

ארכימדס-ארכימתמטיקאי

לפני שאעלה תאור קצר על תולדות חייו של ארכימדס והסביבה בה פעל, אני מרגיש צורך לצטט מתוך שני ספרים העוסקים בתולדות המתמטיקה. בל (Bell, 1965), כותב בפרק הראשון על חשיבה מודרנית בגוף עתיק ומציין את ארכימדס כאינטלקטואל הגדול ביותר של העת העתיקה. בל ממשיך וכותב כי ארכימדס וניוטון היו מבינים איש את רעהו מצוין ואם ארכימדס היה מאריך ימים ומשלים קורס מתקדם בפיסיקה מודרנית, הוא היה מבין את איינשטיין, את בוהר (מגלה מבנה האטום), את הייזנברג (עקרון אי-הוודאות במבנה האטום) ופיזיקאים מודרניים אחרים - יותר מכפי שהם הבינו את עצמם! מחמאה כזו לאדם שחי לפני כ-2300 שנה ואשר בל מציב אותו כאחד משלושת המתמטיקאים בכל הזמנים: ארכימדס (מאה שלישית לפנה"ס), ניוטון (המאה ה-17-18) וגאוס (המאה ה-18-19). שבתאי אונגורו, כותב בספרו (1989), כי אם היה צריך להכריז על המתמטיקאי הגדול של כל הזמנים, למרות שעצם הרעיון הוא מטופש, היה בוחר ללא כל היסוס בארכימדס. אונגורו ממשיך וכותב כי בלי כל ספק היה ארכימדס גדול המתמטיקאים של העת העתיקה ומגדולי המתמטיקאים שבכל הדורות.

ארכימדס נולד בשנת 287 לפנה"ס בסיראקוז שבסיציליה למשפחה שהיתה מקורבת למלך הירון ה-II, שליט העיר מדינה. בתקופת הולדתו של ארכימדס נלחמה סיראקוז נגד קרתגו ששלטה במחצית האי סיציליה. לקראת ימיו האחרונים של ארכימדס הצטרפה סיראקוז כבת-ברית אל קרתגו במלחמתה נגד רומי. על המצביא הרומי מרצלוס שכבש את סיראקוז, נכתבה ביוגרפיה על ידי ההיסטוריון פלוטארך ושם כתוב מעט מאוד על ארכימדס שגדל יחד עם גלון, בנו של המלך הירון והם כנראה רכשו יחד את השכלתם הראשונית. גלון העריך את חכמתו של ארכימדס והיה מביא בפניו בעיות על טבע העולם. הם היו דנים ומתווכחים. ארכימדס היה עורך ניסוי מתאים ובסופו של דבר היה כותב חיבור קצר על התגלית החדשה. זו היתה דרכו לפתור בעיות. בהמשך תובהר שיטתו הייחודית שהיתה שונה מהותית מגישתם של המתמטיקאים היוונים לפניו, בזמנו וגם אחריו.

בשנות העשרים לחייו, בערך בשנת 260 לפנה"ס, יצא ארכימדס ללמוד בספריה-מוזיאון של אלכסנדריה. מדריכו העיקרי היה המתמטיקאי קונון, והיה לו קשר מדעי עם המתמטיקאי ארטוסטנס, הספרן הראשי הידוע מ"נפת ארטוסטנס" לזיהוי מספרים ראשוניים. ארכימדס חזר לסיראקוז לאחר שרכש ידע מספק בתחומי המתמטיקה, הפיסיקה, האסטרונומיה וההנדסה, אך

המשיך לשמור על קשר עם המתמטיקאים באלכסנדריה וחלק מהתכתבותיו הפכו לתגליותיו הגדולות.

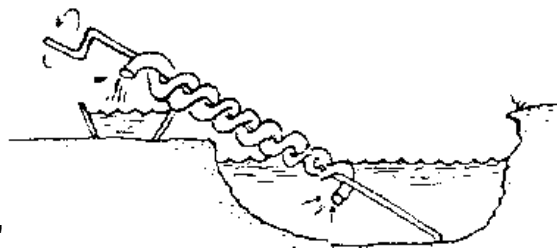
ארכימדס היה בעל יכולת אינטלקטואלית מדהימה, התעניין בטווח רחב של נושאים, הן מעשיים-הנדסיים והן תאורטיים-מדעיים. גילוייו והמצאותיו הקדימו את זמנו במאות בשנים והיו כה מדהימים לתקופתו עד שאגדות רבות נקשרו למהלך חייו. למרות שהישגיו בתחום ההנדסי-מכני מאפילים מבחינה פרסומית-פופולרית על הישגיו המתמטיים, הרי עיקר גאוניותו באה לידי ביטוי במתמטיקה והוא גם העדיף את החשיבה המתמטית הטהורה, התאורטית והמופשטת. אולם בניגוד לגישתו של אפלטון ששלטה במתמטיקה היוונית גם לאחר תקופתו של ארכימדס והניחה רק לחשיבה המופשטת, הדדוקטיבית, להגיע למטרה, להוכחה, הרי אצל ארכימדס היו כל האמצעים כשרים. ארכימדס השתמש במקרים רבים בתהליך הפוך מהפרט אל הכלל - אינדוקציה, באמצעות ניסוי וטעייה תוך הסתמכות על רעיונות אינטואיטיביים. מחקריו של ארכימדס אינם מבוססים על הנחות שאינן ניתנות לסתירה - ספקולציות - כי אם על התנסות ישירה.

