

## זהירות: דיאגרמות ון לפניך!

### Caution: Venn Diagrams Ahead!

מאת: Dovie L. Kimmins and J. Jeremy Winters

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, Vol. 21, No. 8, April 2015

על מנת להאיר חסמים פוטנציאליים, אנו מעמתים בין השימוש האופייני בכלי זה בתחומי מתמטיקה ושפה, ולאחר מכן חוזרים ומפיקים המלצות מעשיות להוראה.

**שלושים מורים למתמטיקה, שפה, מדעי החברה ומדעים, המלמדים בכיתות משולבות בבית ספר יסודי, השתתפו בהשתלמות שמטרתה לשפר את הידע המתמטי שלהם. מנחת הסדנא היתה מרצה למתמטיקה ולחינוך מתמטי במכללה, שהשתמשה בדיאגרמות ון כדי להעריך את ההבנה של הקשרים בין סוגים שונים של צורות גיאומטריות דו-מימדיות.**

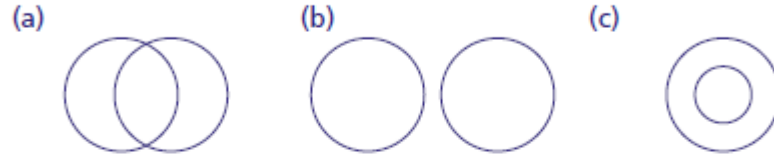
כשמנחי הסדנא הציגו שאלות (ראו איור 1), חלק מהמורים ענו תשובות שונות מאלה אותן השאלות התכוונו לעורר. מנחת הקבוצה היתה מבולבלת. האם יתכן שהמורים הבינו את המתמטיקה אך לא הבינו את דיאגרמות ון בהן השתמשו כדי לתאר את המתמטיקה בציור? היא שאלה כמה שאלות דומות הכוללות קבוצות לא מתמטיות, אותן מבינים היטב, כגון ג'ירפות, פילים, וחיות אחרות, במקום צורות גיאומטריות. גם על שאלות אלה המורים לא ענו כמצופה. מנחת הקבוצה היתה מבולבלת עוד יותר. מדוע ההבנה של דיאגרמות ון היתה שונה מזו לה התכוונו?

כשמנחת הסדנא חזרה לקמפוס של המכללה, היא סיפרה על הבלבול שלה לעמיתה בחינוך מתמטי שעבדה צמוד עם מורים לחינוך לשוני, ולפיכך הכירה אסטרטגיות להוראת הבנת הנקרא. העמיתה ציינה שמשתמשים בדיאגרמות ון בחינוך לשוני כמארגן גרפי לתיעוד מידע, על מנת לשפר את ההבנה של קטע קריאה. מנחת הסדנא הבינה שזה שימוש שונה בדיאגרמות ון מזה לו נחשפה בלימודי המתמטיקה שלה.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2015  
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved.  
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

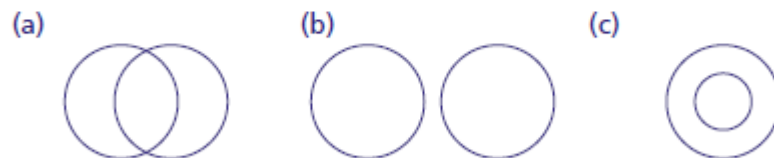
כשמנחת הקבוצה, מורה למתמטיקה, שאלה שאלות בנושא דיאגרמות ון, התשובות שקיבלה הפתיעו אותה.

איזו מדיאגרמות ון הבאות מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין קבוצת המלבנים וקבוצת הריבועים? הסביח את תשובתכם.



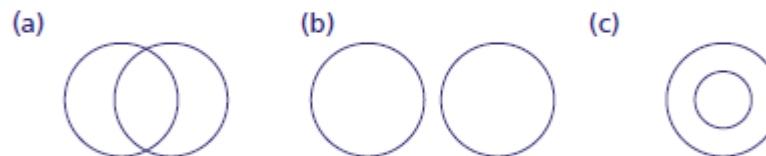
התשובה לה התכוונ היתה (c), כשהעיגול הגדול מייצג את קבוצת המלבנים, והעיגול הקטן מייצג את קבוצת הריבועים, כי כל ריבוע הוא מלבן.

איזו מדיאגרמות ון הבאות מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין קבוצת המשולשים ישרי הזווית וקבוצת המשולשים חדי הזווית? הסביח את תשובתכם.



התשובה לה התכוונ היתה (b), כשעיגול אחד מייצג את קבוצת המשולשים ישרי הזווית והעיגול האחר מייצג את קבוצת המשולשים חדי הזווית, כי לא קיים משולש שהוא גם ישר זווית וגם חד זווית. אפשר לקבל גם את תשובה (a) אם התלמיד מבהיר שהחלק המשותף באמצע לא כולל שום משולש.

איזו מדיאגרמות ון הבאות מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין קבוצת המלבנים וקבוצת המעיינים? הסביח את תשובתכם.



התשובה לה התכוונ היתה (a), כשעיגול אחד מייצג את קבוצת המלבנים והעיגול האחר מייצג את קבוצת המעיינים. חלק מהמלבנים הם מעיינים, אבל יש מלבנים שאינם מעיינים ומעיינים שאינם מלבנים.

## הגדרות / פרשנויות מנוגדות

שני היבטים של המונח דיאגרמות ון (ראו **איור 2**) משקפים את ההבדלים האופייניים בין השימושים בדיאגרמות ון בתחומים של מתמטיקה ושפה.

### איור 2

הגדרה אחת להלן היא מ"המורה לקריאה"  
(Camp 2000, p. 402)

והיא מצטטת את "מילון האוריינות: אוצר המילים של קריאה וכתבה".  
(Harris and Hodges 1995, p. 271)

ההגדרה השנייה היא ממקור מתמטי מקוון Wolfram Mathworld.

