

המתמטיקאי מפרש המקרא ומשורר

אברהם אבן-עזרא נולד בשנת 1089 כאברהם בן מאיר בעיר טודלה שבספרד. באותה עיר חי בתקופה זו המשורר יהודה הלוי והמסורת מספרת כי בת המשורר נישאה לאבן-עזרא. ידוע שהיו לו 5 ילדים ורק אחד מהם מוכר בשמו - יצחק, עליו מספרים כי התאסלם. בחמישים שנותיו הראשונות פעל בספרד ממנה יצא לסיורים בצפון אפריקה והגיע עד מצרים, כאשר לאחד מסיוריו מתלווה יהודה הלוי. בשלב מסוים של חייו עבר אבן-עזרא להתגורר בקורדובה ובתקופה זו, עד 1164, עסק בעיקר בכתיבת שירים שרובם היו שירי הסתכלות, המשלבים ראייה מעמיקה את הסובב אותו בצד הומור ושנינות. עיסוקיו בשירה ובהגות לא העניקו לו פרנסה והוא מתאר בהומור ציני את ניסיונותיו לבקש סיוע מעשירי הקהילה:

אשכים לבית השר

אומרים כבר רכב

אבוא לעת ערב

אומרים כבר שכב

או יעלה מרכב

או יעלה משכב

אויה לאיש עני

נולד בלי כוכב

עקב אי שקט פוליטי שנבע ממאבקי המוסלמים והנוצרים על השליטה בספרד, החל אבן-עזרא בשליש האחרון של חייו לנדוד במדינות אירופה.

ב-1140 עבר לרומא ושם כתב פירושים לחמש המגילות, לספר איוב ולספר דניאל. ב-1145 עבר לעיר לוקה שבאיטליה שם כתב פירושים לספרים נוספים של התנ"ך. באותה שנה נדד שוב, הפעם לעיר מנטובה בה כתב ספר דקדוק ושנתיים לאחר מכן עקר לוירונה ושם כתב את "ספר העיבור" העוסק בלוח השנה ואת "ספר המספר" בו הוא מציג את שיטת הספירה ההודית שהופצה בספרות ערבית על ידי אלחואריזמי. אבן-עזרא מסביר את שיטת הספירה העשרונית תוך שימוש באותיות הא"ב העברי במקום הסימנים המקובלים של הספרות. הוא גם משתמש באפס כשומר מקום שאין בו ערך, ומכנה אותו 'גלגל'. בספרו מתאר אבן-עזרא גם את פעולת החיסור. בערך באותה תקופה תרגם אבן-דאוד (1090-1165) שחי בספרד, את ספרו של אלחואריזמי על שיטת הספירה ההודית ואין זה מקרה שגם אבן-עזרא נדרש לאותו נושא.

ב-1148 עזב אבן עזרא את איטליה ועבר לצרפת, שם הוא כתב את "ספר הלוחות" העוסק באסטרונומיה והוסיף גם פרושים נוספים לספרי התנ"ך. המעניין והמקורי אצל אבן-עזרא הוא שלא הסתפק בפרוש אחד לספר מסוים ולאחר שסיים לפרש, החליט לכתוב פרוש נוסף מזווית ראייה שונה. כך, למשל, כתב בצרפת פרוש שני לספרים דניאל ואסתר. פרושיו לספרי התנ"ך השונים הצטיינו בבהירות, בפשטות ובמקוריות שלא אפיינה את גישתם של מפרשים אחרים בתקופות שונות.

הנה לדוגמה פרושו לפסוק על משה שיצא אל אחיו במצרים:

הפסוק	אבן עזרא:	רמב"ן: ולדעתי הגידו לו אשר הוא
משה גדל בבית פרעה	לדעתי הכוונה	יהודי והיה חפץ לראותם בעבור
מלך מצרים, כבנה של	במילה	שהם אחיו. והנה נסתכל בסבלותם
בת פרעה. אז מה פשר	"אחיר" היא אל	ולא יכול לסבול ולכן הרג המצרי
הדברים שבפסוק "א" ו"יצא	המצרים שאותם המכה הנלחץ.	חשב לאחיו.
אל אחיר" - האם ידע משה		
שלמעשה מילדי העברים הוא		
ולא מצרי?		

