

בעיית החרוזים

ד"ר בת-שבע אילני, מכללת בית-ברל

תחום תוכן מתמטי (בהתאמה לסילבוס) – **חזרות והרחבות מושג היחס**: סוגי יחס, יחס כגודל חדש – rate (למשל, מהירות, צפיפות).

רשימת מושגים מתמטיים שנלמדים בפעילות – מחיר ליחידה, אחוזים, גרפים, פונקציה ליניארית, שיפוע.

מטרת הפעילות – העמקת ההבנה של המושג יחס מסוג - rate.

קישור לנושאים – אחוזים, גרפים: משוואת הישר ותפקיד השיפוע, ממוצע.

חומרים ועזרים דרושים – 2 דפים למשתלמים (מופיעים בנספח בסוף היחידה).

זמן משוער לפעילות – 2 ש"ל.

רקע תיאורטי – יחס מסוג Rate, מופיע ביחידה: "היבט מתמטי למושגים יחס ופרופורציה".

מהלך הפעילות

1. המשתלמים יקבלו את דף למשתלמים – " בעיית החרוזים – שלב א'", ויעבדו עליו.

הערות והארות זידקטיות לדף למשתלמים – " בעיית החרוזים – שלב א' "

א. מה יהיה מחיר המחרוזת אם ניתן לקנות חבילות שלמות בלבד? הסבירו את שיקולי הדעת שלכם בבחירת האסטרטגיה למציאת מחיר המחרוזת.

כדאי לערוך כאן דיונים בנקודות הבאות:

1. האם היחס בין כל אחד מסוגי החרוזים במחרוזת שווה ליחס בין מספר החרוזים בחבילות השונות?

כפי שאפשר לראות יחסים אלו אינם שווים: בדגם הנתון, היחס בין החרוזים הוא - 6:3:3 (6 חרוזים בצורת כדור, 3 חרוזים בצורת קובייה, 3 חרוזים בצורת גליל), ואילו היחס בין מספר החרוזים בחבילות השונות הוא - 20:15:10. אפשר להרחיב את הדיון לדרכים לבדיקת שוויון בין יחסים, הרחבה וצמצום של יחס והתייחסות למקרה של יחס בין שלושה גורמים וההשלכות של מקרה זה לגבי תכונות היחס.

2. מהי האסטרטגיה הנוחה ביותר למציאת המחיר ליחידה?

אחת הדרכים למציאת המחיר של כל חרוז היא השימוש ביחס שבין המחיר הכולל לבין מספר החרוזים המכונה המחיר/ליחידה. אסטרטגיה אחרת יכולה להיות השוואה תוך שימוש ביחס שבין מספר החרוזים למחיר הכולל. כדאי לערוך דיון עם המשתלמים בשאלה: איזה סוג של יחס יהיה היעיל יותר – היחס בין מחיר כולל לבין מספר החרוזים (מחיר/ליחידה) או היחס בין מספר החרוזים לבין המחיר הכולל (יחידה/למחיר)?

3. שלבי הפתרון למציאת המחיר של המחרוזת, אם ניתן לקנות חבילות שלמות בלבד.

הפתרון למציאת מחיר המחרוזת במקרה זה כולל 4 שלבים:

* ראשית, יש למצוא את הדגם שעל פיו הוכנה המחרוזת.

הדגם שאיילה בחרה מכיל 6 חרוזים בצורת כדור, 3 חרוזים בצורת גליל ו- 3 חרוזים בצורת קובייה, סה"כ 12 חרוזים (יהיו משתלמים שישתכלו על הדגם: 12 חרוזים בצורת כדור, 6 חרוזים בצורת גליל ו- 6 חרוזים בצורת קובייה, סה"כ 24 חרוזים).



* שנית, יש למצוא כמה חרוזים מכל סוג צריך לקנות, כדי להשלים את המחרוזת.

במקרה זה המחרוזת כוללת בדיוק 9 פעמים את הדגם ($108:12 = 9$). כלומר, איילה זקוקה ל- 54 חרוזים בצורת כדור ($9 \times 6 = 54$), 27 חרוזים בצורת קובייה ($9 \times 3 = 27$) ו- 27 חרוזים בצורת גליל ($9 \times 3 = 27$).

ראוי לציין, שהמשתלמים יכולים לחשוב על בחירת דגם אחר של המחרוזת, או שהם יחליטו להכין מחרוזת שתסתיים בדגם לא שלם וכתוצאה מכך החישובים יהיו שונים.

