

# ניתוח שיעור

## רפלקציה של מורה

מתורגם מתוך הספר:

Implementing standards-based mathematics instruction - A Casebook for Professional Development

Mary Kay Stein, Margaret Schwan Smith, Marjorie A. Henningsen, Edward A. Silver

Teacher College Press, Columbia University, NY. 2000

תרגום ועיבוד: שרה הרשקוביץ

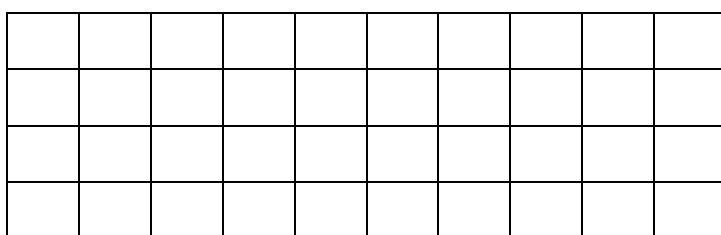
נעסוק בפרק:

Linking Fractions, Decimals, and Percents Using an Area Model

chap. 5 pp. 47- 64

### המטלה:

צבעו 6 משבצות מתוך המלבן הנתון:



איור 5.1

בעזרת שימוש במלבן הסבירו כיצד תחשבו את:

- אחוז השטח הצבוע מתוך המלבן.
- השבר העשרוני המבטא את השטח הצבוע מתוך המלבן.
- השבר הפשוט המבטא את השטח הצבוע מתוך המלבן.

## האירוע של רון קסטלמן

רון קסטלמן הוא מורה מנוסה הדורש הרבה מהסטודנטים שלו. לפני שהתחיל לעסוק בהוראה הוא היה מהנדס של חברה גדולה. למרות שנחשב מאוד מצליח בתחומו מצא את עצמו בלתי מסופק וכך באמצע הקריירה הוא חזר ללימודי מסטר בהוראה. בחירתו הטבעית הייתה הוראת תלמידי חטיבה עליונה (secondary school), לאור הרקע שלו ותחומי התמחותו. כישוריו במתמטיקה הובילו אותו להוראת מתמטיקה גם בחטיבת הביניים (middle school).

רון העריך את עצמו כמורה שאינו מלמד את תלמידיו אלגוריתמים חסרי משמעות, אולם הוא מצא שהדרך שלו לחשוב על מושגים ופרוצדורות אינה קרובה לדרך חשיבתם של תלמידים בכיתה ז. הוא התאכזב פעמים רבות כשתלמידיו "לא קלטו" (didn't get it), והאשים אותם באי תשומת לב קפדנית ואי השקעה מספיקה.

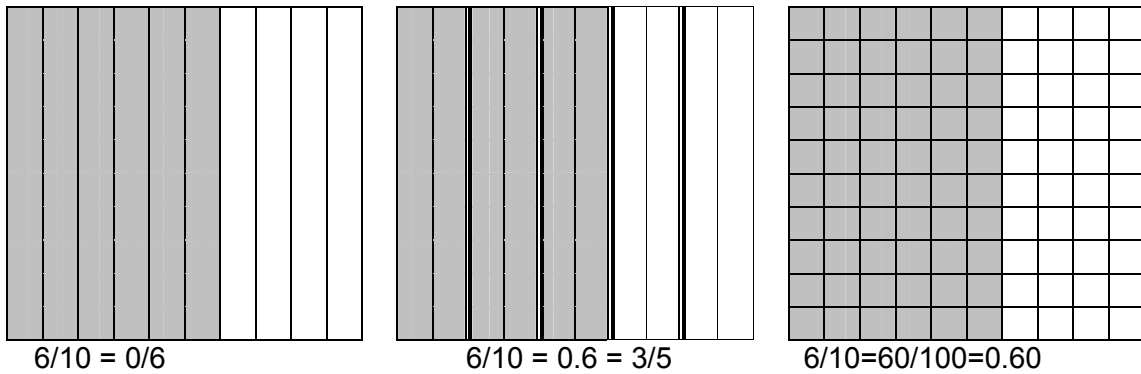
לקח לרון די הרבה זמן להבין מדוע אינו "מבין את תלמידיו". לאחר כמה שנות הוראה הוא למד לא רק לדבר אל תלמידיו אלא גם להקשיב להם. כך הוא התחיל להבין איך הם מבינים (או לא מבינים) מתמטיקה. לאורך השנים הוא מצא שאחת האסטרטגיות היעילות לגרום לתלמידיו לדבר מתמטיקה היא השימוש בתרשימים. רון האמין שהתרשימים הן כלי המאפשר ניתוח. מאפשר לתלמידים "להחיות את המתמטיקה".