בשנת 1906, בקושטא (קונסטנטינופול - טורקיה), גילה חוקר עתיקות מדעיות מגילת קלף עליה מופיע טקסט דתי-נוצרי. כאשר קילף בזהירות את הטקסט העליון, מצא מתחתיו טקסט יווני קדום. לאחר פענוח, התברר שזהו חיבור של ארכימדס הנקרא "המתודה" - מכתב ששלח ארכימדס אל ארטוסתנס ובו מוצגת גישתו המדעית שהיא מעין גילוי עצמי - היוריסטי, ובו מציג החוקר את השערותיו הבלתי מבוססות, את האינטואיציות ואת הניחושים המוליכים לקראת הגילוי הנכון. מתמטיקאים אחרים בתקופתו של ארכימדס וגם אחריו, לא ראו בניסוי בסיס לחשיבה ולהוכחה. המתמטיקאים היוונים ובראשם אפלטון ואריסטו סמכו על היגיון פנימי ולא הרגישו צורך לאמת את גילוייהם באמצעות ניסוי. בגישתו ולא רק בגאוניותו היה ארכימדס שונה מבני דורו ומאלה שבאו אחריו. חלפו 1500 שנה עד שאנשי המדע הסכימו כי ביסוד כל מחקר מדעי יש צורך בניסוי ועוד 500 שנה חלפו, עד המאות ה-16-17, כאשר גליליי, קפלר וניוטון העמידו את התצפית ואת הניסוי מעל לכל. אפשר לומר שארכימדס הקדים את זמנו ב-2000 שנה ואף יותר. לכן, אין פלא שנכתב על כך שניוטון וארכימדס היו מבינים זה את זה או שארכימדס היה יכול להבין טוב יותר את המדענים של המאה העשרים מכפי שהם הבינו את עצמם.

לאחר הקדמה קצרה זו על חייו, סביבתו, לימודיו ובעיקר על גישתו המדעית הייחודית יהיו כולם סקרנים להכיר את תגליות אותו גאון ולהכיר את תרומתו למתמטיקה. הצגה זו של גילויים תעשה בסעיפים, תוך כדי ניסיון לשמור על סדר כרונולוגי עד כמה שאפשר, אך לא תמיד.

בצעירותו, ולא ברור בדיוק למתי הכוונה, בנה ארכימדס דגם מתוחכם של פלנטריום המופעל באמצעות מים. מתקן זה יצר הדמיה מדויקת למדי של תנועת השמש, הירח והכוכבים דבר שהוכיח כי היה גם אסטרונום מוכשר. יש מקורות היודעים לספר כי ארכימדס היה מפוזר באופיו או כפי שנהוג להשתמש בכינוי מעולם האסטרונומיה - "אסטרונוט", ולעיתים לא היה נוגע באוכל שהוגש לו.

חלק מהמצאותיו המכניות נבעו מאילוצים "מלכותיים" וזאת כאשר המלך הירון, שהיה גם מקורב ומעריץ של המדען המבריק, ביקש ממנו לפתור בעיות שונות הנוגעות למלכותו. בין שאר המצאותיו, והנמצאת עד היום בשימוש, ניתן להצביע על: "בורג ארכימדס" - משאבת מים הפועלת על עיקרון סלילי-חלזוני להעלאת מים מנהרות לצורך השקיית שדות וגם לשאיבת מים המצטברים בבטן הספינה. נראה שהצורך להשקיית שדות צץ מכיוונם של תושבי מצריים שביקשו לגלות דרך לשאיבת מים מהנילוס השופע והעברתו לשדות שלא הוצפו. יתכן שבעת שהותו במצרים, 260 לפנה"ס, ערך ארכימדס ניסיונות עם קני סוף סלילים והבין שכובד המשאבה ייתן את הדחף לסיבוב הסלילי. בעקבות הניסיונות יצר את משאבת הבורג לרווחתם של האיכרים במצרים.