דוגמאות מניסוי הפעילות בשדה:

במעקב אחר תהליך פתרון בעיה זו על-ידי פרחי הוראה נמצאו אסטרטגיות שונות. אחת הדרכים שהסטודנטים ניסו לחשב את כמות החרוזים שיש להשתמש במחרוזת, הייתה דרך של "ניסוי וטעייה". דרך זו יכולה להביא לפתרון נכון, כיוון שהפעם מספר החרוזים הכולל הוא כפולה שלמה של מספר החרוזים בדגם. אבל, אפילו במקרה זה יכול להיווצר מצב שיוביל את הסטודנט לפתרון שגוי, כפי שהדוגמה בטבלה הבאה מראה (בכל שורה מפורט מספר החרוזים):

| מספר פעמים של הדגם (כפולות של 2) | חרוז בצורת קובייה | חרוז בצורת גליל | חרוז בצורת כדור | סה"כ מספר החרוזים |
|----------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 1 | 3 | 3 | 6 | 12 |
| 2 | 6 | 6 | 12 | 24 |
| 4 | 12 | 12 | 24 | 48 |
| 6 | 24 | 24 | 48 | 96 |
| 8 | 48 | 48 | 96 | 192 |

ניתן לחשוב שהמספר של 108 חרוזים אינו מתאים למספר שלם של דגמים. אם הסטודנטים היו רושמים בכל שורה פעם אחת את הדגם ומחברים 9 שורות הם היו מגיעים לתשובה הנכונה. אסטרטגיה חיבורית זו נפוצה אצל תלמידים צעירים בבית הספר היסודי כאשר חלק מהתלמידים עדיין בעלי חשיבה חיבורית. יחד עם זאת, קרוב לודאי שאסטרטגיה חיבורית כזו תוביל לפתרון שגוי, כאשר הכמות השלמה איננה כפולה שלמה של הדגם.

אפשר לקיים עם פרחי ההוראה דיון לגבי אסטרטגיות פתרון לבעיות פרופורציונאליות (ראה ביחידה: "היבט מתמטי למושגים יחס ופרופורציה").

* שלישית, יש למצוא את המחיר לכל אחד מסוגי החרוזים.

כדי לקנות 54 חרוזים בצורת כדור זקוקים ל- 3 חבילות של חרוזים ולכן, מחירם יהיה 36 ₪ (3x12 ₪ לחבילה).

כדי לקנות 27 חרוזים בצורת קובייה זקוקים ל- 2 חבילות של חרוזים ולכן מחירם יהיה 24 ₪ (2x12 ₪ לחבילה).

כדי לקנות 27 חרוזים בצורת גליל זקוקים ל- 3 חבילות של חרוזים ולכן מחירם יהיה 24 ₪ (3x8 ₪ לחבילה).

* לבסוף, אפשר לחשב את מחיר המחרוזות.

המחיר של כל חבילות החרוזים שמתוכם נוכל ליצור את המחרוזת יהיה 84 ₪ (24+24+36).

כאן ניתן להמשיך ולדון במספר החרוזים שנותרו ובאפשרויות השונות להשתמש בהם.

ב. מה יהיה מחיר המחרוזת אם ניתן היה לקנות כל חרוז בנפרד? יש לציין שבמקרה זה מחיר כל חרוז מתייקר ב- 10%. הסבירו את שיקולי הדעת שלכם בבחירת האסטרטגיה למציאת מחיר המחרוזת.

כדאי לערוך כאן דיונים בנקודות הבאות:

1. מהי האסטרטגיה הנוחה ביותר למציאת מחיר המחרוזת במקרה זה?

בניסוי הפעילות בשדה נמצא, שחלק מפרחי ההוראה חישבו את המחיר החדש של המחרוזת לפי הנתונים שבדף ורק לקראת הסוף הוסיפו 10% למחיר:

$$\frac{12}{20} \cdot 54 + \frac{12}{15} \cdot 27 + \frac{8}{10} \cdot 27 = \pi \cdot 75.6 \Rightarrow 75.6 \cdot \frac{110}{100} = \pi \cdot 83.16$$

ואילו חלק אחר של פרחי ההוראה הוסיפו 10% למחיר של כל אחד מסוגי החרוזים ורק לאחר מכן חישבו את המחיר הכולל:

$$\frac{12}{20} \cdot \frac{110}{100} \cdot 54 + \frac{12}{15} \cdot \frac{110}{100} \cdot 27 + \frac{8}{10} \cdot \frac{110}{100} \cdot 27 = \pi \cdot 83.16$$

אפשרות נוספת היא להוסיף תחילה 10% למחיר החבילה ומכאן להמשיך ולחשב מחיר של כל חרוז וכו'.

$$\left(\frac{12 \cdot \frac{110}{100}}{20} \right) \cdot 54 + \left(\frac{12 \cdot \frac{110}{100}}{15} \right) \cdot 27 + \left(\frac{8 \cdot \frac{110}{100}}{10} \right) \cdot 27 = \pi \cdot 83.16$$

רצוי מאוד שהדיון יוביל לכך שכל 3 האפשרויות יוצגו בפני פרחי ההוראה.

