טען שדרך ג הכי טובה.
- תלמיד שקיבל ציון 80 נקודות טען שדרך ב הכי טובה.

1. בדקו בעזרת תרגילים מתאימים מי צודק.

2. רשמו בטבלה את השיפור בציונים בכל אחת משלוש הדרכים.

ציון המבחן	הציון המתקבל בדרך א	הציון המתקבל בדרך ב	הציון המתקבל בדרך ג
40			
50			
60			
70			
80			
90			

3. איזו דרך הכי טובה?

4. מה הם היתרונות והחסרונות בכל דרך?

5. מדוע לא נרשם בטבלה הציון 100?

הדרך שבה נוהגים לשפר את הציונים היא לחשב שורש ריבועי של ציון המבחן ולהכפילו ב-10.

הוסף דרך זו לטבלה (היעזר במחשבון).

מה הם היתרונות של דרך זו?

חיברה: חייית שחם, המכללה האקדמית לחינוך, גורדון.

דף פעילות 8

מי צודק?

- א. מחיר חולצה היה לפני תחילת העונה 50 ₪.
בתחילת העונה עלה מחיר החולצה ב-10%, ובסוף העונה ירד מחיר החולצה ב-10%.
דני טען שכדאי היה לקנות את החולצה בסוף העונה.
גדי טען שכדאי היה לקנותה לפני תחילת העונה.
מי צודק?
- ב. בחנות כל-בון לבגדים הכריזו על הנחות:

"אצלנו תקבל 10% הנחה בגלל מכירת סוף העונה,
אצלנו סופגים גם את המע"מ (15%)".

- רבקה קנתה בחנות מעיל ומצאה להפתעתה בקופה כי בחישוב המחיר מורידים קודם 10% ממחיר המעיל ואחר כך 15% מע"מ.
רבקה ביקשה שהחישוב יעשה להיפך:
קודם יורידו את המע"מ (15%) ואחר כך את ההנחה של סוף העונה (10%).
"זה יותר כדאי ליי" – טענה רבקה.
המוכרת אמרה: "בבקשה! כרצונך! אין שום הבדל במחיר הסופי".
האם המוכרת צדקה?

נלקח: מהספר לומדים מתמטיקה "על המספרים" של מכון ויצמן, עמ' 181 (הוצאת 1990).

דף פעילות 9

השלם :

א. הנחה של 45% ממחירו של מוצר, פירושה :
מחירו החדש של המוצר הוא _____% ממחירו הקודם.

ב. התייקרות של 20% ממחירו של מוצר, פירושה :
מחירו החדש של המוצר הוא _____% ממחירו הקודם.

ג. התייקרות של 200% ממחירו של מוצר, פירושה :
מחירו החדש של המוצר הוא _____% ממחירו הקודם.

ד. הנחה של 60% ממחירו של מוצר, פירושה :
מחירו החדש של המוצר הוא _____% ממחירו הקודם.

במכירת סוף העונה של בגדי החורף, ניתנה בחנות גדולה הנחה של 20% על כל המוצרים.

א. כמה אשלים עבור :

מעיל שמחירו בעונה היה 380 ₪.

סוודר שמחירו בעונה היה 95 ₪.

מכנסיים שמחירם בעונה היה 60 ₪.

גרביים שמחירם בעונה היה 9 ₪.

ב. בדוק את החשבונות עבור קניותיך באותה חנות :

נתבקשת לשלם 14 ₪ עבור חולצה שמחירה בעונה היה 17.5 ₪.

נתבקשת לשלם 24 ₪ עבור חולצה שמחירה בעונה היה 28.8 ₪.

נתבקשת לשלם 17.5 ₪ עבור חולצה שמחירה בעונה היה 25 ₪.

נתבקשת לשלם 15 ₪ עבור חולצה שמחירה בעונה היה 19.5 ₪.

נתבקשת לשלם 48 ₪ עבור חולצה שמחירה בעונה היה 60 ₪.

נלקח : מהספר "על המספרים" של מכוון ויצמן, עמ' 182.