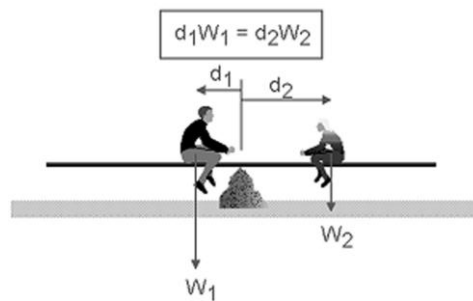


"בורג ארכימדס"

תנו לי נקודת משען

המשפט המפורסם של ארכימדס: "תנו לי נקודת משען ואזיז את כדור הארץ", הפך להיות פתגם שגור עם השלכה ברורה לפתרון בעיות בכלל ולא דווקא של מנופים. מספרים שארכימדס עסק בבניית מנופים לבדיקת חוקי הפעולה שלהם.

המלך הירון שהתעניין במחקריו של בן חסותו, הציב לו אתגר. הירון בנה ספינה עבור המלך תלמי ממצרים והתקשה להורידה לים. לכן פנה לארכימדס וביקשו להפעיל את חשיבתו למצוא את היישום למשפט על הזזת כדור הארץ. ארכימדס בנה מערכת של מנופים וגלגליות באמצעותן הזיז המלך לבדו ובהנף יד את הספינה העמוסה שיצאה לדרך. כמו לאחר כל ניסיון שהצליח באורח פרטי, אמר ארכימדס למלך או לחבריו שצפו בניסוי, שימציא להם לאחר שבוע חיבור כולל על הנושא. כך היה במקרה של המנופים והגלגליות ובשנת 250 לפנה"ס כתב את חיבורו על שיווי משקל של מישורים ובו חוק המנוף הידוע. חוק המנוף שניסח ארכימדס קובע שאורכי הזרועות של מנוף בשיווי משקל נמצאים ביחס הפוך למשקלות הניתלים עליהם. חוק זה היה ידוע כבר מתקופת אריסטו ותלמידיו, אך הם הוכיחו את החוק בגישתם הספקולטיבית-פילוסופית ואילו ארכימדס הוכיח בגישה מתמטית-פיזיקלית. גישה זו השפיעה רבות על המהפכה המדעית של המאה ה-17 ויש בה את השילוב של התנסות עם הפשטה.



חוק המנוף

אאוריקה - מצאתי...

הסיפור, ספק אגדה, הכי מפורסם בהקשר עם ארכימדס ובזכותו הוא מוכר לרבים, הוא עניין כתר הזהב שהמלך הירון ביקש לבדוק אם עורבבה בו מתכת זולה במקום זהב. אחת הגרסות לסיפור הכתר נכתבה על ידי אדריכל רומי בשם ויטרוביוס, שחי במאה הראשונה לספירה. למרות החלק הקוריוזי שבסיפור ולמרות שעוסק הוא בנושא פיסיקאלי, הרי שגישתו של ארכימדס לפתרון הבעיה עם קריאתו המפורסמת: "אאוריקה", שפירושה ביוונית 'מצאתי', מהווים מושג וסמל לפתרון בעיות בכלל ובמתמטיקה בפרט. ומעשה שהיה - כך היה:

המלך הירון הזמין כתר חדש ושקל לצורף כמות זהב, שאמורה להספיק ליצירת הכתר הדרוש. הצורף יצר את הכתר כנדרש והביא למלך כתר שמשקלו זהה למשקל הזהב שקיבל. המלך חשד בצורף כי החליף חלק מהזהב במתכת זולה כמו, ברזל או אפילו כסף בכמות קטנה

שלא ניתן להבחין בה. הוא קרא לארכימדס וביקשו למצוא דרך לבדוק אם זויף הכתר. מאחר והכתר אינו גוף משוכלל, קשה להשוות את גודלו למטיל הזהב באמצעות העין. המסורת מספרת שארכימדס היה נוהג לשבת בבית המרחץ שם היתה נחה עליו רוח המחשבה וההתבוננות הפנימית. ייתכן ושם לב למים העולים בעת שנכנס לתוכם או אולי שילב אינטואיציה עם הסתכלות על המים באמבט והרגשתו את משקל גופו קל יותר במים. בהארת פתאום יצא עירום מהאמבט כשהוא קורא בקול: "אאוריקה, אאוריקה!" (מצאתי, מצאתי) ורץ בחוצות סיראקוז לעיניהם הנדהמות של העוברים ושבים...