#### דיאגרמת ון

הגדרה (Camp 2000, p. 402)

"מארגן גרפי המורכב מעיגולים חופפים כדי לציין תכונות  
משותפות או יחודיות לשניים או יותר מושגים....  
(Harris and Hodges 1995, p. 271)

החלקים הלא חופפים של העיגולים משמשים לתיאור מידע  
היחודי לכל מושג."

הגדרה

(Wolfram Mathworld, Weisstein, <http://mathworld.wolfram.com/VennDiagram.html>)

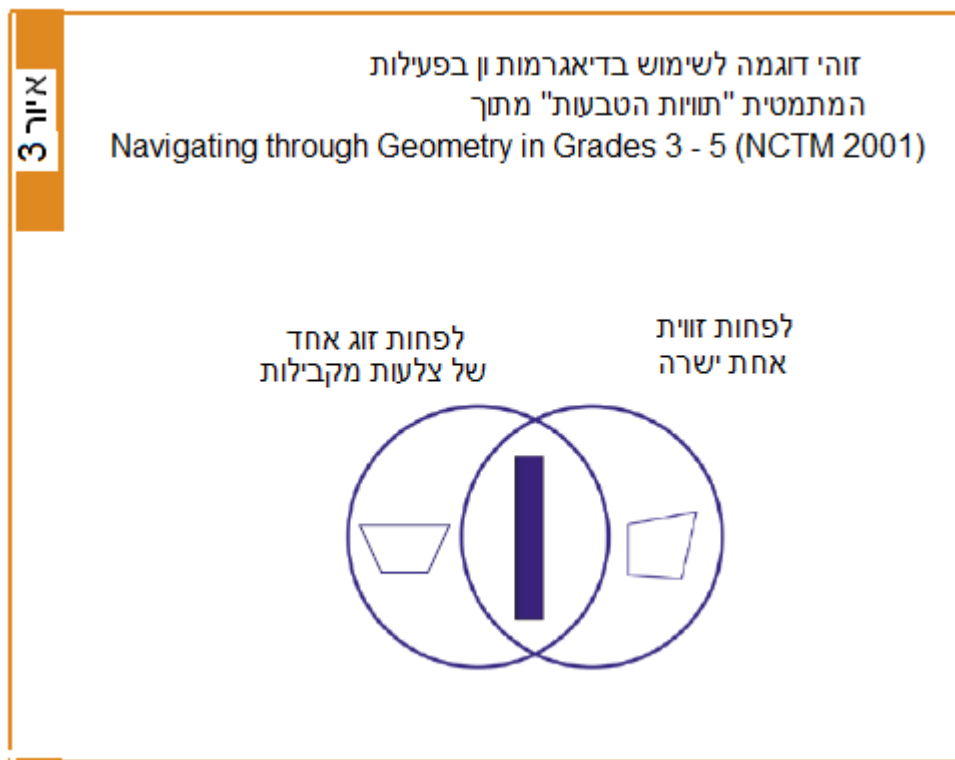
"דיאגרמה סכמטית... לתאר אוספים של קבוצות  
ולייצג את הקשרים ביניהן"

הבדלים אלה הם עדינים, אולם עלולים לבלבל. בשפה, העיגולים בדיאגרמת ון מייצגים בדרך כלל דברים שניתן להשוות ביניהם. לדוגמה, הפריטים יכולים להיות דמויות בסיפור, פילוסופיות הוראה, או משפחות של חיות. בשימוש זה, התכונות ממוקמות בעיגולים, כשהתכונות המשותפות ממוקמות בחלק המשותף לשני העיגולים, והתכונות הייחודיות לאחד מהם ממוקמות בחלקים שאינם משותפים, של העיגול המתאים. זה משמש להדגשת הדומה והשונה בין הפריטים אותם משווים. לעומת זאת, בתחום המתמטיקה, העיגולים בדרך כלל לא מייצגים דברים, אלא את האפיונים או התכונות שלהם. הדברים הם בדרך כלל אובייקטים מתמטיים, כמו מספרים או צורות גיאומטריות. האובייקטים עצמם, או ייצוגים של

האובייקטים, ממוקמים בעיגולים, במקום תכונות האובייקטים הממוקמות בעיגולים. במקרה זה, דיאגרמת ון משמשת למיון האובייקטים לקבוצות, או במילים אחרות, לסיווג האובייקטים על סמך השאלה האם יש להם את התכונות המיוצגות על ידי העיגולים.

