מיומנויות קוגניטיביות הנדרשות במתמטיקה

עיבוד מתוך הדו"ח של ה- TIMSS 2007, פרק 1: Mathematics Frameworks
http://timss.bc.edu/TIMSS2007/frameworks.html

תרגום: מיכל סוקניק

התחום הקוגניטיבי במתמטיקה

על מנת לענות נכון לפריטי מבחן ה- TIMSS, על התלמידים להכיר את התוכן המתמטי שבו עוסקים פריטי ההערכה, אך עליהם גם להשתמש במגוון של מיומנויות קוגניטיביות. תיאור מיומנויות אלה מהווה מרכיב קריטי בהתפתחות הערכה כמו TIMSS 2007, מאחר והן חיוניות לכך שהסקר יכסה את הטווח המתאים של מיומנויות קוגניטיביות מעבר לתחומי התוכן השונים.

התחום הראשון, **ידע** (knowing), מכסה את העובדות, הפרוצדורות, והמושגים שהתלמידים צריכים לדעת, בעוד שהשני, **יישום** (applying), מתמקד ביכולתם של התלמידים ליישם ידע והבנה מושגית כדי לפתור בעיות או לענות על שאלות. התחום השלישי, **הנמקה** (reasoning), הולך מעבר לפתרון בעיות שגרתיות, וכולל מצבים בלתי מוכרים, הקשרים מורכבים ובעיות רב-שלביות.

ידע (Knowing)

קלות ביצוע במתמטיקה, או הנמקה לגבי מצבים מתמטיים תלויה בידע מתמטי ובהכרות עם מושגים מתמטיים. ככל שהתלמיד מסוגל לזכור יותר ידע רלבנטי, וככל שטווח המושגים שהוא מבין רחב יותר, כך גדול יותר הפוטנציאל שלו לעסוק במגוון רחב של מצבי פתרון בעיות ולפתח הבנה מתמטית.

ללא גישה לבסיס ידע המאפשר היזכרות קלה בשפה המתמטית ובעובדות היסוד והמוסכמות של מספר, ייצוג סימבולי ויחסים מרחביים, לא תתאפשר לתלמידים חשיבה מתמטית תכליתית. עובדות כוללות את הידע העובדתי המספק את השפה הבסיסית של המתמטיקה, ואת העובדות והתכונות המתמטיות ההכרחיות, היוצרות את הבסיס לחשיבה מתמטית.

פרוצדורות יוצרות גשר בין ידע בסיסי נוסף לבין השימוש במתמטיקה לפתרון בעיות שגרתיות, במיוחד כאלה שבהם אנשים נתקלים לרוב בחיי היומיום. בתמצית, שימוש רהוט בפרוצדורות כולל היזכרות במקבצים של צעדי פעולה והאופן שבו יש לבצע אותם. תלמידים צריכים להיות יעילים ומדויקים כאשר הם משתמשים במגוון של פרוצדורות וכלים לביצוע חישובים. הם צריכים לראות שניתן להשתמש בפרוצדורות מסוימות כדי לפתור מחלקות שלמות של בעיות, ולא רק בעיות אינדיבידואליות.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה , חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04
כתובת האתר: http://mathcenter-k6.haifa.ac.il דואל: mathcntr@construct.haifa.ac.il :E-mail

ידע של מושגים מאפשר לתלמידים לעשות קישורים בין מרכיבי ידע שאחרת, במקרה הטוב, ייזכרו כעובדות נפרדות. הוא מאפשר להם לעשות הרחבות מעבר לידע הקיים שלהם, לשפוט את תקפות הטענות והשיטות המתמטיות, וליצור ייצוגים מתמטיים.

התחום הקוגניטיבי הזה מכסה את ההתנהגויות הבאות:

1. זכירה (Recall)

זכירה של הגדרות; טרמינולוגיה; תכונות המספרים; תכונות גיאומטריות; וסימון (לדוגמה $a \times b = ab$, $a + a + a = 3a$).

2. זיהוי (Recognize)

זיהוי של אובייקטים מתמטיים, צורות, מספרים וביטויים. זיהוי של ישויות מתמטיות השקולות מבחינה מתמטית (לדוגמה, ייצוגים שקולים מוכרים של שברים פשוטים, עשרוניים ואחוזים; אוריינטציות שונות של צורות גיאומטריות פשוטות).

