

פעילויות פתיחה לנושאים יחס ופרופורציה

ד"ר בת-שבע אילני, מכללת בית ברל

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) – מושגים בסיסיים בנושא היחס: היבטים איכותיים וייצוגיים ראשוניים.

רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות – יחס, פרופורציה, חלוקת כמות ביחס נתון.

זמן משוער לפעילות – 2 ש"ל.

מטרת המפגש: פגישה ראשונית עם המושגים יחס ופרופורציה ובדיקת היכולת של המורים להסביר את משמעות המושגים. הכוונה לבדוק האם באופן אינטואיטיבי, בהסתמכות על ידע קודם, מצליחים מורים להסביר, להגדיר מילולית ומתמטית את המושגים (דף למשתלמים 1).

העלאת המודעות לקשיים בהוראת הנושא בבית הספר.

להציג למשתלמים דרך לאסוף מידע על מוכנות התלמידים, לקראת הוראת הנושא, על-ידי חשיפת תלמידים בעלי חשיבה כיפולית – המוכנים ללמידת הנושא, לעומת אלה בעלי חשיבה חיבורית (דף למשתלמים 2) שעדיין אינם מוכנים ללמידת הנושא.

חומרים ועזרים דרושים – 2 דפים למשתלמים. הדפים נמצאים בנספח בסוף היחידה.

רקע מתמטי – מופיע ביחידה: "ההיבט המתמטי של המושגים יחס ופרופורציה".

מהלך הפעילות

1. המשתלמים יקבלו את דף למשתלמים מס' 1 - יחס ופרופורציה – משמעות, ויעבדו עליו.

הערות דידקטיות לדף למשתלמים 1- יחס ופרופורציה – משמעות

פעילות זו יכולה לשמש כאחת הדרכים להצגה ראשונית של הנושא "יחס ופרופורציה". הצורך לרשום בצורה פרטנית הסברים למושגים מגביר את הריכוז, והדיון במליאה מאלץ את המשתלמים להשתמש בהסברים שכוללים שכיחה פרופורציונלית, כדי לשכנע את חבריהם לקבל את ההסברים שלהם.

פעילות מקדימה להוראת הנושא יחס ופרופורציה מתבקשת כיוון שממצאי המחקר (קרת, 1998; בן-חיים, קרת ואילני, 2001) מצביעים על קשיים בהבנת הנושא כמו גם על קשיים בהוראת הנושא. פעילות מקדימה מאפשרת להעריך את הידע המוקדם שיש ללומדים לגבי הנושא.

כאשר מבקשים מהמשתלמים לתת הגדרה מתמטית, להסביר או אפילו לתת דוגמה למושגים יחס ופרופורציה, מגלים שקרוב ל-50% מהם לא עונים כלל, רושמים- 'לא יודע', או 'לא זוכר'. במחקר שצוין לעיל נבדקו פרחי הוראה שלמדו במסגרת התמחות להוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי, ומורים למתמטיקה בפועל בבית הספר היסודי. נמצא שאף אחד מהם לא יכול היה לתת הגדרה מתמטית מדויקת למושגים. לעומת זאת, רוב ההיגדים שהתקבלו מפרחי ההוראה ומהמורים שענו לשאלה, יכולים להצביע על כך שיש לפרחי ההוראה ולמורים הבנה אינטואיטיבית לגבי שני המושגים, כפי שניתן לראות בדוגמאות להיגדים שהתקבלו במהלך המחקר:

- "בשנה הראשונה היה גובהו של עץ 1 מטר, בשנה השנייה 3 מטר ובשלישית 9 מ'. פי כמה גבה העץ בכל שנה?"
- לצורך הכנת משקה חלב לתינוקות יש להכין על כל 60 מ"ל חלב 3 כפות- מידה של אבקה.
- היחס בין מספר השולחנות למספר הכיסאות בכיתה.

היגדים אלו מצביעים על חשיבה כיפולית המאפשרת למידה לקראת הבנת המושגים יחס ופרופורציה, לעומת חשיבה חיבורית המאפיינת ילדים צעירים ומצביעה על כך, שעדיין לא קיימת אצלם מוכנות להוראת הנושא (היגדים נוספים, שהתקבלו מילדים צעירים ניתן למצוא בהמשך, בפעילות "אירוע בחיי מורה").

לאחר שהמורים יעלו על שקף את ההיגדים, כל קבוצה תציג את השקפים שלה וייערך דיון במליאה. בשלב זה אין צורך להגדיר מתמטית את המושגים, אבל רצוי לעקוב במהלך הקורס אחרי מורים בעלי חשיבה חיבורית, אם נמצאו כאלה, ולטפל בבעיה זו.

2. המשתלמים יקבלו את דף למשתלמים מס' 2 - "אירוע בחיי מורה", ויעבדו עליו.