רון לימד לאורך השנים בתוכנית שהציגה רעיונות מתמטיים שונים בעזרת תרשימים, והוא מצא שגם הוא וגם תלמידיו תקשרו באופן משמעותי על רעיונות ומושגים מתמטיים חשובים, אך לעיתים הוא היה מודאג שמא הפרוצדורות – הדרכים הנפלאות, המהירות והיעילות להגיע מ-A ל-B הלכו לאיבוד בתוך התהליך הכללי.

המאמץ הגדול שלו לאחרונה היה למצוא את האיזון הנכון שבין עידוד ההתפתחות הקונספטואלית של הרעיונות המתמטיים וההבנה של תלמידיו לבין שימוש מהיר ויעיל של פרוצדורות.

## רון קסטלמן מתאר את הכיתות שלו

תלמידי כיתה ז שלי ואני עסקנו בשברים פשוטים ובשברים עשרוניים כמה שבועות. התחלנו מלימוד האלגוריתם המסורתי למעבר משברים פשוטים לעשרוניים ( $3/5 = 3 : 5 = .6$ ) משם עברנו לחקירת המשמעות של מושג השבר הפשוט והעשרוני. עשינו זאת בעזרת שימוש באמצעי המחשה, ותרשימים כדי להתמקד גם בחלק היחסי של השבר מתוך השלם וגם בעקרונות ערך המקום. למשל השתמשנו בריבועים מחולקים גם לעשר - ליצירת עשיריות, וגם למאה - ליצירת מאיות (ראו שרטוט 5.2) להדגמה שהשטח של  $3/5$ ,  $6/10$ ,  $0.6$ ,  $60/100$ , ו-  $0.60$  מתוך שלם זהה.



**איור 5.2** ריבועים עשרוניים להדגמת השטח השווה המכוסה ע"י השברים:  $0.6$ ,  $6/10$ ,  $3/5$ ,  $0.60$ ,  $60/100$ .

ממש לאחרונה התחלנו לעסוק באחוזים. מרבית הזמן הוקדש להדגשת משמעות האחוז תוך שימוש באמצעי המחשה ותרשימים.

שתי כיתות ז שלי היו לקראת סוף למידת היחידה ואני הייתי סקרן לדעת האם הם מקשרים את עבודתם במסגרת המספרים הרציונאליים. תכננתי ליום זה פעילות שבה יעבדו בשלושת הייצוגים: אחוזים, שברים פשוטים ושברים עשרוניים בעת ובעונה אחת. היה חשוב לי שהתלמידים ישתמשו בתרשימים להגדרת עבודתם במספרים, יותר מאשר יפעילו פרוצדורות מסורתיות שלמדו בתחילת היחידה. קיוויתי שעבודה זו תעזור להם לפתח הבנה יותר עמוקה לגבי הקשר בין שלושת הייצוגים.

תכננתי לבצע פעילות זו בשתי הכיתות: האחת שלומדת בשיעור השני, והשנייה שלומדת בשיעור השישי. תכנון זה יאפשר לי לנצל את הפסקת הצהריים לרפלקציה על עבודת התלמידים בשיעור הראשון, להסתמך על מה שהצליח ולשנות את מה שלא עבד היטב. שתי הכיתות שוות באופן מפתיע כך שהן מאפשרות לי להפעיל רעיון בכיתה אחת ולתקן בכיתה השנייה. לפעמים אני משנה את הסדר כדי שלא אותה כיתה תשמש תמיד כ"שפן ניסיונות".

### השיעור בכיתה הראשונה

**ההפעלה:** בתחילת השיעור הצגתי את הבעיה (עם איור 5.1), ובקשתי להתמקד בסעיף הראשון.

קיוויתי שהתלמידים יאותגרו ע"י בעיה זו כיוון שזו הייתה הפעם הראשונה שהם היו אמורים לעבוד לא בתוך מלבנים של  $10 \times 10$ . זה היה אמור להוסיף שלב של מורכבות. הם לא יכלו להמשיך לעבוד באופן אוטומטי אלא, היו צריכים לנתח את המצב החדש ולהסתמך על הבנתם את השברים והקשרים שביניהם.

בשיחה על הבעיה הבעתי את רצוני שהתלמידים ישתמשו בתרשימים למציאת התשובה לכל אחד מסעיפי הבעיה, ויש יותר מדרך אחת לפתרון הבעיות. בהוראה בעל-פה הדגשתי שהם צריכים להיות מוכנים להסביר את עבודתם או להראות בעזרת תרשימים מדוע פתרונם הגיוני. אמרתי לתלמידים לעבוד עם בני זוגם על הסעיף הראשון כ- 10 דקות, ואח"כ נדון בדרכים שונות שתלמידים שונים פתרו את הבעיה.