### דוגמאות מספריית מורי בית הספר היסודי

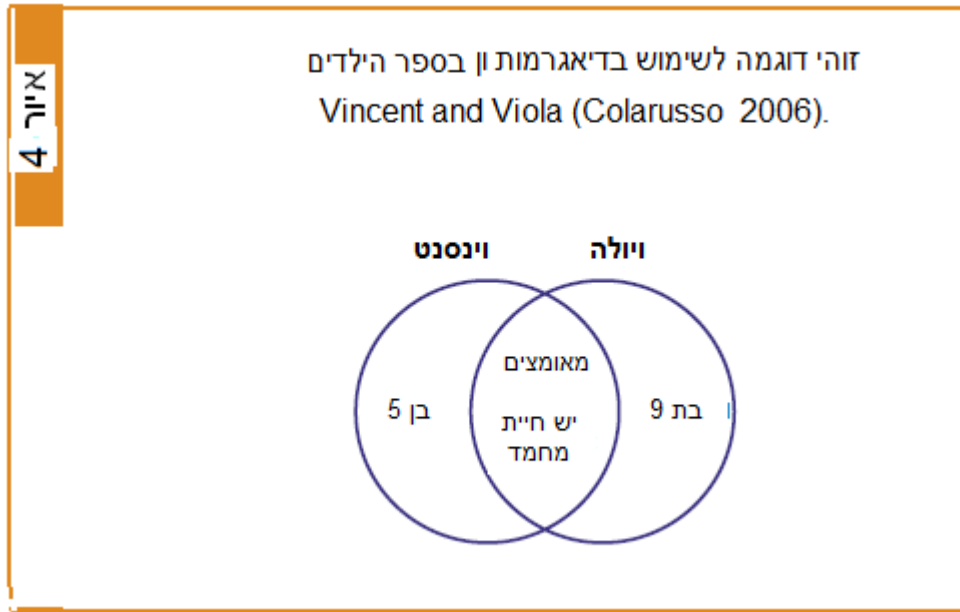
נתבונן בדיאגרמות ון המופיעות בשני ספרים מוכרים למורי בתי ספר יסודיים רבים, Navigating through Geometry in Grades 3-5 (NCTM 2001) ו-Vincent and Viola (Colarusso 2006) (Ring Labels) הפעילות "כותרות הטבעות" מהספר הראשון מדגימה שימוש אופייני בדיאגרמת ון. העיגולים מייצגים תכונות של צורות גיאומטריות כגון "לפחות זוג אחד של צלעות מקבילות" ו"לפחות זווית קהה אחת". התלמידים שמים תמונות של מרובעים שונים באזורים, ובכך ממיינים ומסווגים את המרובעים (ראו איור 3).



לעומת זאת, בספר Vincent and Viola משתמשים לעיתים קרובות כדוגמה לספרות ילדים המשלבת מתמטיקה. בדיאגרמות ון המוצגות בספר זה, עיגול אחד מייצג את ויולה והעיגול האחר מייצג את וינסנט. התכונות של וינסנט וויולה מופיעות בעיגולים המתאימים להם.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2015  
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved.  
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

לדוגמה, בין התכונות המשותפות לוינסנט וליולה נמנות העובדות שכל אחד מהם מאומץ  
 ושלושניהם יש חיית מחמד. אולם רק ויולה היא בת 9 ורק וינסנט הוא בן 5 (ראו איור 4).



#### דוגמאות מהערות של פרחי הוראה

להמשך ההדגמה של השימוש האופייני המנוגד בשני תחומי התוכן, ראו תשובות של שלושה סטודנטים להוראה לשאלה, "איזו מדיאגרמות ון הבאות  $a$ ,  $b$ , או  $c$  מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין קבוצת החיות וקבוצת הג'רפות? אנא הסבירו בקצרה את תשובתכם." (ראו את שלוש האפשרויות המוצגות באיור 1). סטודנט אחד להוראה בחר את (a) כי "יש להם כמה תכונות משותפות, אבל לא כולן". נראה שהוא השתמש בהגדרה של דיאגרמת ון האופיינית ללימודי שפה. סטודנטית אחרת בחרה את (c) כי "לא כל החיות הן ג'רפות, אבל כל הג'רפות הן חיות". היא משתמשת בהגדרת הקבוצה המתמטית של דיאגרמות ון. סטודנטית שלישית להוראה ענתה ש"ג'רפות הן חיות. אבל לא לכל החיות יש אותן תכונות כמו ג'רפות, אז זה יכול להיות (a) או (c)". נראה שהיא הכירה את שתי ההגדרות והתלבטה באיזו מהן להשתמש.

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2015  
 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved.  
 NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

## שימושים שונים של דיאגרמות ון במתמטיקה

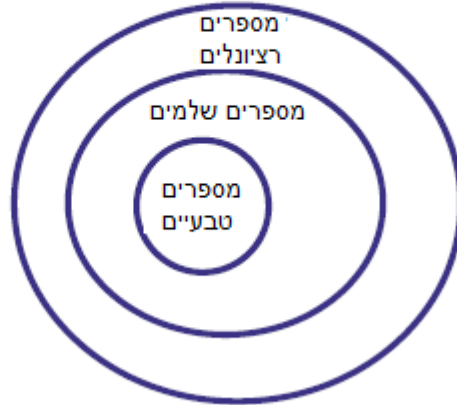
דיאגרמות ון הומצאו על ידי הלוגיקן John Venn ואוזכרו לראשונה בפרסום שלו משנת 1880 בשם "על הייצוג הדיאגרמי והמכני של טענות והנמקות" ( On the Diagrammatic and Mechanical Representation of Propositions and Reasonings). הדיאגרמה שלו הציגה מעגלים חופפים, בניגוד לדיאגרמת אוילר, שכללה מעגלים קונצנטריים (בעלי מרכז משותף), שפותחה על ידי Leonhard Euler (1707–1783) (Edwards, 2004).

כיום מתמטיקאים משתמשים לעיתים קרובות במונח *דיאגרמות ון* לתיאור כל שלוש הדיאגרמות שבאיור 1, בעיקר, בעיגולים שיש להם חלק משותף, עיגולים זרים, ועיגולים קונצנטריים. מאז ומתמיד השתמשו במתמטיקה בדיאגרמות ון כדי למיין קבוצות של אובייקטים. אולם מאז השימוש הראשוני בדיאגרמות ון, ההקשרים המתמטיים בהם השתמשו התרחבו. לדוגמה, ון ואוילר השתמשו במקור בדיאגרמות ון כדי לנתח טיעונים לוגיים (Edwards 2004; Van Dyke 1995). כיום יש שימושים נוספים בדיאגרמות ון, כמסייעות להבנה ולניתוח האופן שבו קבוצות שונות של אובייקטים מתמטיים קשורות זו לזו, וכמסייעות לפתרון בעיות.