בהגיעו לארמון המלך ביקש להביא לו מטיל זהב במשקל הזהב שנתן לצורף וגם קערה מלאה מים. הוא שיקע את מטיל הזהב באמבט המים וסימן את הגובה אליו עלו המים. אחר, הוציא את מטיל הזהב והניח במקומו את הכתר החשוד. אם המים היו עולים לאותו גובה מסומן, כפי שעלו עם הכנסת מטיל הזהב, הרי שהכתר מכיל בדיוק את כמות הזהב שניתנה לצורף. אולם כאשר הכניס ארכימדס את הכתר לתוך הקערה, עלו המים לרמה גבוהה יותר מעל לסימן. מאחר וכך, ברור כי נפח הכתר גדול יותר מנפח מטיל הזהב והמסקנה המתבקשת היא כי הצורף החליף חלק מהזהב במתכת קלה יותר וכמובן אף זולה יותר מזהב.

גירסה אחרת מספרת על כך שארכימדס הניח את הכתר ואת המטיל על כפות מאזניים ומאחר והיו במשקל זהה נוצר איזון בין כפות המאזניים. בשלב זה שיקע ארכימדס את שתי כפות המאזניים עם הכתר באחת והמטיל באחרת, לתוך מכלי מים. במצב זה ירדה הכף עם הכתר מאחר ונפחו הקטן יותר מזה של המטיל דחה פחות מים ולכן איבד פחות ממשקלו במים.

לפי גירסתו של ויטרוביוס הרומי, המוליכה לאותו חוק ולאותה מסקנה, ביקש ארכימדס להביא אליו שלושה כלים מלאים מים. בכלי האחד הניח את הכתר, בכלי השני - את מטיל הזהב הזהב במשקלו לזה שניתן לצורף ובשלישי - מטיל כסף במשקל הזהב לזה של מטיל הזהב. אם הכתר היה עשוי מזהב טהור, היה צריך לדחות אותה כמות מים שדחה מטיל הזהב. אם היתה בכתר כמות של כסף, כי אז הכתר צריך לדחות מים גדולה יותר המתקרבת לכמות שדחה מטיל הכסף. צפיפות הכסף או כל מתכת זולה כמו ברזל, קטנה יותר מזו של הזהב ודרוש נפח גדול יותר כדי להגיע לאותו משקל.

כדרכו, לאחר מספר ימים הגיש למלך חיבור "על גופים צפים" ובו ציין את החוקים הידועים בפיסיקה של גופים שוקעים וצפים במים כאשר החוק הנקרא על שמו, "חוק ארכימדס", קובע: גוף השוקע במים, דוחה מים כנפחו וכוח העילוי שווה למשקל המים שנדחו.

עקרונות אלו של ציפה, שקיעה וכוח עילוי, מיושמים בהשטת צוללות. אולם מעבר לחוקי הציפה, תרם ארוע זה את המונח לפתרון בעיות באמצעות גילוי עצמי - היוריסטיקה. מאותה

קריאה מפורסמת, "אאוריקה", נגזר המונח המזוהה עם חיפוש עצמאי-אינטואיטיבי בניגוד לגישה האלגוריתמית של הסתמכות על מבנה קיים, מקובע ונוקשה.



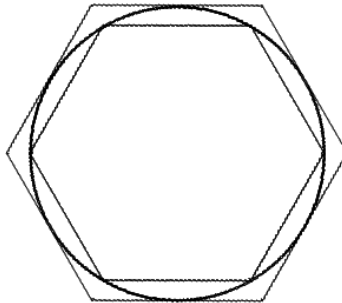
אאוריקה - "מצאתי"

הפאי של ארכימדס

בחיבור שכתב ארכימדס בשנת 230 לפנה"ס "על מדידת מעגל" הוא מציג שיטה מקורית המתאימה לדרך חשיבתו, בחישוב היחס בין היקף מעגל לקוטרו. במונחים מתמטיים של היום מציג ארכימדס דרך יצירתית למציאת ערכו של פאי. הוא משרטט (בחול או לפי אחת המסורות, על גופו המכוסה שמן רחצה עבה, באמצעות ציפורנו, כי אהב לפתור בעיות בבית המרחץ...) משושה משוכלל החסום במעגל. כל אחת מצלעות המשושה המשוכלל שווה לרדיוס המעגל החוסם. כעת חוצה ארכימדס כל צלע לשתיים ועל ידי חיבור נקודת החלוקה מתקבל מצולע משוכלל בעל 12 צלעות. כך ממשיך ארכימדס לחלק את הקשתות מול אמצע הצלע ומקבל מצולעים משוכללים בני 24, 48 ו-96 צלעות. הוא מחשב את הקפו של המצולע המשוכלל בן 96 הצלעות החסום במעגל באמצעות חישוב אורך צלע אחת והכפלתה במספר הצלעות - 96. סביר להניח שארכימדס לא שרטט במציאות את המצולעים עד 96 צלעות מאחר והאמצעים הטכנולוגיים שעמדו לרשותו לא אפשרו דיוק שכזה. הוא השתמש בחישובים המתייחסים לסדרה של צלעות המתקבלת בדרך זו של חצייה עם שילוב ממוצעים שפותחו על ידי הפיתגוראים.