**הביצוע:** כשהתלמידים התחילו לעבוד בזוגות, הסתובבתי ביניהם ובחנתי את דרך הגישה שלהם אל הבעיה. כל התלמידים צבעו בקלות רבה 6 משבצות מתוך המלבן, אבל מיד הבחנתי בקושי במציאת מהו האחוז של 6 הריבועים מתוך כל המלבן. כמה מהם רשמו מיד 6%, מבלי להבחין שבמלבן הנתון אין 100 משבצות אלא רק 40. מרבית התלמידים היו ערים לכך שהמלבן לא היה 10X10 כפי שהיו רגילים ולכן 6% אינו התשובה הנכונה. לא למדנו אלגוריתם לחישוב "כמה אחוזים הם 6 מתוך 40", ותלמידים רבים היו "תקועים". נתתי להם להתלבט עוד זמן קצר אבל התחלתי להרגיש מאוד לא בנוח עם אי יכולתם של תלמידי להתקדם. חלק מהתלמידים שהרגישו רע מאי יכולתם למצוא את התשובה במהירות, לחצו עלי במציאת אלגוריתם כדי שיוכלו לחשב את האחוז הנכון. היססתי. לא רציתי להציג לתלמידים שיטה למציאת האחוז ( $6/40 = X/100$ ), רציתי שישתמשו בתרשים, אבל לא הייתי בטוח איך לגרום להם לעשות זאת. אצל ילדים רבים גברה המבוכה והרגישו באי נוחות. לאחר בחינה נוספת של הבעיה, הבחנתי שלהתחיל מסעיף ג (למצוא את השבר הפשוט המבטא את השטח הצבוע בתוך המלבן) יהיה יותר קל.

כשעברתי בין זוגות התלמידים הצעתי להם להתחיל מסעיף ג. האינסטינקט שלי היה נכון. רבים מהילדים ענו מיד ש- 6 משבצות מתוך 40 מייצגות את השבר 6/40 שאותו אפשר לצמצם ל- 3/20. מה שקרה בהמשך לא היה בתכנון שלי. אבל לא יכולתי לעצור או לשנות את מהלך המשחק. התלמידים גילו בהתרגשות שהם עכשיו יכולים לחשב גם את סעיף ב (לחשב את השבר העשרוני המבטא את השטח הצבוע מתוך המלבן) על-ידי חילוק של 3 ב- 20 ולקבל את התשובה 0.15. ומשהייתה בידם התשובה העשרונית 0.15 במהירות הם השתמשו ב"ניסיון הקודם והנכון" ("tried-and-true") הזזת הנקודה בשני מקומות להמרת מספרים עשרוניים לאחוזים. בשלב זה הם היו בטוחים שגמרו את פתרון הבעיה וחיכו לי, שאאשר את פתרונם. אני לא הייתי בטוח שהם מבינים מה עשו בהמרת המספרים שהם בצעו, בקשר שבין השברים הפשוטים, השברים העשרוניים, האחוזים והשטח הצבוע מתוך המלבן. התלמידים לא השתמשו בתרשים, ואפילו לא בדקו אם תשובתם הגיונית.

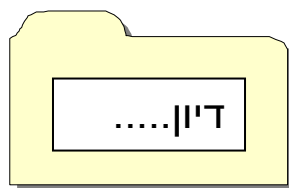
כבר עברו 15 דקות מתוך השיעור, והיינו צריכים להמשיך. אחרי שעברתי בין השולחנות, סימנתי נכון או שגוי, אמרתי שהגיע הזמן לשתף את כל הכיתה בפתרונות והזמנתי זוג תלמידים: את ג'נה ור"י להציג את דרך עבודתם והתשובה שלהם בפני כל הכיתה. שמתי לב שלשני תלמידים אלו הייתה טעות חישוב וחשבתי שזו תהיה הזדמנות להחזיר אותם אל התרשים לבדוק אם

תשובתם הגיונית. ג'נה ור"י מצאו נכון שהתשובה לסעיף ג היא  $3/20$ , אבל בחילוק 3 ל-20 הם בטעות הגיעו לתשובה 0.015 כך שתשובתם לסעיף א הייתה 1.5%. לאחר שהם הציגו את הפתרון אמרתי: "הסתכלו על התרשים, האם החלק הצבוע נראה כ-1.5% מהמלבן?" עוד לפני שהם ענו, מספר תלמידים אמרו ממקומם מה הייתה השגיאה במהלך החילוק במספרים העשרוניים. הרגשתי שגם לכך איני יכול להתנגד וכך עשיתי חזרה קצרה על פרוצדורת החילוק הארוך עם מספרים עשרוניים. משהגענו לתשובה העשרונית הנכונה 0.15, ג'נה ור"י מייד תקנו גם את תשובתם באחוזים ל-15% וחזרו מיד למקומם. אני ציינתי ש-15% היא תשובה יותר הגיונית מ-1.5% לחלק הצבוע מתוך המלבן.