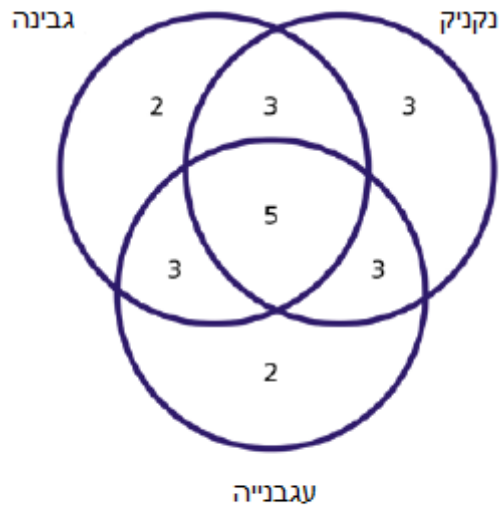
## דוגמאות מתכנית הלימודים במתמטיקה של בית הספר היסודי

דוגמה לשימוש בדיאגרמות ון למיין, על מנת להבין ולנתח כיצד קבוצות שונות של מרובעים קשורות זו לזו, היא "כותרות הטבעות" Ring Labels (NCTM 2001) (ראו איור 3). דוגמאות אחרות לשימוש בדיאגרמות ון הן להדגים כיצד תתי-קבוצות של מספרים רציונליים קשורות (ראו איור 5), וכסיוע לפתרון בעיות (ראו איור 6).

כאן מוצגת דיאגרמת ון למיון תתי-קבוצות של מספרים רציונלים.



דיאגרמת ון זו מציגה את המידע בבעיה "כמה כריכים?" (Olson, Sakshaug, and Olson 1998).



Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2015  
 By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved.  
 NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

בדיאגרמה באיור 6, משתמשים בהגדרה המתמטית של דיאגרמות ון, למרות שבכל איזור כתוב מספר האובייקטים, ולא האובייקטים עצמם. דיאגרמת ון זו משמשת הן כסיוע בפתרון בעיות והן למיון הכריכים בבעיה.

## חשיבה מחדש על תכנית ההשתלמות

כשהמטרה של השימוש בדיאגרמות ון היא להשוות ולמצוא את הדומה והשונה, כפי שאופייני למסגרת של לימוד שפה, יש צורך רק בעיגולים שיש להם חלק משותף. לפיכך, בהוראת שפה משתמשים רק בדיאגרמת ון מהסוג של עיגולים עם חלק משותף (אפשר לראות זאת בברור כשמורה לשפה ציינה שהיא ראתה רק אחד משלושת הייצוגים של דיאגרמות ון שהראו לה). לכל שני דברים, אפילו הפוכים, יש אפיונים דומים ושונים. לדוגמה, יום ולילה דומים בכך ששניהם מהווים חלקים של מחזור של 24 שעות, אבל שונים בכך שבאחד יש אור יום ובשני יש חושך.

זה מביא אותנו בחזרה לתכנית ההשתלמות. רוב המורים בחרו בדיאגרמה של העיגולים עם החלק המשותף ולא בדיאגרמות של העיגולים הזרים או הקונצנטריים, כדי לענות על השאלה איזו דיאגרמת ון מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין שתי קבוצות של צורות גיאומטריות. אם משתמשים בהגדרה של דומה ושונה לדיאגרמות ון, כפי שאופייני למסגרת של לימוד שפה, אזי בחירת העיגולים עם חלק משותף היא תמיד הגיונית. לדוגמה, כאשר משתמשים בדיאגרמות ון כדי להשוות בין מלבנים וריבועים, שמם בחלק המשותף של העיגולים תכונות כמו "חייבים להיות עם ארבע זוויות ישרות". בחלקים שאינם משותפים לעיגולים, שמם תכונות כמו "לריבועים חייבות להיות צלעות שוות באורכן" ו"למלבנים יכולות להיות צלעות סמוכות שונות באורכן" (ראו איור 7).



להלן דוגמאות לשימוש בדיאגרמות ון כדי להשוות בין סוגים של צורת גיאומטריות.