2. האם יותר כדאי לקנות חרוזים בודדים ליצירת המחרוזת, או שיותר כדאי לקנות חבילות שלמות של חרוזים ליצירת המחרוזת?

הדיון יכול להתמקד בשאלה: במה תלויה ההחלטה שלנו?

בניסוי הפעילות בשדה נמצאו פרחי הוראה רבים שאמרו:

"אם מתייחסים רק לאחיה, כרוך שכדאי לקנות חרוזים בודדים כי אל מחיר המחרוזת יהיה 83.16 ₪ לצומת 84 ₪ שתצפה המחרוזת אם נקנה חבילות של חרוזים. אבל, כאשר ההפרש כל כך קטן, אני הייתי מצדיפה 84 ₪ ואני יישארו לי חרוזים לרצפה, לתיקונים, או לצמיח נוסף".

ג. איזה חלק מהווים החרוזים בצורת כדור ממחרוזת בדגם הנ"ל הכוללת 60 חרוזים בסך הכול? 216 חרוזים בסה"כ? X חרוזים בסה"כ? מדוע? הסבירו את תשובתכם.

במקרה זה יש לחלק את המספרים הכוללים לפי היחס של 6:3:3. לדוגמה, אם המספר הכולל הוא 60 והיחס בין מספר החרוזים בדגם הוא 6:3:3, אז, נחלק את 60 ל- (6+3+3) 12 חלקים ונקבל 5 חרוזים בכל חלק. בקבוצה הראשונה 6 חלקים לכן, בקבוצה זו (5x6) 30 חרוזים בצורת כדור. בקבוצה השנייה 3 חלקים ולכן, בקבוצה זו (5x3) 15 חרוזים בצורת קובייה. בקבוצה השלישית 3 חלקים ולכן, בקבוצה זו (5x3) 15 חרוזים בצורת גליל.

כדאי להסב את תשומת לב פרחי ההוראה לכך, שהחרוזים בצורת כדור מהווים מחצית מכלל החרוזים דבר שאפשר היה לראות מלכתחילה בגלל שהיחס הוא 6:3:3.

מטרת שאלה זו לחזק את ההבנה שבכל מקרה (ללא תלות בגודל המחרוזת) היחס בין מספר המחרוזים בצורת כדור לבין יתר המחרוזים נשאר קבוע והוא 1:2. עם זאת ניתן לנצל את ההזדמנות ולחזק את ההבנה בנושא של חלוקת כמות לפי יחס מסוים (כפול או משולש).

ד. כמה חרוזים מכל סוג במחרוזת מהדגם הנ"ל, שבה 216 חרוזים בסה"כ? הסבירו את תשובתכם.

יש לחלק 216 לפי היחס 6:3:3 (ראה הסבר של הסעיף הקודם).

ה. אם איילה השתמשה ב- 24 חרוזים בצורת כדור להכנת מחרוזת בדגם הנ"ל, בכמה חרוזים בצורת קובייה השתמשה? בכמה חרוזים בצורת גליל השתמשה? הסבירו את תשובתכם.

24 חרוזים בצורת כדור מהווים את החלק הראשון ביחס 6:3:3 וזה מראה שהחלק הראשון של היחס הורחב פי 4 ($24 = 4 \times 6$). כדי שהיחס בין שלושת סוגי המחרוזים לא ישתנה (יהיה זהה ליחס בדגם שנבחר) יש צורך להרחיב את היחס 6:3:3 פי 4. היחס המורחב 24:12:12 זהה ליחס הקודם. מהיחס המורחב ניתן לראות, שבמחרוזת זו, אם איילה השתמשה ב- 24 חרוזים בצורת כדור אזי היא השתמשה ב- 12 חרוזים בצורת קובייה וב- 12 חרוזים בצורת גליל.