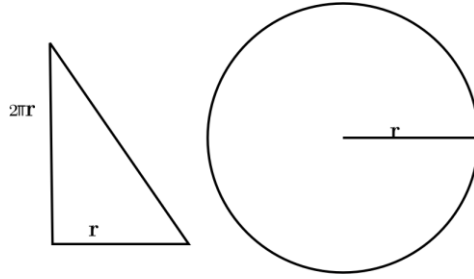
בחישוביו מוצא ארכימדס שהיקף המצולע החסום גדול פי 3 ו-10/71 מקוטר המעגל. יש לזכור שהיקף המעגל החוסם גדול מהיקף המצולע החסום ולכן היחס האמיתי בין היקף המעגל לקוטר צריך להיות "קצת" יותר גדול מערך זה.

באותה שיטה משרטט ארכימדס משושה משוכלל החוסם מעגל ובתהליך דומה מחלק את הצלעות לשני חלקים שווים ומקבל מצולעים משוכללים החוסמים את המעגל, בני 12, 24, 48 ו-96 צלעות. הקפו של המצולע החוסם בן 96 צלעות גדול פי 3 ו-10/70 מקוטר המעגל החוסם והיחס האמיתי בין היקף מעגל לקוטר צריך להיות "קצת" יותר קטן מערך זה. ארכימדס מגיע למסקנה שהיחס המדויק בין היקף מעגל לקוטר צריך להיות בין שני הערכים שהתקבלו עבור המצולע החוסם והמצולע החסום. הממוצע בין שני היחסים שהתקבלו הוא 3.141851 ומהווה קירוב מצוין לערכו האי-רציונלי של פאי: $3.14159\dots$, סטיה של 0.03% בלבד.



מעגל חוסם וחסום

באותו חיבור על מדידת מעגל מוכיח ארכימדס דרך לחישוב שטח מעגל באמצעות שיטת המיצוי - חלוקת הצורה הנדונה או הגוף הנדון ליחידה בסיסית החוזרת על עצמה וכך ניתן לאסוף את החלקים לשלם. שיטה זו הפכה 2000 שנה לאחר מכן לבסיס החישוב של שטח ונפח גופים באמצעות אינטגרציה - שיטה שפותחה במקביל על ידי ניוטון ולייבניץ:
שטח מעגל שווה לשטחו של משולש ישר זווית כאשר שטח זה שווה למכפלת שני הניצבים חלקי שתיים. ניצב אחד שווה לרדיוס המעגל והניצב האחר להיקף המעגל. היקף מעגל שווה ל- $2\pi r$ ואם מכפילים ברדיוס המעגל r ומחלקים בשתיים מתקבל שטח המעגל: πr^2 .



$$s = 2 \pi r \cdot r/2 = \pi r^2$$

שטח מעגל שרדיוסו r שווה לשטח משולש

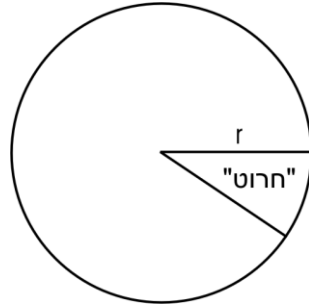
נפח כדור - כך יהיה זכור...

עד עכשיו הוזכרו ארבעה חיבורים של ארכימדס:

1. "השיטה" - על גישתו המתמטית לפתרון בעיות מכניות;
2. "על שיווי משקל של מישורים" - חוק המנוף;
3. "על גופים צפים" - חוק ארכימדס;
4. "על מדידת המעגל" - חישוב π ושטח מעגל.

בחיבור נוסף - חמישי - שנכתב בערך ב-240 לפנה"ס ונקרא: "על כדור וגליל" מציג ארכימדס הוכחות לחישובי נפח ומעטפת של כדור וגליל ויש סברה כי הוא העריך במיוחד יצירה זו, ומאחר וביקש בצוואתו כי על מצבת קברו יחרטו באבן כדור חסום בתוך גליל, כאשר הכדור משיק לגליל וקוטרו שווה לגובה הגליל.

ארכימדס מצא ששטח מעטפת כדור שווה ל-4 פעמים שטח המעגל הראשי של הכדור - זהו המעגל הגדול ביותר בכדור המתקבל בעת חיתוכו לשני חצאים שווים. הוא גם ידע שנפח חרוט שווה לשליש נפח גליל: שליש שטח הבסיס כפול הגובה. מכאן הוא ניגש בדרכו הייחודית והמקורית לחישוב נפחו של כדור. הוא הניח שהכדור מורכב מאין-סוף "חרוטים" אשר קדקודיהם במרכז הכדור ושטח כל בסיסיהם מצטרף לשטח המעטפת של הכדור. (תחשבו על אבטיח כאשר המוכר חותך ומוציא פלח בצורת פירמידה-חרוט לטעימה). מאחר ומדובר באין-סוף חרוטים, אפשר להזניח את גורם הכדוריות ולהניח שכל חרוט כזה בעל בסיס השואף למשטח מישורי.