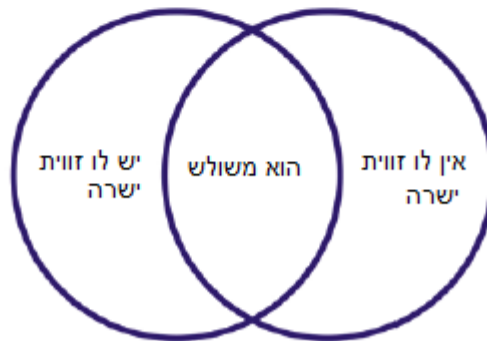
מלבנים

ריבועים



משולשים ישרי זווית

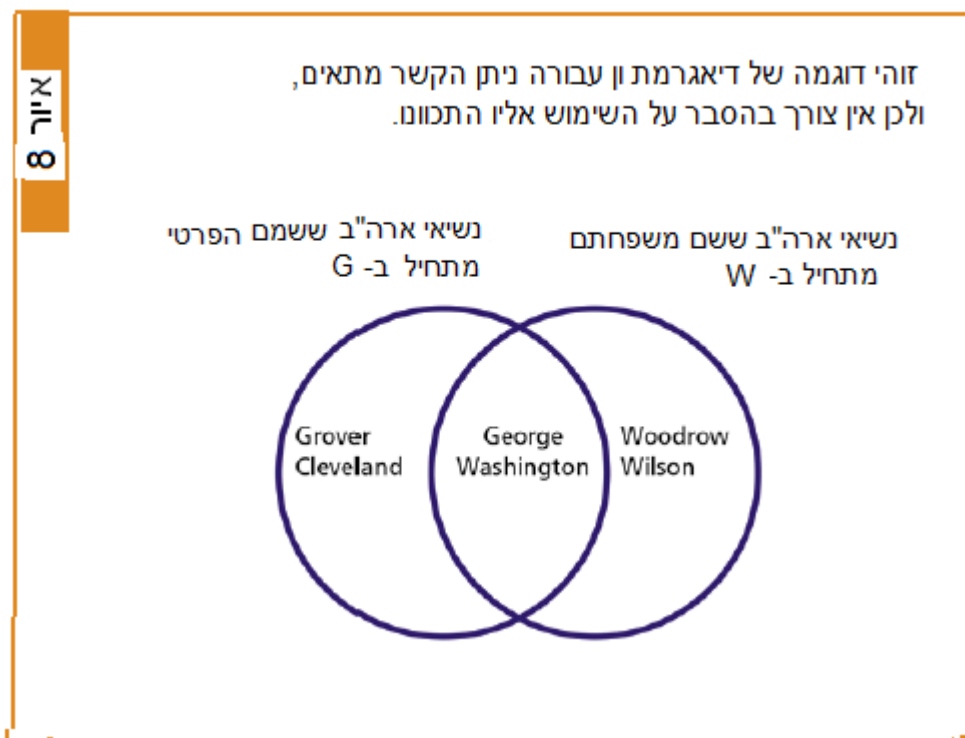
משולשים חדי זוויות



אפשר כמובן לכלול תכונות אחרות בעיגולים שבאיור 7. אבל אם משתמשים בהגדרת המיון של דיאגרמות ון האופיינית למתמטיקה, המלבנים והריבועים עצמם מופיעים בעיגולים, ולא התכונות של המלבנים והריבועים. מאחר שכל ריבוע הוא מלבן, הדיאגרמה עם העיגולים הקונצנטריים תהיה המתאימה ביותר. באופן דומה, כשמשתמשים בהגדרת המיון, מאחר ומשולש לא יכול להיות גם חד זווית וגם ישר זווית, הדיאגרמה עם העיגולים הזרים מייצגת בצורה הטובה ביותר את הקשר בין קבוצות המשולשים חדי הזוויות וישרי הזווית. אך כשמשתמשים בהגדרה של הדומה והשונה, העיגולים עם החלק המשותף יכולים להיות

תשובה מתאימה כי למשולשים חדי זוויות ולמשולשים ישרי זווית יש תכונות משותפות, וגם יש תכונות ייחודיות לכל אחד מהם, כפי שמודגם באיור 7.

אנשים יכולים להתנסות בשני השימושים של דיאגרמות ון בלי להתבלבל, בהקשרים הגיוניים, ולא להיות מודעים לעובדה שהם משתמשים בדיאגרמות ון בצורות שונות. לדוגמה, בפרסום של ה-NCTM "כיצד להשתמש בספרות ילדים להוראת מתמטיקה" (How to Use Children's Literature to Teach Mathematics (1992, p. 69) מציגים דיאגרמת ון שבה משתמשים בשני עיגולים עם חלק משותף כדי למיין ספרי ילדים. אחד העיגולים מייצג ספרים על אוכל, והעיגול האחר מייצג ספרים על סבים וסבתות. החיתוך של העיגולים מייצג ספרים על אוכל ועל סבים וסבתות. כל אזור בדיאגרמת ון כולל ספרים שונים. בדוגמה זו, נעשה שימוש בדיאגרמת ון בדרך המתאימה להגדרה המתמטית ולא להגדרה של תחום השפה. כשדוגמה זו הוצגה במפורש למורת מורים בתחום השפה, היא ציינה שהרגישה בנוח עם השימוש בדוגמה זו ושלא היתה חושבת על זה כמשהו שונה מהשימוש הטיפוסי של דומה ושונה. אם כך, מדוע הפרשנות השגויה הופיעה בתכנית ההשתלמות? לא ניתן הקשר מתאים ולא ניתן הסבר לקביעת השימוש אליו התכוונו בדיאגרמת ון (ראו איור 8), ולכן שתי הפרשנויות היו סבירות.



Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2015  
By the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. [www.nctm.org](http://www.nctm.org). All rights reserved.  
NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

## הבנה של דיאגרמות ון אצל תלמידים

על מנת לבדוק האם לתלמידי בית ספר יסודי יש רעיונות אודות דיאגרמות ון, הדומים לאלה המוצגים במאמר זה, שאלנו תלמידי כיתה ד' ארבע שאלות הכוללות דיאגרמות ון, ולאחר מכן בצענו איתם את הפעילות "כותרות הטבעות" (Ring Labels Activity) (NCTM 2001). שתי השאלות הראשונות היו על הג'ירפות/חיות ועל הריבועים/מלבנים שהוצגו לעיל. שתי השאלות האחרונות הציגו דיאגרמת ון עם השאלה "מה לדעתך המשמעות של הדיאגרמה הזו או מה היא מנסה להדגים?" אחת הדיאגרמות היתה דיאגרמת ון של עיגולים עם חלק משותף, שבה הוצגו הדומה והשונה בין וינסנט וויליה (ראו איור 4), והאחרת היתה דיאגרמת ון של עיגולים קונצנטריים, כשהכותרת של העיגול החיצוני היתה gadgets ושל העיגול הפנימי היתה widgets. בשלב מוקדם יותר של שנת הלימודים, נחשפו תלמידים אלה לדיאגרמות ון בשיעורי היסטוריה, בהם השתמשו בעיגולים עם חלק משותף כדי להשוות בין המושבות האמריקניות. בשיעורי מתמטיקה הם מיינו מרובעים תוך שימוש בדיאגרמות עץ, כך שהם למדו שריבוע הוא מלבן, אבל הם לא השתמשו בדיאגרמת ון בלימוד הקודם שלהם של מלבנים בשנה זו.