למרות שעברו 20 דקות בפתרון הבעיה, והגענו לתשובות נכונות בכל שלושת הסעיפים הרגשתי אי נוחות בעזיבת הבעיה עם ביצוע נכון של הפרוצדורות, אולם מבלי להקדיש מספיק זמן לניתוח הבעיה בעזרת התרשים.

החלטתי לקחת סיכון נוסף והזמנתי אל המטול את שריס וקריסטל, אלו שני התלמידים היחידים מהכיתה שלא עברו לחישוב פרוצדורות. הם אמנם לא הגיעו לתשובות נכונות אבל עסקו בניחוח הבעיות. שריס וקריסטל צבעו 4 משבצות בטור הראשון ו-2 משבצות בטור השני, ואמרו ש-6% מהמלבן צבוע. (ידעתי שהתשובה שלהם לא נכונה אבל לא היה ברור לי מה צריך לעשות כדי לגרום להם לשקול מחדש את התשובה. בעוד חושב מה לומר, הם המשיכו להראות מה עשו בסעיף ב). לגבי סעיף ב הם אמרו שאין להם תשובה אבל יש להם רעיון מה צריך לעשות. קריסטל הראתה על המלבן ואמרה: "יש 10 טורים במלבן, זה אומר שכל טור הוא  $1/10$ , אם טור אחד צבוע התשובה היא 0.1, אם שני טורים יהיו צבועים התשובה תהיה 0.2, אם כך התשובה צריכה להיות בחצי הדרך שבין השניים". שאלתי – איך יוכלו לחשב כמה הם  $1/2$  של  $1/10$  במספרים עשרוניים? הם משכו בכתפיהם, ובשלב זה פניתי אל הכיתה ושאלתי מי יכול לענות, שני תלמידים ענו באופן שגוי. הרגשתי כבר לחץ זמן והזכרתי לילדים שלמדנו בעבר שאת המילה "של" אנחנו מתרגמים לכפל. רשמתי על הלוח " $1/2 \times 1/10 = 1/20$ " וכן, " $1/20 = 5/100 = 1/20$ " 0.05 " והמשכתי להסביר שאם כך הייצוג העשרוני ל-6 משבצות צבועות מתוך המלבן הוא:  $0.15 = (1/10 + 5/100)$ .

הסתכלתי על השעון וראיתי שכבר עברו 30 דקות מתוך שיעור של 45 דקות, ונתתי לתלמידים לסיים את הבעיה.

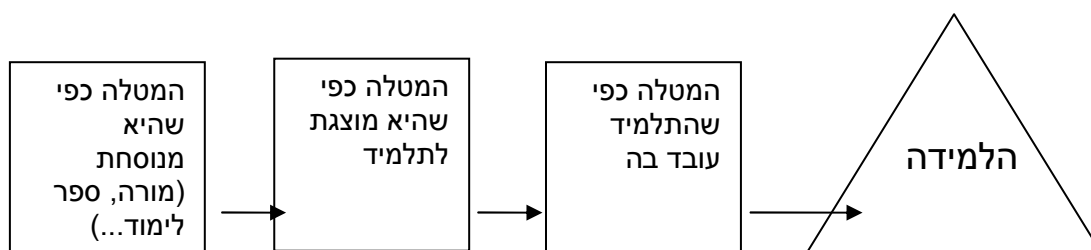


## דין:

מהם הרעיונות המתמטיים המרכזיים בפעילות?  
הצביעו על עדויות שהתלמידים למדו את הרעיונות המתמטיים  
מה עשה המורה כדי לקדם את לימוד הרעיונות המרכזיים שהם מטרת הפעילות?

## כמה הערות:

### 1. למידה על-סמך מטלות:



### 2. רמות שונות של פעילות:

#### דרישות ברמה נמוכה:

מטלות המסתמכות על זיכרון

- זיכרון של פרוצדורות, חוקים, עובדות....
- לא יכולים לבצע אם לא זוכרים....
- דורשות פתרון ישיר ללא תכנון, התלבטות....
- ללא קשר בין מושגים, רעיונות וכו'...

פרוצדורות ללא מטלות מקשרות

- ביצוע ישיר של פרוצדורות שנלמדו
- ללא התלבטויות - לא צריך לחשוב מה צריך לעשות ואיך
- ללא קשר לרעיונות נוספים שעומדים בבסיס הפרוצדורה
- מרוכזים בתשובות נכונות יותר מאשר בפיתוח ההבנה.
- לא נדרשים הסברים, או מסתפקים בהסברים שמתארים את העבודה (ללא הנמקות).