נפחו של חרוט בודד: $r/3 \times$ (שטח בסיס החרוט).

נפח הכדור: $4\pi r^2 \times r/3$

ארכימדס מסתכל על נפח הכדור כסכום נפחיהם של כל ה"חרוטים" ונפח זה שווה לשליש שטח המעטפת המהווה צירוף של כל שטחי בסיס החרוטים כפול הגובה של כל חרוט ובמקרה זה, של רדיוס הכדור! מכאן מקבל ארכימדס את נפח הכדור: שליש מכפלת שטח מעטפת הכדור כפול רדיוסו שזה: $4/3\pi r^3$. זהו ארכימדס וזו גאוניותו.

כמה חול יש בעולם כולו?

מספורי המקרא אנו זוכרים את הבטחת אלוהים לאבותינו שירבו ככוכבי השמים ממעל וכחול אשר על שפת הים. הכוכבים והחול נועדו ליצור רושם של מספר גדול ביותר השואף אולי לאין-סוף. מספר כוכבי השמים קשה לחישוב, אולם מה לגבי מספר גרגרי החול?

הזכרו בתחילת הפרק על ארכימדס ידידותו ולימודיו המשותפים עם בן המלך גלון. לשניהם, שלמדו יחדיו את ראשית המדע והמתמטיקה, היו שיחות נפש משותפות על נושאים שונים שעמדו ברומו של עולם. באחת השיחות ביניהם דנו בקושי לסמן מספרים גדולים בשיטה היוונית. היוונים לא פיתחו שיטת ספירה מיוחדת כדוגמת המצרים או הבבלים, אלא הסתפקו בסימון אותיות מייצגות, כמו באלף-בית העברי, המציין מספרים בהתאמה: א - 1, ב - 2, ..., י - 10, כ - 20, ק - 100, כאשר אות עם תג מעליה מציינת אלפים כמו בשנה העברית ה'תשע"ב. ה' מציינת 5000, ת - 400, ש - 300, ע - 70, ב - 2 ומקבלים 5772 לבריאת העולם לפי המסורת היהודית.

היוונים סימנו בצורה הדומה לסימון הא"ב העברי כאשר הם משתמשים באלפא, ביתא, גמא שלהם: $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3$ וכך הלאה.

באתונה וסביבתה השתמשו בשיטת ספירה אחרת, שהקדימה את שיטת הספירה הרומית: |

$$1,000 = X, 100 = H, 10 = \Delta, 5 = \Gamma, 1 =$$

$$M = 10,000, \text{ שנקרא ביוונית מיראד - המספר הגדול ביותר אותו סימנו.}$$

היוונים ובכללם ארכימדס יכלו לדמיין לעצמם גם מספר כמו מאה מיליון (100,000,000) - מיראד מיראדים, אבל ארכימדס חש בצורך לבטא מספרים גדולים יותר וכתוצאה מכך הציב לעצמו מטרה ועל תוצאותיה נכתב בחיבורו הששי הנקרא: "חשב החול" (230 לפנה"ס). כאשר העלה בשיחה עם בן המלך את השאלה בדבר הימצאותם של מספרים גדולים ענה לו גלון בערך כך: "מספרים גדולים מאלה שאנו משתמשים בהם אינם ניתנים למדידה כמו גרגרי החול בסיראקוז". ועל כך השיב לו ארכימדס: "יש כאלה הסבורים שמספר גרגרי החול לא רק בסיראקוז, כי אם בכל היבשות גדול עד אין-סוף ויש אחרים הסבורים כי מספר אותם גרגרים אינו גדול עד אינסוף. אם היו מתארים לעצמם הר חול שגודלו כגודל כדור הארץ, יש להניח שגם הם היו חושבים שאי אפשר לבטא את מספר הגרגרים שבו. אני אנסה להוכיח שקיים מספר היכול לבטא את כמות גרגרי החול בהר מעין זה וישנם מספרים הגדולים יותר ממספר זה שאנו מכירים".

הוא הציב לעצמו מטרה ולצורך זה יצר בסיס ספירה מיוחד שבו הסדרה היסודית מבוססת על המספר היווני הגדול מיראד-מיראדים: מאה מיליון, 100,000,000. הוא קבע: כל המספרים עד 100,000,000 שייכים לסדר הראשון של המחזור הראשון. כל המספרים בין 100,000,000 לבין 100,000,000 x 100,000,000 שייכים לסדר השני של המחזור הראשון וכך הלאה, חזקות עוקבות של 100,000,000 עד שמגיעים למחזור השני המתחיל במספר 100,000,000 בחזקת 100,000,000! כך הוא ממשיך בשיטה זו עד למחזור המאה מיליון ומגיע למספר הנכתב באמצעות 1 ואחריו 80 מיליון מיליארדי אפסים! התוכלו לתאר לעצמכם מספר שכזה?