תשובות התלמידים היו דומות לאלה של המורים בכך שהופיעו שני השימושים – הדומה והשונה והמיון, כשרוב הזמן נעשה שימוש בדומה ובשונה. שמונה מתוך תשעה עשר תלמידים בכיתה ענו הן על שאלת הג'ירפה/חיה והן על שאלת הריבוע/מלבן על ידי בחירת עיגולים עם חלק משותף, ומתן הסברים הכוללים תכונות דומות ושונות. כמה מתלמידים אלה כן דיברו על מיון בכך שציינו שג'ירפה היא סוג של חיה ו/או שריבוע הוא סוג של מלבן, אך הם עדיין בחרו בדיאגרמה של עיגולים עם חלק משותף ולא בעיגולים קונצנטריים והסבירו את בחירותיהם במונחים של דמיון ושוני. לדוגמה, תלמיד אחד הסביר, "ג'ירפות הן חיות, אבל יש ביניהן הרבה הבדלים" ו"ריבוע הוא מלבן, אז הם חלקית אותו הדבר". חמישה תלמידים נוספים מתוך התשעה עשר בחרו בעיגולים עם חלק משותף עבור שאלת הג'ירפה/חיה, אבל החליפו לעיגולים קונצנטריים עבור שאלת הריבוע/מלבן. תלמידה אחת הסבירה,

כי כדי להשוות בין חיות וג'ירפות, צריך מקום כדי לשים את הדברים הדומים והשונים. במעגלים עם חלק משותף יש מקומות להשוות בין חיות וג'ירפות.

אותה תלמידה הסבירה את הבחירה שלה בעיגולים קונצנטריים עבור שאלת הריבוע/מלבן:  
 [בחרתי עיגולים קונצנטריים] כי ריבוע הוא מלבן. לעומת זאת, אני גם יודעת  
 שמלבן הוא לא ריבוע. אז הריבוע יהיה העיגול הקטן, והמלבן יהיה הגדול.  
 המלבן קצת שונה מהריבוע, אז יש גם דברים דומים וגם שונים.  
 הסבר אפשרי אחד לבחירה השונה של תלמידים אלה בשאלות של ג'רפות/חיות ושל  
 ריבועים/מלבנים הוא הקשר לא מתמטי לעומת הקשר מתמטי. חמישה מתוך שאר ששת  
 התלמידים בחרו עיגולים זרים עבור שאלת הג'רפות/חיות, כששניים מתוכם בחרו עיגולים  
 קונצנטריים עבור שאלת הריבועים/מלבנים, ושלושה בחרו עיגולים עם חלק משותף. הסברים  
 לבחירת עיגולים זרים עבור הג'רפות והחיות היו:

- "כי הם שני דברים שונים"
- "כי הם בדיוק אותו הדבר"
- כי אתה רק מוצא את השונה ולא את הדומה

למרות שעיגולים זרים לא משמשים בדרך כלל לסיוע בהשוואה, תלמידים אלה כפו את  
 המשמעויות של ההשוואה על העיגולים הזרים כדי להסביר את הקשר בין ג'רפות וחיות. כל  
 אחד מתשעה עשר התלמידים הפגין הבנה של הדיאגרמה באיור 4, שבה מוצאים את  
 הדומה והשונה בין וינסנט וויולה. לעומת זאת, רק חמישה תלמידים הציעו נכון שדיאגרמת ון  
 בצורת העיגולים הקונצנטריים, עם widgets בעיגול הפנימי ו-gidgets בעיגול החיצוני,  
 מנסה להדגים ש-widget הוא סוג של gidget. אחד מתלמידים אלה הסביר,  
 שדיאגרמה זו מראה שכל מה שקיים על widget [a] הוא אותו הדבר עבור gidget, למרות  
 של-gidgets יש קצת יותר תכונות שאין ל-widgets.

מהתגובות לשאלת ה-gidget / widget מצאנו שלתלמידים יש מגוון של רעיונות אודות  
 המשמעות של דיאגרמת ון בצורת עיגולים קונצנטריים. תלמיד אחד אמר "אני חושב שזה  
 אומר שה-gidgets הם לגמרי שונים מה-widgets". לעומתו, תלמיד אחר אמר,

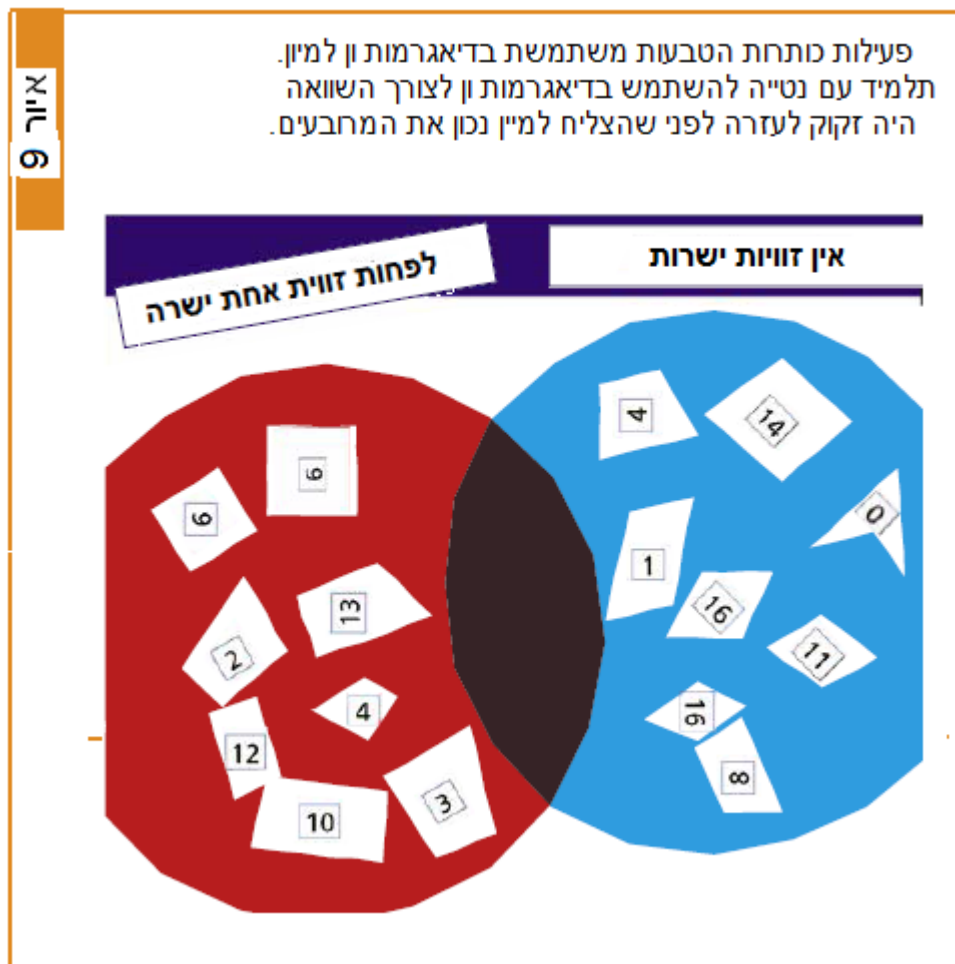
אני לא יודע מה זה בדיוק, אבל אני חושב שזה מנסה להשוות בין gidgets ל-widgets  
 רק בדומה ביניהם, והמשמעות של העיגול הקטן יותר באמצע היא "מה המשותף ל-  
 widgets ול-gidgets?"