#### דרישות ברמה גבוהה:

פרוצדורת עם מטלות מקשרות

- מיקוד עבודת התלמיד בפרוצדורות שמקדמות הבנת מושגים או רעיונות
- עבודה על פרוצדורות "רחבות" שמקשרות אל בסיס (עומק) הרעיונות

- מפתחים רעיונות בעזרת ייצוגים שונים (כמו: תרשימים, ביטויים מתמטיים, אמצעים מוחשיים), סיפורים והקשר שביניהם.
- בכל שלב נדרשת קבלת החלטות לגבי ההמשך, עבודה על המטלה מקדמת הבנה "חדשה".

#### עשייה מתמטית

- נדרשת חשיבה מורכבת ולא אלגוריתמית (אין דרך ברורה וישירה לפתרון)
- נדרשת חקירה והבנה עמוקה של המושגים והקשרים שביניהם
- נדרשת "שליטה עצמית"
- נדרש לגייס את הידע הרלבנטי לעניין.
- נדרש מאמץ קוגניטיבי והתמודדות עם תהליכי פתרון בלתי צפויים.

### **רפלקציה של רון קסטלמן על השיעור הראשון**

במשך הפסקת הצהרים, חשבתי על מהלך השיעור שהתקיים, היה לי גם הזמן לעיין בדפי העבודה של תלמידי שבהם פתרו את שלוש הבעיות. רובם אכן גמרו לפתור את כל שלוש הבעיות, אלא שנדהמתי שמרביתם קפצו ישר לשימוש באלגוריתמים, עם מעט מאוד (אם בכלל) התייחסות לתרשים.

יותר מכך, לעיתים הפרוצדורות שבחרו להשתמש בהם היו שגויות, או שהשתמשו בפרוצדורה נכונה באופן לא מדויק. למרבה ההפתעה מצאתי את עצמי פחות נבוך מאי הדיוקים מאשר מכך שלא בדקו אם תשובותיהם הגיוניות.

במחשבה על השיעור, החלטתי שהמטרות שהצבתי לשיעור זה היו הגיוניות ואפילו בחרתי מטלה טובה. אני גם משוכנע שלתלמידים הייתה היכולת לפתור את הבעיה, אם רק היו מאטים את הקצב והיו לוקחים באמת את הזמן לחשוב על מה שהם עשו. החלטתי לנסות שוב עם הכיתה השנייה בשיעור השישי, אבל הפעם לא לתת לזמן לשלוט בקצב שלנו, ולא לתת לדאגה של התלמידים כיצד יש להמשיך, להשפיע עלי. לו רק הייתי יכול לתמוך בהם מבלי לומר להם איך לפתור...

### **השיעור בכיתה השנייה**

**ההפעלה:** הצגתי את הבעיה בדיוק כמו בכיתה הראשונה, גם כאן הדגשתי שהם צריכים להשתמש בתרשים כדי לחשב את תשובותיהם. פעם נוספת הבטחתי שאעריך אותם על-סמך איכות ההסברים וניתוח התהליכים (הויזואליים) בנוסף לנכונות התשובות.

**הביצוע:** כשהתלמידים התחילו לעבוד בזוגות, הסתובבתי ביניהם כדי לבחון את גישתם לבעיה. כמו בכיתה הקודמת, הבחנתי מיד שהקשיים של התלמידים היו באי הצלחתם במציאת האחוז

של 6 המשבצות הצבועות מתוך המלבן. פעם נוספת, היו מעט תלמידים שרשמו 6%, מבלי לשים לב שסך-כל המשבצות שבריבוע היה 40 ולא 100.

רוב התלמידים הבחינו שהמלבן לא היה 10X10 ולכן 6% לא יכול להיות תשובה נכונה. גם כיתה זו לא למדה אלגוריתם למציאת "כמה אחוז הם 6 מתוך 40?" ושוב, גם תלמידים אלו נראו כ"נתקעים" – ולא יכולים להתקדם.

עצרתי את נשימתי ונתתי להם להמשיך להתלבט.

לא לקח הרבה זמן עד שכמה תלמידים התחילו להתלונן שזו מטלה קשה מדי כי לא למדו את הכללים למציאת אחוז כשמספר המשבצות אינו 100.

הפעם בתשובתי כיוונתי אותם אל התרשים. הצעתי שיסתכלו בקפדנות על המלבן ושישימו לב גם למספר הכללי של המשבצות במלבן וגם איך המשבצות מסודרות בטורים ובשורות. "איך תנצלו אינפורמציה זו לחישוב האחוז?". התלמידים הפסיקו לנדנד לי בדבר נוסחה. ויכולתי לשמוע את רעש (בזזזזז....) השיחות בשעה שהם התחילו לדון באפשרויות פתרון עם בני זוגם, תוך כדי הצבעה על המלבן.