לאחר שיצר מערכת מספרים מספיק גדולה לתאר כמויות גדולות של חול, ניגש ארכימדס לחשב בגישתו האינטואיטיבית, המשלבת ניסוי, אומדן וחשיבה רחבה. תחילת התהליך מזכירה תרגיל של אומדן ועיגול שאפשר לערוך למדידה וחישוב של נתונים מתמטיים שונים. כדאי לשים לב עד כמה פשוט להדהים התהליך בתחילתו לקראת חישוב מורכב בסופו.

ארכימדס מניח הנחות אומדן משכנעות למדי:

- גרעין פרג מכיל עד 10,000 גרגרי חול.
- רוחב אצבע שוות-ערך ל-40 גרגרי פרג.

- יחידת האורך היוונית סטדיום, השווה לעשירית המייל (כ-170 מטרים), יכולה להכיל כך וכך רוחבי אצבע.

לאחר שהגיע למידת אורך, ניגש ארכימדס לחשב את גודל היקום ואת זה עשה לא כחסיד שוטה של הגישה האריסטוטלית ששלטה בזמנו וגרסה שכדור הארץ במרכז והשמש מקיפה אותו. הוא לקח בחשבון גם גישה אחרת שהיתה מוצנעת אך ידועה בזמנו, זו של המדען היווני אריסטראכוס שהציג את כדור הארץ כנע במסלול שנתי סביב השמש ומסתובב על צירו. אותו אריסטראכוס כונה "קופרניקוס של העת העתיקה". ארכימדס חישב את נפח כדור היקום לפי שתי הגישות. הוא חישב את הקפו של כדור הארץ והגיע ל- 50,000 ק"מ המהווה קרוב לא רע בהתחשב בטכנולוגיות שעמדו לרשותו (היקף כדור הארץ למעשה קרוב ל-40,000 ק"מ). הוא מגיע, תוך כדי השוואת יחסים שקוטר היקום, אשר מרכזו כדור הארץ וגבולו השמש, קטן מ- 1,000,000,000 סטדיום ואם נחזור לאומדן מספר גרגירי החול בסטדיום אחד, נבין כיצד מגיע ארכימדס לחישוב של 10 בחזקת 51 גרגירי חול (10^{51}). זה מתיחס בהקשר ליקום לפי גישתו של אריסטו האומרת שכדור הארץ נמצא במרכז. לפי הגישה הטוענת כי השמש נמצאת במרכז, נפחו של היקום גדול יותר וארכימדס מגיע ל-10 בחזקת 63 גרגירי חול (10^{63}).

האמנם משנה אם החזקה היא של 51 או של 63? אבל בחיבור זה, הנקרא ביוונית: "פסאמיטס" - רצה ארכימדס להראות שניתן, על ידי בחירה נכונה של בסיס ספירה מתאים, לחשב ולספור כל דבר בעולם. היה זה תרגיל שכלי מעניין ומרשים מאין כמוהו. לארכימדס היו כמה חיבורים נוספים על צורות גאומטריות ועל גופים המתקבלים מסיבוב צורות סביב לציר.

לסיכום פועלו המתמטי של ארכימדס חייבים להדגיש את היותו אחד מהמתמטיקאים המבריקים בכל הזמנים. מדען שהשתמש בשיטות מקוריות-יצירתיות לחישוב ולהוכחה, אשר חלק מהן מקבילות לחישובי שטחים ונפחים באמצעות אינטגרלים של היום. הוא תרם למתמטיקה השימושית והיה בעצם אבי הפיזיקה המתמטית. כמו כן נזקפים לזכותו תגליות והישגים בתחום הגאומטריה ותורת המספרים.

"אתה מטיל צל על המעגל"

גם סיפור מותו של ארכימדס קשור לתגליותיו ולהמצאותיו, אבל לפני כן קצת רקע היסטורי על בריתות ומלחמות של שליטי סיראקוז. אם תזכרו במצב הפוליטי שהיה קיים בתקופת הולדתו

של ארכימדס, בשנת 287 לפנה"ס, הרי סיראקוז נלחמה לצד הרומאים נגד קרתגו שהיתה בשעתה עיר פניקית באי מלטה של היום. הפניקים מקרטגו שלטו גם בחצי האי סיציליה ורק סיראקוז היתה עצמאית. בנו של המלך הירון II, גלון, ידידו של ארכימדס, עלה לשלטון בשנת 240 לפנה"ס והוסיף לכבד את הברית עם הרומאים.