תלמיד אחר הסביר,

אני יודע ש-gidgets ו-widgets הם שונים אבל לא אותו הדבר כי אין שום דבר שבו  
 אפשר לכתוב במה הם אותו הדבר.

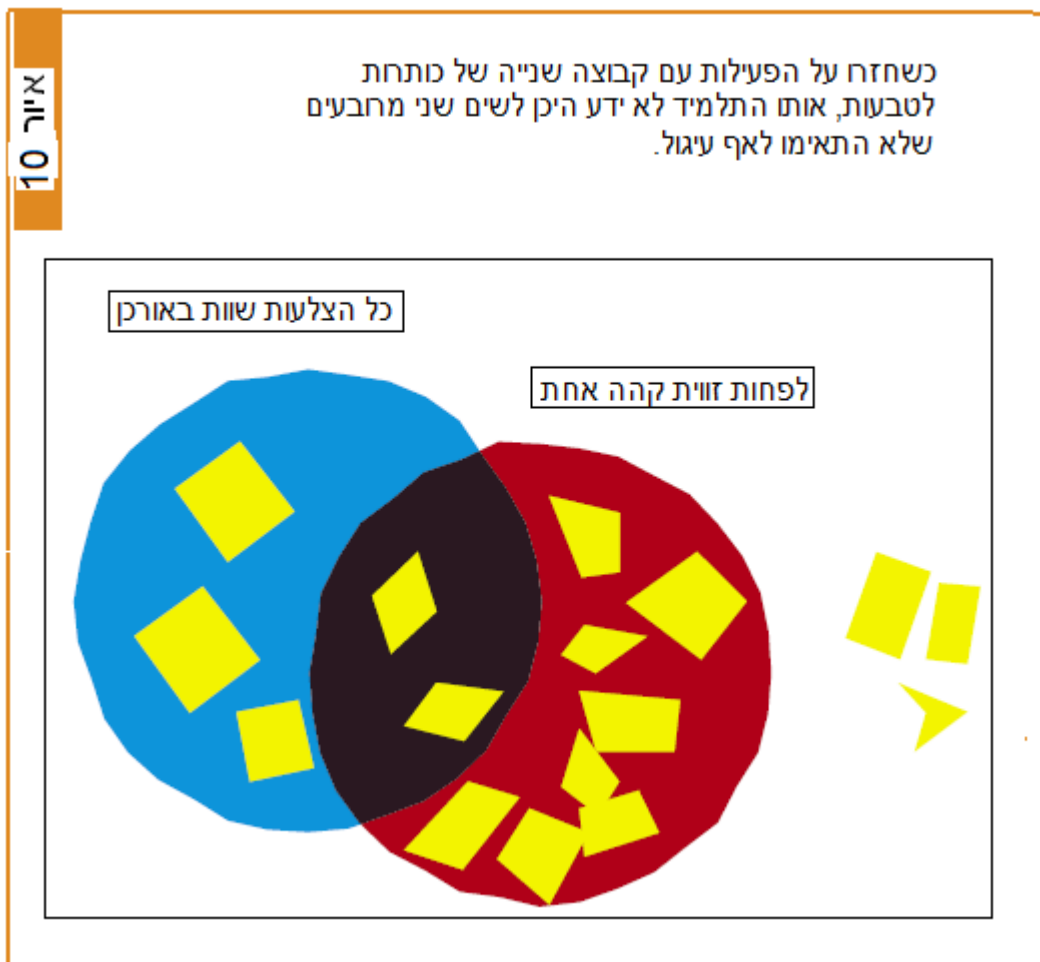
## עבודתו של תלמיד אחד עם דיאגרמות ון

על מנת להמשיך ולחקור את חשיבתו של תלמיד שתשובותיו לארבע השאלות לא כללו התייחסות לדיאגרמות ון בצורת החשיבה של מיון, התמקדנו בתלמיד אחד כזה בשעה שהכיתה עסקה בפעילות כותרות הטבעת, פעילות בה משתמשים בדיאגרמות ון כדי למיין. הכיתה כולה התבקשה ליצור דיאגרמת ון עם הטבעות שלהם, לתת כותרת לטבעות כפי שצויין, ואחר כך לשים מגוון של מרובעים גזורים במקומות המתאימים בדיאגרמת ון. הכותרות של הטבעת הראשונה היו "לפחות זווית אחת ישרה" ו"אין זוויות ישרות". התלמיד התחיל עם העיגולים עם החלק המשותף והצליח לשים את המרובעים במקומות המתאימים. (ראו איור 9).



