מציאת מספר הקוביות במבני קוביות מלבניים

Finding the Number of Cubes in Rectangular Cube Buildings

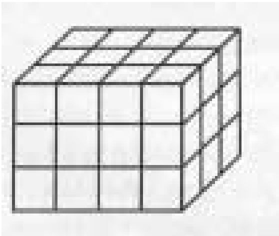
מאת: Michael Battista and Douglas H. Clements

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, Vol. 4 , No. 5, January 1998, pp. 258-264

תרגום: ברכה סגליס

תלמידי בית הספר היסודי מגלים קושי ניכר במציאת מספר הקוביות שמכילים מבנים תלת מימדיים בעלי פאות מלבניות כמו זה המופיע באיור 1 (Battista and Clements 1996). לחשיבה הנדרשת לצורך ביצוע משימות כאלו יש חשיבות משום שהיא בונה את המסגרת הקוגניטיבית להבנה של מדידת נפח ושל הנוסחאות לקביעת נפח.

איור 1: מבנה מקוביות תלת מימדי



מאמר זה מתאר אסטרטגיות אופייניות של תלמידים למניית מספר הקוביות במבנים תלת מימדיים ומבהיר מדוע בעיות אלו כה קשות לתלמידים. כמו כן מביא המאמר משימות לימודיות העשויות לסייע לתלמידים לפתח דרכים יעילות יותר לחשיבה על בעיות כאלה.

חסר בקואורדינציה

לאחר שרנדה, תלמידה בכיתה ה', בנתה מספר מבנים תלת-מימדיים כאלה בעזרת קוביות מתחברות, שאל אותה המראיין כמה קוביות היא תצטרך כדי לעשות את המבנה המופיע באיור 2א.

רנדה: "יש לו 3×4 ו 4×4, 48=4×12, ועוד 16 שווה 64. יש כמה שאי אפשר לראות בציור" [היא כפלה את שתים עשרה הקוביות שבכל פאה ב-4, שהוא מספר הפאות. לאחר מכן היא הוסיפה את שש עשרה הקוביות שלמעלה, אבל לא הוסיפה את אלו שלמטה. שימו לב שבאסטרטגיה של רנדה היתה ספירה כפולה של הקוביות הנמצאות לאורך רוב המקצועות של המבנה.]

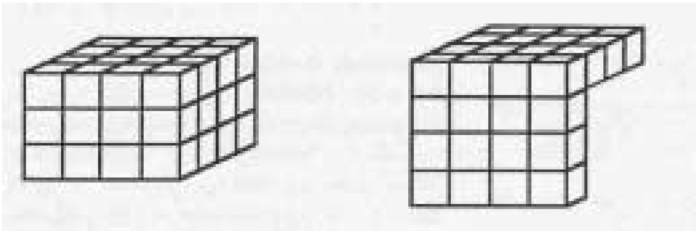
לאחר מכן בילתה רנדה עשרים דקות בניסיון להרכיב את המבנה מקוביות. היא בנתה את המבנה המופיע באיור 2ב מספר פעמים, כשהיא יוצרת את החלק העליון של 4×4 ואת החזית של 3×4 ומחברת אותם. עם זאת, בכל פעם היא עצרה והתחילה מחדש כשהיא מציינת שהחזית של המבנה שבנתה לא

1

תואמת את החזית של המבנה המצויר באיור 2א. המראיין ביקש אז מרנדה למצוא את מספר הקוביות במבנה המופיע באיור 2ב.

רנדה: "ארבע שורות של 4 בצד הזה [למעלה] ו- 4 בצד הזה [החזית]. אז זה 32=16+16". [שימו לב שהיא עדיין עשתה ספירה כפולה של הקוביות שלאורך המקצוע העליון הקדמי.]