המלחמה הראשונה בין רומי לקרתגו, המלחמה הפונית הראשונה, נמשכה מ-264 לפנה"ס ועד 241 לפנה"ס. בשנה זו ביקשה קרתגו לכרות חוזה שלום שנמשך 22 שנים. לאחר מכן חודשה המלחמה משנת 218 לפנה"ס - המלחמה הפונית השנייה. באותה מלחמה עושה העולם היכרות עם אחד המצביאים המהוללים בהיסטוריה: חניבעל מקרתגו שחצה את האלפים רכוב על פילים, פלש לאיטליה והחל להביס את הרומאים. המלך גלון החליט להצטרף לקרתגו במלחמתה ברומאים ולאחר שמת בשנת 216 לפנה"ס, עלה לשלטון בנו, הירונימוס, שהוסיף ללכת בדרכו.

המצביא הרומאי מרצלוס הוביל את צי ספינותיו לכיוון סיראקוז מתוך כוונות כיבוש והשתלטות, אך לא ציפה לתחבולותיו של המדען הגאון. ארכימדס לא התלהב מהמלחמה, אך לא סרב לעזור למלכו. הוא הפעיל את המצאותיו ואת חשיבתו למען המטרה ולפי תיאורו של ההיסטוריון פוליביוס, יצר כמה מכונות מלחמה שגרמו נזקים רציניים לצי הרומי. הוא תיכנן ובנה בליסטראות שהטילו אבנים כבדות לעבר ספינות העץ של הרומאים. כמו כן תיכנן ובנה מגדלים-מנופים עם ווי מתכת וקרסים שאחזו בספינות וטילטלו אותן עד להתפרקותן. קיימת גרסה שסופרה לאחר המלחמה אודות מראות ענקיות שבנה ארכימדס ובאמצעותן מיקדו תושבי סיראקוז את קרני השמש לעבר ספינות העץ של האויב והעלו אותן באש. אי אפשר שלא להאמין לכל מה שמסופר שארכימדס יצר, אך בהקשר לאמצעי מלחמה זה אין ביסוס היסטורי.

הרומאים צרו על סיראקוז שנתיים, אך לא יכלו לתחבולותיו של המדען הזקן שהתקרב לגיל מופלג, באותה תקופה, שבעים וחמש שנים. מפקד הכוחות הרומאים, מרצלוס, ידע על דבר קיומו של ארכימדס ועל כושר המצאותיו. מספרים שהוא נהג להקניט ולגעור בחייליו על שאינם יכולים לנצח את המתמטיקאי היושב בנחת על שפת הים ומשחק באניות שלהם כבצעצועי ילדים. הוא שאל אותם בלעג מתי יסיימו את המאבק עם האיש העולה בכוחו על ענקים בעלי מאה זרועות אודותם היו מספרות האגדות העתיקות. בסופו של דבר החליט מרצלוס לסגת ולהטיל מצור על העיר. סיראקוז נפלה בידי הרומאים בשנת 212 לפנה"ס ומרצלוס שהעריץ את ארכימדס, אסר על חייליו להרוג את המדען הזקן.

המסורת יודעת לספר כי ארכימדס נהג לשבת על שפת הים ולשרטט בחול את הצורות הגאומטריות אותן חקר. חייל רומאי עבר במקום ונעמד מעליו תוך כדי הטלת צל על שרטוטו של ארכימדס.

"זוז מעלי, אתה מסתיר את השמש", אלו היו מילותיו האחרונות של ארכימדס בן ה-75, ובתגובה החייל הרג אותו. לזכותו של מרצלוס יאמר, לפי אותו מקור, כי הוא דאג לקבור את ארכימדס ולמלא את בקשתו האחרונה: לחרוט על קברו כדור חסום בתוך גליל.



קברו של ארכימדס

שנים רבות לאחר מכן הגיע לאזור הקבר העזוב המדינאי והנואם הרומאי קיקרו. הוא זיהה לפי השרטוט החרוט כי זהו קברו של ארכימדס ודאג לנקותו ולחדש את מראהו. ההיסטוריון פלוטארך כתב שמרצלוס הצטער יותר מרבים אחרים על מותו של ארכימדס. ואכן, אפשר להאמין לפלוטארך ולמרצלוס מאחר וחלפו כמעט 2000 שנה עד שקם מדען בעל שיעור קומה דומה - הלוא הוא ניוטון.

מעבר לכך, ניתן לומר כי ארכימדס היה מדען שהקדים בהרבה את תקופתו ואף כיום נחשב הוא כענק בהשוואה למדעני תקופתנו, כי תרומתו למדע ולחשיבה המתמטית מוסיפה לזרם גם במילניום זה - "אאוריקה"!