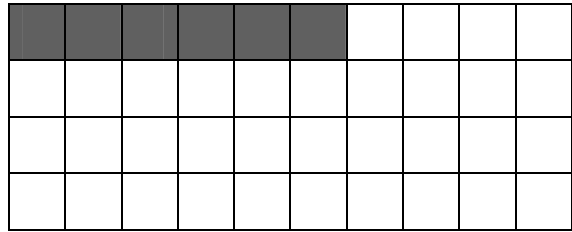
עברו כמעט 10 דקות והתחלתי להיות עצבני, עדיין רוב התלמידים לא ידעו לחשב נכון את אחוז המשבצות הצבועות מהמלבן. ראיתי שהתלמידים עסוקים בהתמודדות עם הבעיה וחלקם אף קיימו דיונים סוערים עם עמיתיהם. הזכרתי לעצמי שעלי לתת להם להמשיך להתמודד.

בזמן שהסתובבתי בין התלמידים ראיתי שתלמידים שונים התמודדו עם הבעיה בדרכים שונות. שמתי לב שהתלמידים שהיו במצב המתקדם ביותר שמו לב שכל טור מייצג 1/10 מהמלבן, ו-6 משבצות הם טור וחצי. אם טור הוא 1/10 או 10%, אז טור וחצי צריך להיות 15%.

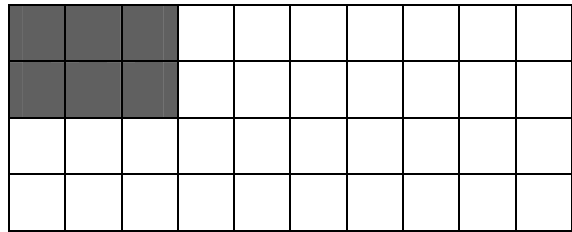
התלמידים שנתקלו בקשיים הגדולים ביותר צבעו 6 משבצות מתוך המלבן לא בטורים אלא צבעו 6 משבצות לאורך השורה הראשונה או שיצרו בפינת המלבן מלבן קטן של 2X3, או צבעו 6 משבצות בתפזורת. מצבים אלו הובילו לקשיים במציאת 1/10 מתוך המלבן.

לתלמידים אלו ניסיתי לעזור למצוא דרכים חלופיות למציאת האחוז ע"י שאילת שאלות שתעזור להם במציאת האחוז בדרך שהם צבעו את 6 המשבצות שבמלבן (ראו איור 5.3).

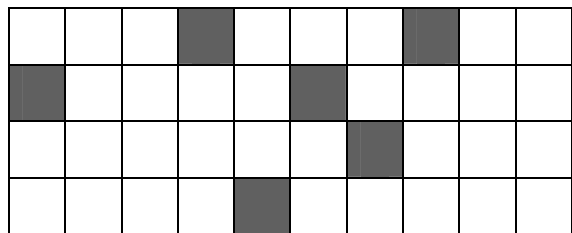




מהו האחוז של כל טור?



כמה קבוצות שוות לזו שצבעת, אתה יכול להכניס לתוך המלבן?



מה האחוז של כל משבצת מתוך כל המלבן?

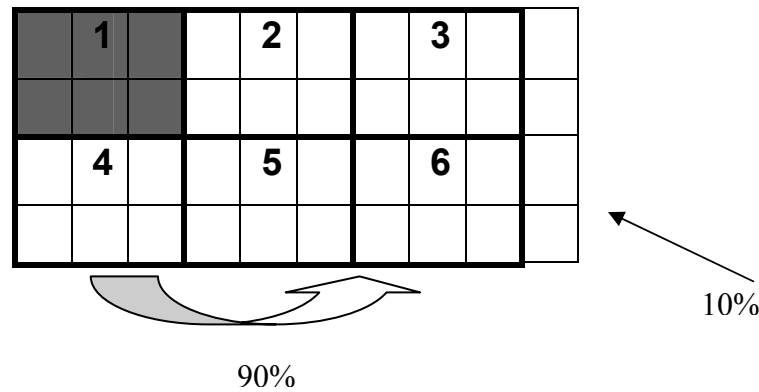
**איור 5.3:** השאלות השונות שהמורה שאל בהתאם לצורות הצביעה השונות של התלמידים.

בכל אחד מהמקרים אמרתי: "תחשוב איך זה היה עוזר לך למצוא את האחוז?" ועזבתי אותם להמשך עבודה.

עכשיו כבר היינו אחרי 20 דקות מתחילת השיעור. ראיתי שמרבית התלמידים כבר ביצעו ניסיונות כלשהם בכל אחד משלושת חלקי הבעיה. החלטתי שזה הזמן לדון באסטרטגיות וברציונל הפתרון עם כל הכיתה. קראתי לג'ליסה ולרחל אל המטול כיוון שהם פתרו את חלק א של הבעיה בדרך שמעטים מאוד נקטו בה. חשבתי שדרכן מבטאת דרך חשיבה וניתוח מצויינים.