ו. כמה חרוזים סה"כ יש במחרוזת בדגם הנ"ל, הכוללת 48 חרוזים בצורת כדור? הסבירו את תשובתכם.

ראה הסברים והערות לסעיפים הקודמים.

סעיפים ג-ו מתייחסים למספר שימושים למושג יחס מסוג Ratio:

* **בסעיף ג** יש למצוא את החלק מתוך השלם לפי היחס. היחס בין סוגי המחרוזים הוא 6:3:3 שהוא יחס בין שלוש כמויות ולכן צריך להפנות את תשומת לב הסטודנטים לכך, שבדומה למקרה של יחס בין 2 כמויות, יש צורך להתייחס לסה"כ החלקים שבתוך השלם ($6+3+3=12$) ולקבל שהחלק של המחרוזים בצורת כדור הוא 6/12 ולאחר צמצום 1/2.

* **בסעיפים ד, ה, ו**, יש להשתמש בתבנית של מציאת החלק מתוך השלם ובתבנית של מציאת השלם על-פי חלקו. כן יש להשתמש בהרחבה וצמצום של היחס שהם חלק מתכונות היחס (ראה ביחידה: "היבט מתמטי למושגים יחס ופרופורציה").

בניסויי הפעילות בשדה נמצא, שקיים מגוון גדול של אסטרטגיות לפתרון סעיף זה. בקרב פרחי ההוראה רוב רובן של האסטרטגיות היו כיפוליות ומובילות לפתרון נכון ואילו אצל התלמידים בבית הספר היסודי חלק מהאסטרטגיות חיבוריות ומובילות לפתרון שגוי (ראה ביחידה: "היבט מתמטי למושגים יחס ופרופורציה").

סעיפים אלו יכולים לשמש להרחבה של המושג יחס מסוג Ratio. אפשר לערוך דיון על תכונות היחס ועל שימוש ביחס לפתרון בעיות, כולל דיון על אסטרטגיות הפתרון. אפשר גם לבקש מהמשתלמים לקרוא ולהתייחס למאמרים המדווחים על מחקרים בנושא זה, או לפרק הרקע התיאורטי, ולדון עליהם בכיתה.

נניח שלאיילה יש חמש חבילות חרוזים מכל סוג (כדור, קובייה, גליל), כמה מחרוזות שונות מהדגם 6:3:3 היא יכולה להכין? מהו מספר הפעמים המקסימלי שאפשר לחזור על הדגם, במחרוזת שתשתמש במקסימום חרוזים? בכמה חרוזים יש צורך בשה"כ להכנת מחרוזת כזו? הסבירו את תשובתכם.

במקרה זה עומדת בפני המשתלמים שאלה, שאפשר למצוא לה יותר מפתרון אחד. למשתלמים קשה להתמודד עם בעיות אלו, כיוון שהם שבוים בקונספציה ש"מתמטיקה היא מדע מדויק ולכן יש פתרון אחד לכל בעיה". לקושי זה מצטרף לעיתים קרובות קושי נוסף, המצדיק, לא רק פתרון אחד אלא גם אסטרטגיית פתרון אחת.

אחד הפתרונות למציאת המחרוזת בעלת מקסימום החרוזים, יכול להיות הפתרון הבא:

$$5 \text{ חבילות } \times 20 \text{ חרוזים בצורת כדור} = 100 \text{ חרוזים בצורת כדור.}$$

$$5 \text{ חבילות } \times 15 \text{ חרוזים בצורת קובייה} = 75 \text{ חרוזים בצורת קובייה.}$$

$$5 \text{ חבילות } \times 10 \text{ חרוזים בצורת גליל} = 50 \text{ חרוזים בצורת גליל.}$$

את היחס המקורי 6:3:3 נרחיב ליחס חדש (פי 16 כיוון שגם $100/6 = 16 \frac{2}{3}$ וגם $50/3 = 16 \frac{2}{3}$) ונקבל 6:3:3 = $(16 \times 6) \cdot (16 \times 3) \cdot (16 \times 3) = 96 : 48 : 48$. הרחבה נוספת תראה, שאין לנו מספיק חרוזים ולכן, מספר החרוזים במחרוזת בעלת היחס המורחב פי 16 יהיה המספר המקסימלי של החרוזים. נמצא את מספר החרוזים במחרוזת זו:

$$96 \text{ חרוזים בצורת כדור} + 48 \text{ חרוזים בצורת קובייה} + 48 \text{ חרוזים גליליים} = 192 \text{ חרוזים.}$$

הערות לדיון עם המשתלמים:

המחרוזת מורכבת רק מ-12 חרוזים שבדגם; כמה מחרוזות ניתן להכין, על מנת למכור החנות. או, המחרוזת מורכבת מהדגם שחוזר על עצמו פעם אחת, כלומר, 24 חרוזים; כמה מחרוזות ניתן להכין, על מנת למכור בחנות. במקרה זה ניתן גם להתייחס למחיר ואפילו לשלב את נושא האחוזים על-פי קביעה של רווח מראש של למשל, 20% או לקבוע מחיר מראש ועל-פיו לחשב את אחוז הרווח.