הערות דידקטיות לדף למשתלמים 2 - אירוע בחיי מורה

מטרת הפעילות: העלאת המודעות לקשיים בהוראת הנושא בבית הספר. להציג למשתלמים דרך לאסוף מידע על מוכנות התלמידים לקראת הוראת הנושא על-ידי חשיפת התלמידים בעלי חשיבה כיפולית – המוכנים ללמידת הנושא, לעומת אלה בעלי חשיבה חיבורית, שעדיין אינם מוכנים ללמידת הנושא.

א. המשימה: הוסיפו היגדים לכל אחת מהקבוצות, אשר לפי דעתכם תלמידים שלכם היו רושמים, לפני שהתחילו ללמוד את הנושא יחס.

בפעילות זו רצוי לבקש מפרחי ההוראה עבודה יחידנית. אפשר לציין בפניהם שעליהם, למעשה, לענות על השאלה: אם הייתם נכנסים לכיתה ו בבית ספרכם ונותנים לתלמידים אותה משימה, אלו היגדים היו התלמידים שלכם רושמים?

כדאי לבקש מהם לרשום את ההיגדים ולחלק אותם לקבוצות בעלות מאפיינים משותפים, תוך השוואה עם ההיגדים הקודמים.

במהלך מחקר שבדק פרחי הוראה שלמדו במסגרת התמחות להוראת המתמטיקה בבית הספר היסודי ומורים למתמטיקה בפועל בבית הספר היסודי (בן-חיים, אילני וקרת, 2001) נמצאו היגדים שאפשר לחלקם לשתי קבוצות:

קבוצה א:

- יש פחות צבעונים מורדים.
- בזר יש 6 ורדים יותר מאשר צבעונים.
- סכום הפרחים בזר הוא 12.

קבוצה ב:

- מספר הצבעונים קטן פי 3 ממספר הוורדים.
- מתוך כל הפרחים $\frac{3}{4}$ הם ורדים ו- $\frac{1}{4}$ צבעונים.
- על כל 3 ורדים יהיה צבעוני אחד.
- $\frac{9}{3}$ או $\frac{3}{1}$ ממספר הצבעונים הם ורדים.
- היחס בין מספר הצבעונים לבין מספר הוורדים הוא 1:3 או 3:9.

ב. המשימה - ערכו דיון בקבוצה ונסו לסייע למורה בשאלה האם תלמידיה מוכנים להתחיל בלימוד הנושא יחס. התייחסו לנקודות הבאות:

- מה לדעתכם מאפיין את ההיגדים בקבוצה א? אילו קשרים מתמטיים הם מייצגים?
תשובה שהתקבלה במהלך המחקר שמצוין לעיל: ההיגדים בקבוצה א מאפיינים תלמידים בעלי חשיבה חיבורית. היגדים אילו מייצגים קשרים מתמטיים חיבוריים בין הגורמים, כלומר, הקשרים המתמטיים מיוצגים על-ידי פעולות חשבון של חיבור או חיסור (הפרש או סכום של שני הגורמים).

- מה לדעתכם מאפיין את ההיגדים בקבוצה ב? אילו קשרים מתמטיים הם מייצגים?
תשובה שהתקבלה במהלך המחקר שמצוין לעיל: ההיגדים בקבוצה ב מאפיינים תלמידים בעלי חשיבה כיפלית. היגדים אילו מייצגים קשרים מתמטיים כיפליים בין הגורמים, כלומר, הקשרים המתמטיים מיוצגים על-ידי פעולות חשבון של כפל וחילוק (מכפלה או מנה של שני הגורמים).

- כיצד לדעתכם מאפיינים אילו משפיעים, אם בכלל, על המוכנות ללמוד את הנושא יחס?
תשובה שהתקבלה במהלך המחקר שמצוין לעיל: כאשר לתלמיד חשיבה חיבורית הוא יתקשה מאוד להבין את נושא היחס, לכן רצוי לפני התחלת ההוראה של נושא היחס להביא אותו לחשיבה כיפלית. אפשר לעשות זאת בעזרת המחשה קונקרטיית, וגם בעזרת תרגול של חשיפת קשרים כיפליים במצבים הקשורים לעולמו של הילד.

מורה שרוצה לאסוף מידע על מוכנות התלמידים להוראת הנושא צריך לבחון האם לתלמידיו חשיבה כיפלית, ולסייע לתלמידים החלשים להגיע לחשיבה כיפלית לפני תחילת הוראת הנושא. באירוע המתואר ברור שבכיתה יש חלק ניכר של תלמידים המוכנים ללמידת הנושא. לתלמידים בעלי החשיבה החיבורית צריך לסייע לפתח חשיבה כיפלית.

יחס ופרופורציה – משמעות

1. עבודה פרטנית

א. רשמו היגדים שיבהירו את משמעות המושג יחס.