בצרפת חיבר אבן-עזרא מספר ספרי אסטרוולוגיה, את הספר: "יסוד המספר" על אריתמטיקה ואת "ספר האחד" על תכונות המספרים מ-1 עד 9.

הספר מתחיל בתיאורו של המספר 1: "הוא סופר עצמו ואין אחר סופרו, הוא שורש ויסוד ומרובע ומעוקב והוא סבת כל מספר זוגי ושאינו זוגי" - הרי לנו תאור מדויק של המספר אחד.

הספר עוסק בהרחבה במספר 9 וביישומי סימן ההתחלקות בו לביקורת של פעולות החשבון. סימן ההתחלקות ב-9 קובע שאם סכום הספרות של מספר מתחלק ב-9, אז כל המספר מתחלק ב-9, למשל: 12348 מתחלק ב-9 ללא שארית כי $1+2+3+4+8=18$ מתחלק ב-9 ללא שארית. מכלל זה נובע שאם מחברים מספרים רבים ורוצים לבדוק את התוצאה אם היא נכונה, אז אפשר להשתמש בסימן התחלקות זה בדרך הבאה: שארית סכום שאריות המחברים שווה לשארית סכום המספרים המתחברים. למשל: $49+89=138$. האם התוצאה נכונה?

השארית של 49 בחלוקה ל-9 היא 4. השארית של 89 בחלוקה ל-9 היא 8. סכום השאריות: $4+8=12$ ושארית השאריות בחלוקה ל-9 היא 3.

השארית של התוצאה 138 בחלוקה ב-9 היא $1+3+8=12$ ושאריתו כאמור 3 ולכן תוצאת החיבור נכונה. אגב, סכום השאריות לא חייב להיות בהכרח שווה לסכום הספרות של המספר המחולק, כמו במקרה זה.

למשל, $12+8=20$. השארית של 12 בחלוקה ל-9 היא 3 ושל 8 היא 8. סכום השאריות הוא 11, המשאיר שארית 2. השארית של 20 בחלוקה ל-9 היא 2 השווה לשארית סכום השאריות.

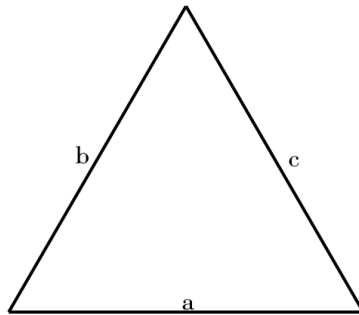
תהליך בדיקה ובקרה זה מתאים גם לפעולת הכפל כאשר שארית תוצאת המכפלה שווה לשארית מכפלת השאריות של הכופלים. למשל: $11 \times 12 = 132$.

שארית של 132 בחלוקה ל-9 היא 6; שארית של 11 בחלוקה ל-9 היא 2; שארית של 12 בחלוקה ל-9 היא 3. מכפלת השאריות של הכופלים היא $2 \times 3 = 6$, השווה לשארית של 132.

בהמשך מציג אבן-עזרא גם את סכום סדרת המספרים האי-זוגיים 1, 3, 5, 7, 9, השווה לריבוע מספר המחברים בסדרה: 1, 4, 9, 16, 25. תוצאה זו ניתנה כזכור על ידי פיתגורס עם המספרים הריבועיים המסודרים באמצעות אבנים קטנות.

בספר גם התייחסות לגאומטריה. כמו, למשל, הקטע הבא הקשה לפרוש מידי: "אם היתה האחת אחד, לא יתכן היות המשולש כי אם שווה כולו או שווה שוקיים חדי מקצוע...". ניסוח עכשווי של הקטע יראה כך: אם צלע אחת במשולש שווה ל-1 (ושתי הצלעות האחרות אורכן מספר טבעי), אז המשולש שווה צלעות או שווה שוקיים ובכל מקרה, חד זווית.

נסמן את צלעות המשולש באותיות a, b, c . $c = 1$ ואז, לפי משפט: סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית, נקבל: $b+1 > a$ ומכאן $b > a-1$ וגם $b < a+1$. ואם מדובר במספרים שלמים אז $a = b$ כי אם למשל $a = 2, b = 4$ אי אפשר לקבל את שני סוגי האי-שוויון באותו זמן: $4 > 2-1$ אבל 4 לא קטן מ- $(1+2)$ ולכן, אם $a = b = 1$, אז המשולש שווה צלעות כי נתון $c = 1$ ואם $a=b$ גדולים מ-1, למשל 2, אז המשולש שווה-שוקיים וחד-זווית כי מול הצלע הגדולה מונחת הזווית הגדולה ולא יכול להיות משולש שווי-שוקיים עם שתי זוויות בסיס קהות.