כאשר נשאל על העובדה שלא היה דבר בחלק המשותף של העיגולים, התגובה הראשונה של התלמיד היתה לחפש מרובע לשים בחלק המשותף. לאחר שהתלמיד קיבל רמז לחשוב

על הכותרות של הטבעות, הוא ציין ששום דבר לא שייך לחלק המשותף. אחר כך הראו לו כיצד ניתן להפריד בין העיגולים עם החלק המשותף כך שיצרו עיגולים זרים. כשחזרו על הפעילות עם קבוצה שנייה של כותרות לטבעות, התוצאה היתה ששני מרובעים לא התאימו לאף עיגול. התלמיד היה אובד עצות היכן לשים ריבועים אלה. לאחר מכן דנו במשמעות האיזור מחוץ לעיגולים בדיאגרמת ון בה משתמשים למיין (ראו איור 10). למרות נטייתו של תלמיד זה למצוא את הדומה והשונה עם דיאגרמות ון, הוא הצליח למיין את המרובעים בפעילות כותרות הטבעות, למרות שללא הסבר נוסף, היו נשארים פערים בהבנתו.



## השלכות לכיתה

המחקר שלנו על הבנת דיאגרמות ון על ידי תלמידים מביא אותנו להמלצות הבאות עבור מורי בית ספר יסודי המשתמשים עם תלמידיהם בדיאגרמות ון. אנו ממליצים לתת לילדים הזדמנויות רבות להתנסות בכל שלושת הסוגים של דיאגרמות ון ובשני השימושים של דיאגרמות ון מעבר לתחומי התוכן. שימוש בדיאגרמות ון כדי למצוא את הדומה והשונה בין מושגים מתמטיים יכול לעזור לתלמידים בהבנת המושגים. תלמידים יכולים לעסוק בשימוש של דיאגרמות ון לצורך מיון בתחומי הקריאה, שפה, מדעים והיסטוריה. לדוגמה, הספר *G is for Googol: A Math Alphabet Book* (Schwartz 1998, p. 44) מראה את כל שלושת הסוגים של דיאגרמות ון ונותן דוגמאות לשימוש בהן בדרך המתמטית הטיפוסית, למרות שהוא קשור לתחום השפה.

אנו ממליצים שמורים יספקו הקשר ודוגמאות מתאימים כדי לעזור להאיר את השימוש הרצוי בדיאגרמות ון. יחד עם זאת, תלמידים רבים עדיין יהיו זקוקים להנחיות לגבי המשמעות של דיאגרמות בצורת עיגולים קונצנטריים ועיגולים זרים. דיאגרמת ון בצורת עיגולים קונצנטריים (ראו איור 5), המדגימה שכל מספר טבעי הוא מספר שלם וכל מספר שלם הוא מספר רציונלי, עלולה למעשה לא לעזור לתלמידים להבין את הקשרים האלה, אם הם מתייחסים לדיאגרמה באופן של מציאת הדומה והשונה. דרך מצוינת לתלמידים לעסוק ברעיון של שימוש בעיגולים קונצנטריים ובעיגולים זרים לצורך מיון, היא לבצע את הפעילות כותרות הטבעות (Ring Labels Activity, NCTM 2001), ולבחור את הכותרות לטבעות כך שהעיגולים הם זרים או קונצנטריים.

בנוסף אנו מציעים שבמידת האפשר, השימוש בתמונה של דיאגרמת ון יהיה כאחד מכמה ייצוגים ולא בנפרד. לבסוף, כפי שלמדנו מתלמידי כיתה ד' בהם צפינו, ניתן ללמוד רבות על ידי בקשה מהתלמידים לתעד את חשיבתם. זה נכון במיוחד בהקשר לשימוש בדיאגרמות ון. דבר זה עשוי לעזור למורים להשתמש בדיאגרמות ון עם תלמידים בצורה משמעותית יותר בכל תחומי התוכן.

## BIBLIOGRAPHY

- Camp, Deanne. 2000. "It Takes Two: Teaching with Twin Texts of Fact and Fiction." *The Reading Teacher* 53 (5): 400–8.
- Colarusso, Sherry. 2006. *Vincent and Viola*. Lewisville, NC: Kaplan Early Learning.
- Edwards, Anthony William Fairbank. 2004. *Cogwheels of the Mind: The Story of Venn Diagrams*. Foreword by Ian Stewart. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press.
- Harris, Theodore Lester, and Richard E. Hodges, eds. 1995. *The Literacy Dictionary: The Vocabulary of Reading and Writing*. Newark, DE: International Reading Association.
- Gavin, M. Katherine, Louise P. Belkin, Ann Marie Spinelli, and Judy St. Marie. 2001. *Navigating through Geometry in Grades 3–5. Principles and Standards for School Mathematics* Navigations series. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Olson, Melfried, Lynae Sakshaug, and Judith Olson, eds. 1998. "Problem Solvers: How Many Sandwiches?" *Teaching Children Mathematics* 4 (March): 402–3.
- Schwartz, David M. 1998. *G Is for Googol: A Math Alphabet Book*. Illus. by Marissa Moss. Berkeley, CA: Tricycle.
- Van Dyke, Frances. 1995. "A Visual Approach to Deductive Reasoning." *Mathematics Teacher* 88 (6): 481–86, 492–94.
- Weisstein, Eric W. "Venn Diagram." From *MathWorld*—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/VennDiagram.html>
- Welchman-Tischler, Rosamond. 1992. *How to Use Children's Literature to Teach Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.