בקשתי שיסבירו את פתרון לחלק א. ג'ליסה רשמה על השקף:  $6 \times 2.5\% = 15\%$  והן התחילו לחזור למקומן. מיד בקשתי שיחזרו ויסבירו מה שהן עשו. רחל הסבירה שמכיון שיש במלבן 40 משבצות, וכל התרשים (המלבן) הוא 100%, הרי שכל משבצת קטנה צריכה להיות 2.5 אחוז. כיוון שצבועות 6 משבצות הן כפלו את מספר המשבצות ב- 2.5% וזה נותן את

סה"כ אחוז המלבנים הצבוע מתוך המלבן. שאלתי את כל הכיתה אם הם רוצים לשאול משהו את ג'ליסה ורחל לגבי השיטה שבה פתרו את הבעיה. לאחר שג'ליסה ורחל הבהירו את השיטה שבה פתרו את הבעיה, בתגובה לשאלות הילדים, וחשבתי שמרבית הילדים הבינו, נקטתי בדרך של "כולנו באותו עמוד" ורציתי לקשר בין האסטרטגיה שבה עבדו הילדות האלה לרעיון מתמטי חשוב. שמתתי לב שהילדות התחילו את ההסבר שלהן בעובדה שהריבוע כולו שווה ל- 100%. והתייחסתי לשאלה של מיכאל: "איך ייתכן שמה שהו שאינו מחולק ל- 100 חלקים שווה ל- 100%?" דריק הוסיף "האם זה אומר ש-  $100\% = 1$ ? אני חשבתי ש-  $100\% = 100$ !". כיוון שעניין זה היה עכשיו במוקד הדיון, זה היה הזמן להדגיש ש-  $1.00 = 1 = 100\%$ . בהתייחס לבעיה הנתונה, הוספנו ש  $100\%$  מציין את המלבן השלם, ללא קשר לכמה חלקים המלבן מחולק. למרות שכבר עברו 30 דקות מתחילת השיעור, ככיתה דיברנו רק על אסטרטגיה אחת לפתרון חלק אחד של הבעיה. החלטתי להתעכב עוד על הבעיה ולהזמין זוג נוסף אל המטול להציג דרך אחרת למציאת אחוז המשבצות הצבועות מתוך המלבן כולו. עומר ומרכוס צבעו 6 משבצות בפינה העליונה של המלבן (ראו איור 5.4) הם הסבירו את דרך עבודתם בעוד שהתלמידים האחרים הקשיבו ושאלו שאלות.



$$90\% : 6 = 15\%$$

**איור 5.4 :** התרשים שציירו עומר ומרכוס

כשעברנו לחלק ב של הבעיה החלטתי להזמין אל המטול את טים ודניאל, הם התחילו לעבוד יפה אבל עדיין לא הגיעו לתשובה. דניאל הצביע על המלבן ואמר: יש בסה"כ 10 טורים. כלומר כל טור שווה  $1/10$ . אם רק טור אחד היה צבוע, זה אומר שהתשובה הייתה צריכה להיות 0.1 ואם שני טורים היו צבועים התשובה הייתה צריכה להיות 0.2 וזה אומר שהתשובה צריכה להיות בחצי הדרך שביניהם. כששאלתי איך יחשבו כמה הם  $1/2$  מתוך  $1/10$  הם לא היו בטוחים. בשלב זה הצעתי להם להתבונן בריבועים עשורניים (איור 5.2), ושאלתי אם הריבועים יכולים לעזור להם למצוא את התשובה.

בהסתמך על ריבוע המחולק ל- 100 משבצות, טים אמר ש-  $1/10$  זה טור אחד של 10 משבצות קטנות (10 מאיות), חצי של  $1/10$  יהיה חצי הטור או 5 משבצות קטנות (5 מאיות). דניאל המשיך, אם חוזרים למלבן המחולק ל- 40 משבצות טור אחד יהיה  $1/10$  או 10 מאיות (למרות שיש בו רק 4 משבצות!) וחצי הטור עדיין יהיה חצי של  $1/10$  כלומר 5 מאיות למרות שזה רק 2 משבצות! הבנים סיכמו שהתשובה צריכה להיות 10 מאיות (0.1) ועוד 5 מאיות (0.05) ובסה"כ 15 מאיות (0.15).

עברנו את מסגרת הזמן. למרות שהרבה זמן הוקדש לחלק הראשון של הבעיה, יותר מכפי שתכננתי, חשבתי שצריך לתת לתלמידים כיוון לפתרון שאר חלקי הבעיה ובקשתי מהילדים לפתור כשיעורי בית את ההמשך ולהסביר איך השימוש במלבן המחולק עוזר להם בפתרון הבעיה.