אבן-עזרא תרם גם לתחום הקומבינטוריקה - תורת הצירופים, ענף מתמטי העוסק בין השאר במציאת צירופים של מספר אלמנטים בתנאים נתונים. למשל, בכמה דרכים שונות אפשר לבחור שני טעמי גלידה שונים מתוך ארבעה טעמים נתונים: וניל, שוקולד, תות ומוקה? בדרך שיטתית אפשר לרשום את כל הצירופים: וניל-שוקולד; וניל-תות; וניל-מוקה; שוקולד-תות; שוקולד-מוקה; תות-מוקה. קיבלנו ששה צירופים שונים כאשר האלגוריתם - הנוסחה לחישוב, מאפשרת תוצאה ישירה: $6 = 4 \cdot 3 / 2$ וזה מתקבל מתוך העיקרון שאת כל אחד מ-4 הטעמים אפשר להצמיד ל-3 טעמים אחרים ומקבלים $4 \cdot 3 = 12$ צירופים. אבל בצורה זו כל צירוף מופיע פעמיים: וניל-שוקולד וניל-שוקולד-וניל ומאחר ואנו מעוניינים בצירופי הטעמים ללא חשיבות הסדר כי אז יש לחלק את המכפלה ב-2.

אבן-עזרא עסק באסטרונומיה וחישב את כל צירופי ההתקבצויות של כוכבי הלכת שהיו ידועים בזמנו: ירח, נוגה, מאדים, צדק, שבתאי, כוכב חמה והשמש כמובן, שנחשבה בתקופתו עדיין לכוכב לכת המקיף את כדור הארץ. בחישובי התקבצויות הכוכבים הכוונה להמצאות 2, 3, 4 וכך הלאה כוכבים באותה זווית ראייה, באותן מעלות. אבן-עזרא חישב את כל הצירופים של 2 כוכבים מתוך השבעה: אב; אג; אד; אה; או; אז - בג; בד; בה; בו; בז - גד; גה; גו; גז - דה; דו; דז - הו; הז - וז.

אך כאמור ניתן לחשב זאת ישירות: $21 = 7 \cdot 6 / 2$ צירופים. כך להמשיך ולחשב עבור 3 כוכבים מתוך השבעה $7 \cdot 6 \cdot 5$ חלקי מספר האפשרויות לסדר קבוצה של 3 אלמנטים - וזה נותן תוצאה של $210 / 6 = 35$ צירופים וכך הלאה עבור 4 מתוך 7 = גם 35 (4 מתוך 7 משלים את 3 מתוך 7), 5 מתוך 7 = 21 כמו עבור 2 מתוך 7. 6 מתוך 7 נותן 7 צירופים וזה הגיוני ללא חישוב כי יש 7 כוכבים מתוכם לבחור

אחד שלא ישתתף, כמו לבחור 1 מתוך 7. לבחור 7 מתוך 7 נותן צירוף אחד כמו גם לבחור 0 כוכבים מתוך 7. תחשבו על זה!

נוסף על היותו אחד מגדולי מפרשי המקרא, מתמטיקאי ואסטרונום, כתב אבן-עזרא שירים, פזמונים, חידות, מכתמים ומשחקי מילים. דוגמה ליכולתו הלשונית שיש בה התחברות ללוגיקה ולשנינות אפשר לראות בקטע הבא. פעם באה אליו קבוצה של יהודים לשאול בעצתו ההלכתית בענין זבוב מת שנמצא בחבית דבש. האם הדבש כשר? - אמר להם אבן-עזרא להוציא את הזבוב המת מהדבש, לשרוף את הזבוב והדבש כשר!

אחר כך התיישב וכתב את ריבוע הקסם המילולי הבא:

פ	ר	ש	נ	ו
ר	ע	ב	ת	נ
ש	ב	ד	ב	ש
נ	ת	ב	ע	ר
ו	נ	ש	ר	פ

ניתן לקרוא את ריבוע הקסם מארבעה כיוונים!