הכוונה להיגדים או משפטים המסבירים מהו יחס, הגדרות מילוליות למושג יחס, דוגמאות לסוגים שונים של יחס, הגדרות מתמטיות למושג יחס, וכל תיאור שלדעתכם יכול להבהיר לקורא (תלמיד בבית הספר היסודי או מבוגר) את המושג.

ב. רשמו היגדים שיבהירו את משמעות המושג פרופורציה.

הכוונה להיגדים או משפטים המסבירים מהי פרופורציה, הגדרות מילוליות וכן הגדרות מתמטיות למושג פרופורציה, דוגמאות לסוגים שונים של פרופורציה, או כל תיאור שלדעתכם יכול להבהיר לקורא (תלמיד בבית הספר היסודי או מבוגר) את המושג.

2. עבודה בקבוצה - ערכו דיון בקבוצה על ההיגדים, לכל אחד מהמושגים לחוד. נסו לבחון אילו היגדים מבהירים בצורה המשכנעת ביותר את משמעות המושג, וגבשו בקבוצה הגדרה מתמטית לכל אחד מהמושגים. מיינו את ההיגדים לקבוצות בעלות עניין משותף.

סכמו את הדיון בדרך הבאה:

א. רשמו על שקף א את ההיגדים למושג "יחס" לפי קבוצות בעלות עניין משותף, ואת ההגדרה המתמטית למושג "יחס" המוסכמת על כולם.

ב. רשמו על שקף ב את ההיגדים למושג "פרופורציה" לפי קבוצות בעלות עניין משותף, ואת ההגדרה המתמטית למושג "פרופורציה" המוסכמת על כולם.

ג. רשמו על דף נוסף את כל תחומי הדעת שלדעתכם ניתן למצוא בהם קשרים פרופורציונליים בין משתנים.

דף למשתלם מס' 2

אירוע בחיי מורה

תיאור האירוע

מורה בכיתה ו החליטה לבדוק ידע קודם ומוכנות אצל תלמידיה, לפני שהיא מתחילה את נושא היחס.

היא רשמה על הלוח :

יעל ואורי רצו להפתיע את אמם ליום ההולדת והביאו לה זר פרחים חגיגי במתנה. בזר הפרחים היו 3 צבעונים ו- 9 ורדים.

המורה ביקשה מהתלמידים לרשום על דף היגדים המשתמשים בנתונים, בלי להוסיף נתונים חדשים. את תשובות התלמידים אפשר לחלק, לדעת המורה, לשתי קבוצות עיקריות :

קבוצה א - (דוגמאות להיגדים שהופיעו אצל רוב רובם של התלמידים)

- יש יותר ורדים מצבעונים.
- בסך הכל יש בזר 12 פרחים.
- בזר יש ב- 6 צבעונים פחות מאשר ורדים.
- ההפרש בין מספר הורדים למספר הצבעונים הוא 6.

קבוצה ב - (דוגמאות להיגדים שהופיעו רק אצל חלק מהתלמידים)

- מספר הורדים גדול פי 3 ממספר הצבעונים.
- מתוך כל הפרחים 9/12 הם ורדים ו- 3/12 הם צבעונים.
- 25% מהפרחים הם צבעונים ו- 75% מהפרחים הם ורדים.
- על כל 1 צבעוני יש 3 ורדים.
- 1/3 ממספר הורדים הם צבעונים.
- היחס בין מספר הורדים לבין מספר הצבעונים הוא 3:1 (תלמיד מחונן).

המשימה

א. הוסיפו היגדים לכל אחת מהקבוצות, אשר לפי דעתכם תלמידים שלכם היו רושמים, לפני שהתחילו ללמוד את הנושא יחס.

ב. ערכו דיון בקבוצה ונסו לסייע למורה בשאלה האם תלמידיה מוכנים להתחיל בלימוד הנושא יחס. התייחסו לנקודות הבאות:

- מה לדעתכם מאפיין את ההיגדים בקבוצה א? אילו קשרים מתמטיים הם מייצגים?
- מה לדעתכם מאפיין את ההיגדים בקבוצה ב? אילו קשרים מתמטיים הם מייצגים?
- כיצד לדעתכם מאפיינים אילו משפיעים, אם בכלל, על המוכנות ללמוד את הנושא יחס?
- כיצד תסייעו למורה להחליט האם תלמידיה מוכנים להתחיל בלימוד הנושא יחס.

היחידה עובדה מתוך

בן-חיים, ד', קרת, י', אילני, ב' (2005). **יחס ופרופורציה – בהכשרה והשתלמויות מורים למתמטיקה**. מופת. (בדפוס).

מקורות נוספים

קרת, י' (1998). **שכילה פרופורציונלית של מבוגרים - פרחי הוראה ומורים למתמטיקה בבית הספר היסודי ותהליכי שינוי בעקבות הוראת יחידת לימוד בנושא "יחס ופרופורציה"**. עבודת גמר לתואר "דוקטור לפילוסופיה", אוניברסיטת תל-אביב: תל-אביב.