### נקודות נוספות לדיון:

(לאו דווקא לפי סדר חשיבות)

- כיצד מסייעים לילדים, (או האם כדאי לפשט את הבעיה?)
- אילו הסברים הצדקות ומשמעויות ניתנות לבעיה?
- אילו קישורים עושה המורה?
- אלגוריתם? או חיפוש דרך?
- האם להיכנע ללחץ הזמן (מתי וכיצד?)

### הערות הקשורות להוראה

רון קסטלמן הוא מורה המכיר היטב את תחום הדעת, ובאמת רוצה שתלמידיו ידעו ויבינו מתמטיקה בצורה מעמיקה. הוא גם מורה הלומד מההתנסויות שלו. הוא שינה את דרכי ההוראה שלו כך שישלבו את השימוש בתרשימים ויכללו יותר דיונים של התלמידים. הוא גם מיסד "שגרה של רפלקציה", שבה הוא משתמש בהתנסויותיו מהוראה בכיתה ז' אחת, כדי לקבל מידע על גישת ההוראה שלו בכיתה ז' השנייה.

רון נאבק השנה בשאלה כיצד לאזן את ההוראה של פרוצדורות יעילות עם העידוד של התפתחות הבנה מושגית אצל התלמידים - דילמה המוכרת למורי מתמטיקה רבים. במקרה הנוכחי רון נתקל בדילמה אחרת, קשורה לזו. עם תכנית לימודים בעלת אוריינטציה ויזואלית, הוא הצליח להציג בפני תלמידיו בעיות ההולכות ונעשות מורכבות ומעניינות. אולם הוא מגלה

שהתלמידים לעיתים מעדיפים מטלות פשוטות יותר וישירות, והם יכולים להגיב בחשש לחוסר הביטחון הקשור לאי ידיעה מיידיית של הדרך לתקוף מטלה מורכבת יותר ופחות מובנית. ברור שרון רוצה שתלמידיו ידעו **גם** פרוצדורות **וגם** מושגים, אך הוא נתקל בקושי מסוים להביא אותם לזניחת הפרוצדורות ולהתמקד במשמעות, בשני השיעורים המתוארים במאמר זה. הוא מצליח בכך יותר בשיעור השני (בשעה השישית) מאשר בראשון (בשעה השנייה). כדי להבין מקרה זה, המשתתפים יצטרכו להכיר בכך, ולהיות מסוגלים לזהות את הגורמים האחראים להצלחה הרבה יותר בשעה השישית.

## דרכים נוספות לפתרון בעיית האחוזים

$6 / 40 = N / 100$ $40 \times N = 6 \times 100$ $40 \times N = 600$ $N = 600 / 40$ $N = 15$	<p>שימוש באלגוריתם לחישוב האחוז</p> <p>6 המשבצות הצבועות מייצגות 15%</p>
$6 : 40 = 0.15$	<p>מציאת שבר עשרוני ע"י חילוק (ארוך)</p>
$6 / 40 = 3 / 20 = 15 / 100 = 0.15$	<p>מציאת השבר הפשוט, הרחבת שברים ומעבר לעשרוניים</p>

### דרכים נוספות שהתבססו על המלבן המחולק

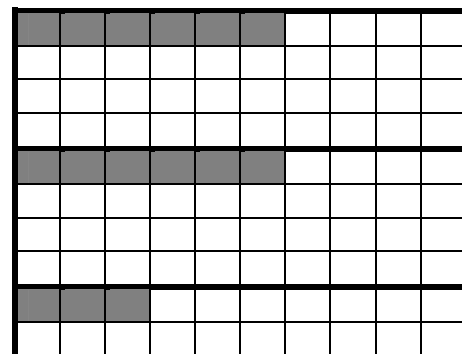
**לחישוב האחוז:** כל המלבן שווה ל- 100% , כיוון שיש 40 משבצות – אפשר לחלק 80% על המשבצות, זה ייתן לכל משבצת 2%, נשארים עוד 20% שצריך לחלק על פני המשבצות – ניתן לכל משבצת עוד 0.5% כך שלכל משבצת יהיה 2.5% ( 2.5% = 2% + 0.5%).

2 משבצות הן 5% , 4 משבצות הן 10% , 6 משבצות הן 15%.

**לחישוב השבר העשרוני:** כל משבצת היא 1/40 ולכן 2 משבצות הן 1/20 .  $1/20 = 0.05$

6 משבצות הן:  $3 \times 0.05 = 0.15$

### לחישוב האחוז:



בריבוע של 100 מספר המשבצות הצבועות שווה לאחוז, נעביר את המלבן של 40 למלבן של 100 ונשמור על היחס. נוסף 40 משבצות – נצבע עוד 6 משבצות. כדי להגיע ל- 100 משבצות צריך להוסיף עוד 20 משבצות שבהם נצבע רק עוד 3 משבצות. בסה"כ מתוך 100 משבצות יהיו צבועים 15 משבצות = 15%.