3. חישוב (Compute)

ביצוע פרוצדורות אלגוריתמיות עבור +, - , × , ÷, או שילוב שלהם, עם מספרים שלמים, שברים פשוטים, שברים עשרוניים, ומספרים מכוונים. עיגול מספרים כדי לבצע אומדן של חישובים. ביצוע פרוצדורות אלגבריות שגרתיות.

4. שליפת מידע (Retrieve)

שליפת מידע מגרפים, טבלאות, או מקורות אחרים. קריאה של קנה מידה פשוט.

5. מדידה (Measure)

שימוש במכשירי מדידה; שימוש ביחידות מידה בצורה הולמת; אומדן של מדידות.

6. מיון / סידור (Classify / Order)

מיון/הקבצה של עצמים, צורות, מספרים וביטויים על פי תכונות משותפות; קבלת החלטות נכונות לגבי שייכות לקבוצה; סידור מספרים ואובייקטים על פי תכונותיהם.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה , חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04
כתובת האתר: http://mathcenter-k6.haifa.ac.il דואל: mathcntr@construct.haifa.ac.il :E-mail

יישום (Applying)

פתרון בעיות הוא מטרה מרכזית, ולעיתים קרובות גם אמצעי של לימוד מתמטיקה בבית הספר, ולפיכך הוא והמיומנויות התומכות בו (לדוגמה, בחירה, ייצוג, מודלינג) מופיעים בעיקר בתחום של **יישום** ידע והבנה מושגית. בפריטים המשתייכים לתחום זה התלמידים צריכים ליישם ידע מתמטי של עובדות, מיומנויות ופרוצדורות או הבנה של מושגים מתמטיים על מנת ליצור ייצוגים ולפתור בעיות. ייצוג של רעיונות מהווה את הליבה של החשיבה והתקשורת המתמטיות, והיכולת ליצור ייצוגים שקולים הינה בסיסית להצלחה במקצוע.

ההקשרים של הבעיות הם יותר שגרתיים מאשר אלה המשתייכים לתחום ההנמקה. הבעיות השגרתיות הן בדרך כלל הבעיות הסטנדרטיות המופיעות בתרגילים של הכיתה ונועדו לספק תרגול בשיטות או טכניקות מסוימות. חלק מהבעיות מופיע במילים המציגות את סיטואציית הבעיה בהקשר כביכול אמיתי. למרות שהם נבדלים בדרגות הקושי שלהם, הציפייה היא שכל אחד מסוגים אלה של בעיות "ספרי הלימוד" יהיה מספיק מוכר לתלמידים כך שבעיקר יערב בחירה ויישום של פרוצדורות שנלמדו.

בעיות יכולות להופיע במצבים אמיתיים מהחיים, או לעסוק בנושאים מתמטיים טהורים הכוללים, לדוגמה, ביטויים מספריים או אלגבריים, פונקציות, משוואות, צורות גיאומטריות או מערכות של נתונים סטטיסטיים. לפיכך, פתרון בעיות אינו כלול רק בתחום ה**יישום**, עם דגש על המטלות היותר שגרתיות והמוכרות, אלא גם בתחום ה**הנמקה**.

התחום הקוגניטיבי הזה מכסה את ההתנהגויות הבאות:

1. בחירה (Select)

בחירת פעולה, שיטה או אסטרטגיה יעילה/מתאימה לפתרון בעיות כאשר יש אלגוריתם או שיטה לפתרון ידועים.

2. ייצוג (Represent)

הצגה של מידע ונתונים מתמטיים בדיאגרמות, טבלאות, סרטוטים או גרפים, ויצירת ייצוגים שקולים עבור ישות או קשר מתמטי נתון.

3. מודלינג (Model)

יצירת מודל מתאים, כגון משוואה או דיאגרמה כדי לפתור בעיה שגרתית.

4. הוצאה לפועל (Implement)

מעקב אחר אוסף הוראות מתמטיות וביצוע שלהן. בהינתן הנחיות מפורטות, ציור צורות שונות.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה , חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04
כתובת האתר: http://mathcenter-k6.haifa.ac.il דואל: mathcntr@construct.haifa.ac.il :E-mail

5. פתרון בעיות שגרתיות (Solve Routine Problems)

פתרון בעיות שגרתיות (כלומר, בעיות דומות לאלה שהתלמידים נפגשו בהן בשיעורים). לדוגמה, שימוש בתכונות גיאומטריות כדי לפתור בעיות. שימוש בנתונים מסרטוטים, טבלאות, גרפים ומפות כדי לפתור בעיות שגרתיות.