1. המשתלמים יקבלו את דף למשתלמים – "בעיית החרוזים – שלב ב", ויעבדו עליו.

הערות והארות זידקטיות לדף למשתלמים – " בעיית החרוזים – שלב ב"
 א. לגבי כל אחד מסוגי החרוזים הנ"ל, רשמו משוואות שבהן יש קשרים בין המחיר (m) לבין מספר החרוזים (n).

ב. ציירו גרפים המתארים את המחיר לכמות של כל סוג של חרוזים. הכינו טבלה שתתאר את הנתונים שבגרפים ומצאו תבניות המתארות את הדרך שבה גדל המחיר ככל שמספר החרוזים גדל.

ג. כיצד המחיר ליחידה (המחיר של חרוז אחד מסוג מסוים) מיוצג בגרפים שציירתם בסעיף ב?

ד. הסבירו כיצד הטבלאות והגרפים מתארים את התבניות שמצאתם וכיצד התבניות מתוארות בגרפים ובטבלאות?

סעיפים א–ד מרחיבים את הנושא לגרפים, משוואה ליניארית, ומשמעות השיפוע של הקו הישר.

הרחבות נוספות לדיון במליאה או כעבודת בית להעמקה:

1. מהו המחיר הממוצע לכל חרוז במחרוזת של איילה?
2. האם היחס בין כמות החרוזים מכל סוג קובע את מחיר המחרוזת? הסבירו את תשובתכם.
3. איזה סוג חרוז הוא היקר או הזול ביותר?
4. מה מחירה של מחרוזת הבנויה מדגם שבו יחס של 2:1:1 בין מספר החרוזים מכל סוג (חרוז בצורת גליל : חרוז בצורת קובייה : חרוז בצורת כדור) והיא כוללת בסך הכול 108 חרוזים?

5. נסו ליצור מחרוזות בעלות דגמים שונים באותו מחיר כמו זה של איילה. כמה מחרוזות שונות אפשר ליצור ?

במקרה זה המחיר של המחרוזת של איילה לפי קנייה בחבילות הוא 84₪. מכאן יש הרבה אפשרויות של קנייה של חבילות (הרחבה לקומבינטוריקה) כגון, קנייה של חבילות חרוזים מסוג מסוים אחד (לדוגמה, 7 חבילות של חרוזים בצורת כדור, או 7 חבילות של חרוזים בצורת קובייה), או קנייה של חבילות חרוזים משני סוגים (לדוגמה, חבילה אחת של חרוזים בצורת כדור ו-9 חבילות חרוזים בצורת גליל) וכו'. מספר המחרוזות השונות גדול מאוד.

לחילופין, ניתן להתייחס לאותם 108 חרוזים במחרוזת של איילה ומהם לבנות מחרוזות שונות על פי שינוי המקומות של החרוזים בדגם בלבד $(6 + 3 + 3 = 12)$ במקרה זה החישוב הקומבינטורי יצביע על 18,480 מחרוזות שונות (כל דגם חוזר על עצמו 9 פעמים) לפי מספר הסידורים האפשריים של החרוזים בדגם :

$$\frac{12!}{6!3!3!} = 18,480 \text{ אפשרויות}$$

6. נסו ליצור מחרוזות אחרות שהדגם שלהן כולל יחס אחר בין סוגי החרוזים, למשל 3:2:1 ולחשב את מחיר המחרוזת לפי מספר החרוזים מהם היא בנויה.

המלצה להפנות את הסטודנטים לפעילות נוספת באותו נושא המתאימה לרמה של תלמידים בבית הספר היסודי הנמצאת ב"אוגדן פעילויות בנושא יחס", יחידה 3: בחנות התכשיטים (עמ' 96-126) בהוצאת מכון ויצמן למדע.

נספחים

בעיית החרוזים - דף למשתלם מס' 1

שלב א

כל שנה יוצאת כיתה ו' לשבוע של פעילות חינוכית במסגרת מחנה נופש. התלמידים עוסקים במהלך השבוע בפעילויות חברתיות רבות ובין היתר גם בפעילויות יצירתיות שונות.