הנמקה (Reasoning)

הנמקה מתמטית כוללת את היכולת לחשיבה לוגית ושיטתית. היא כוללת הנמקה אינטואיטיבית ואינדוקטיבית המבוססת על דגמים וקביעויות, בה ניתן להשתמש על מנת להגיע לפתרונות לבעיות לא שגרתיות. **בעיות לא שגרתיות** הן בעיות שסביר להניח שאינן מוכרות לתלמידים. יש להן דרישות קוגניטיביות מעל ומעבר לאלה הנדרשות לפתרון בעיות שגרתיות, אפילו כשהידע והמיומנויות הדרושים לפתרונן כבר נלמדו. בעיות לא שגרתיות יכולות להיות מתמטיות טהורות או בהקשר של חיי היומיום. שני סוגי הפריטים כוללים העברה של ידע ומיומנויות למצבים חדשים, ומאפיין אותם אינטראקציות בין מיומנויות ההנמקה. בעיות הדורשות הנמקה עושות זאת בדרכים שונות, בשל החידוש של הקונטקסט או מורכבות המצב או משום שכל פתרון לבעיה חייב לכלול מספר שלבים, ויתכן שמסתמך על ידע והבנה מתחומים שונים של המתמטיקה.

למרות שרוב ההתנהגויות בתחום הידע של ההנמקה הן אלה הקשורות לחשיבה ולפתרון של בעיות חדשות או מורכבות, כל אחת בפני עצמה מייצגת ממצא בעל ערך בחינוך מתמטי, עם פוטנציאל להשפיע על חשיבת הלומדים באופן כללי יותר. לדוגמה, הנמקה כוללת את היכולת לערוך תצפיות ולשער השערות. היא גם כוללת הסקת מסקנות לוגיות על סמך הנחות וחוקים מסוימים, והצדקת התוצאות.

התחום הקוגניטיבי הזה מכסה את ההתנהגויות הבאות:

1. ניתוח (Analyze)

קביעה, תיאור או שימוש בקשרים בין משתנים או אובייקטים בסיטואציות מתמטיות; שימוש בחשיבה פרופורציונית; פרוק צורות גיאומטריות כדי לפשט פתרון בעיה; סרטוט פריסה של גוף נתון בלתי מוכר; ביצוע ויזואליזציה על טרנספורמציה של צורות תלת- מימדיות; השוואה והתאמה בין ייצוגים שונים של אותם נתונים; הסקת מסקנות תקפות ממידע נתון.

2. הכללה (Generalyze)

הרחבת התחום בו מיושמת תוצאה של חשיבה ופתרון בעיות מתמטיות, על ידי ניסוח מחדש של התוצאות במונחים יותר כלליים ויותר ניתנים ליישום נרחב.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה , חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04
כתובת האתר: http://mathcenter-k6.haifa.ac.il דואל: mathcntr@construct.haifa.ac.il :E-mail

3. סינתזה/אינטגרציה (Synthesize/Integrate)

שילוב של פרוצדורות מתמטיות שונות כדי להגיע לתוצאות, ושילוב של התוצאות כדי ליצור תוצאה נוספת. יצירת קשרים בין מרכיבים שונים של ידע וייצוגים קשורים, ויצירת קשרים בין רעיונות מתמטיים קשורים.

4. הצדקה (Justify)

מתן הצדקה לאימות או הפרכה של טענה על ידי התייחסות לתוצאות או לתכונות מתמטיות.

5. פתרון בעיות לא שגרתיות (Solve Non-routine Problems)

פתרון בעיות המוצגות בהקשר מתמטי או של חיי היומיום, אשר לא סביר שהתלמידים נתקלו במונחים דומים, ויישום של פרוצדורות מתמטיות בהקשר בלתי מוכר או מורכב. שימוש בתכונות גיאומטריות כדי לפתור בעיות לא שגרתיות.

מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי -- הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה , חיפה 31905
טל' 8240646 - 04 פקס. 8288073 - 04
כתובת האתר: http://mathcenter-k6.haifa.ac.il דואל: mathcntr@construct.haifa.ac.il :E-mail