איילה בחרה בסדנה של יצירת תכשיטים. היא רצתה להכין מחרוזת שבה חרוזים מעץ משלושה סוגים: חרוזים בעלי צורת כדור, חרוזים בעלי צורה של קובייה וחרוזים בעלי צורת גליל, והכינה מחרוזת לפי הדגם שלפנינו:



איילה הכינה את המחרוזת משלושת סוגי החרוזים והיא כללה 108 חרוזים בסה"כ. בחנות התחביבים במחנה הנופש אפשר היה לקנות את החרוזים במחירים הבאים:

12 ש"ח עבור חבילה של 20 חרוזים בצורת כדור; 12 ש"ח עבור חבילה של 15 חרוזים בצורת קובייה; 8 ש"ח עבור חבילה של 10 חרוזים בצורת גליל.

א. מה היה מחיר המחרוזת של איילה אם ניתן היה לקנות חבילות שלמות בלבד? הסבירו את שיקולי הדעת שלכם בבחירת האסטרטגיה למציאת מחיר המחרוזת.

ב. מה היה מחיר המחרוזת של איילה אם ניתן היה לקנות כל חרוז בנפרד? יש לציין שבמקרה זה מחיר כל חרוז מתייקר ב- 10%. הסבירו את שיקולי הדעת שלכם בבחירת האסטרטגיה למציאת מחיר המחרוזת.

ג. איזה חלק מהווים החרוזים בצורת כדור ממחרוזת בדגם הנ"ל הכוללת: 60 חרוזים בסך הכל? 216 חרוזים בסה"כ? X חרוזים בסה"כ? מדוע? הסבירו את תשובתכם.

ד. כמה חרוזים מכל סוג במחרוזת מהדגם הנ"ל, בת 216 חרוזים בסה"כ? הסבירו את תשובתכם.

ה. אם איילה השתמשה ב- 24 חרוזים בצורת כדור להכנת מחרוזת בדגם הנ"ל, בכמה חרוזים בצורת קובייה השתמשה? בכמה חרוזים בצורת גליל השתמשה? הסבירו את תשובתכם.

ו. כמה חרוזים סה"כ יש במחרוזת בדגם הנ"ל, הכוללת 48 חרוזים בצורת כדור? הסבירו את תשובתכם.

ז. נניח שלאיילה יש חמש חבילות חרוזים מכל סוג (כדור, קובייה, גליל), כמה מחרוזות שונות מהדגם 6:3:3 היא יכולה להכין? מהו מספר הפעמים המקסימלי שאפשר לחזור על הדגם, במחרוזת שתשתמש במקסימום חרוזים? בכמה חרוזים יש צורך בסה"כ להכנת מחרוזת כזו? הסבירו את תשובתכם.

בעיית החרוזים – שלב ב – הרחבה - דף למשתלם מס' 2

איילה הכינה את המחרוזת משלושת סוגי החרוזים והיא כללה 108 חרוזים
בסה"כ, לפי הדגם הבא:



בחנות התחביבים במחנה הנופש אפשר היה לקנות את החרוזים במחירים הבאים:

- 12 ש"ח עבור 20 חרוזים בצורת כדור.
- 12 ש"ח עבור 15 חרוזים בצורת קובייה.
- 8 ש"ח עבור 10 חרוזים בצורת גליל.

- א. לגבי כל אחד מסוגי החרוזים בהם השתמשה איילה למחרוזת שהכינה, רשמו משוואות שבהן יש קשרים בין המחיר (iii) לבין מספר החרוזים (ii).
- ב. ציירו גרפים המתארים את המחיר לכמות של כל סוג של חרוזים. הכינו טבלה שתתאר את הנתונים שבגרפים, ומצאו תבניות המתארות את הדרך שבה גדל המחיר ככל שמספר החרוזים גדל.
- ג. כיצד המחיר ליחידה (המחיר של חרוז אחד מסוג מסוים) מיוצג בגרפים שציירתם בסעיף ב?
- ד. הסבירו כיצד הטבלאות והגרפים מתארים את התבניות שמצאתם, וכיצד התבניות מתוארות בגרפים ובטבלאות.

היחידה עובדה מתוך: בן-חיים, ד', קרת, י', ואילני, ב' (2005). יחס ופרופורציה – בהכשרה והשתלמויות מורים למתמטיקה. מופת. (בדפוס).