איור 2: מבני הקוביות של רנדה

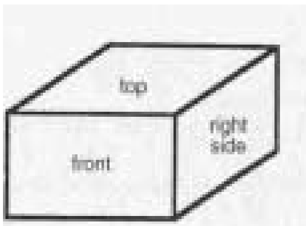


א ב

ארוע זה מבהיר את המקור העיקרי לקושי שיש לתלמידים רבים בבואם למנות קוביות המרכיבות מבנה מסוים. רנדה הראתה, הן במנייה והן בהרכבה, אי יכולת בולטת לעשות קואורדינציה של 'מבטים אורטוגונליים' שונים של מבני הקוביות. 'מבט אורטוגונלי' הוא מבט שבו רואים רק פאה אחת של המבנה. עבור המבנה המופיע באיור 2ב, היא הרכיבה את החלק העליון מקוביות, לאחר מכן את החזית, אבל לא היתה מסוגלת להבין כיצד שני חלקים אלו השתלבו ביחד. על מנת **לעשות קואורדינציה** של מבטים אלה, היתה רנדה צריכה לפרק את החלק העליון לקוביות המרכיבות אותו, לעשות אותו דבר עם החזית. לאחר מכן לקבוע את הקשר המרחבי בין המבטים לפיו ארבע הקוביות שבקצה הן חלק מהפאה העליונה ובעת ובעונה אחת חלק מהפאה החזיתית.

על מנת להמשיך ולחקור את הקשיים של תלמידים בקואורדינציה של מבטים אורטוגונליים במבנים מקוביות תכננו את המשימה שבאיור 3.

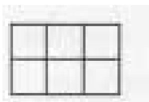
איור 3: בעיית הראיון



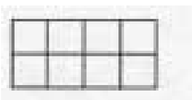
נניח ששמים בתיבה מבנה קוביות שממלא אותה לגמרי.
התיבה שקופה, כך שניתן לראות את המבנה דרך הדפנות שלה.

אחרי שממלאים את התיבה, מסתכלים על המבנה מהחזית שלו, מלמעלה ומהצד הימני שלו. [המראיין מציין בעזרת עיפרון את המקצועות של המבטים האורטוגונליים] .

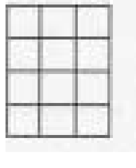
מהחזית, המבנה נראה כך:



מהצד הימני, המבנה נראה כך:



מלמעלה, המבנה נראה כך:



א. כמה קוביות נדרשות על מנת להרכיב את המבנה?

ב. האם תוכלו להרכיב את המבנה מקוביות?

במשימה זו לא ניתן להצליח במניית הקוביות או בהרכבת המבנה המתואר באמצעות שלושת המבטים האורטוגונליים ללא סוג מסוים של קואורדינציה בין המבטים. פחות מחודש קודם לכן, חמישה עשר תלמידי כיתה ה' אותם ראיינו על משימה זו, קיבלו הוראה מסורתית המראה שניתן למצוא את מספר הקוביות במבנה של קוביות על ידי הכפלת אורך× רוחב×גובה. למרות זאת, אף אחד לא ידע לאמר מהו מספר הקוביות במבנה המתואר באיור 3. יתר על כן, כמו רנדה, שבעה מהתלמידים ניסו להרכיב את המבנה על ידי בניית שניים או יותר צדדים שלמים ואחר כך חיבורם זה לזה - דבר המראה בברור על חוסר קואורדינציה. רק שניים מתלמידים אלו הבינו לבסוף שהצדדים כוללים קוביות משותפות ועשו קואורדינציה נאותה ביניהם על מנת לבנות את מבנה הקוביות.

מודלים מנטליים ואסטרטגיות מנייה של תלמידים

המודל המנטלי של מבנה מקוביות שיש לתלמיד קובע כיצד הוא מדמיין או 'רואה' את הקוביות במבנה (Battista 1994). תלמידי בית הספר היסודי משתמשים בסוגים אחדים של מודלים מנטליים בשעה שהם מנסים למנות את הקוביות שבמבנה קוביות. להלן נתאר מודלים אלו וכיצד הם משפיעים על אסטרטגיות המנייה של התלמידים, תוך התקדמות במידת המורכבות של האסטרטגיות.

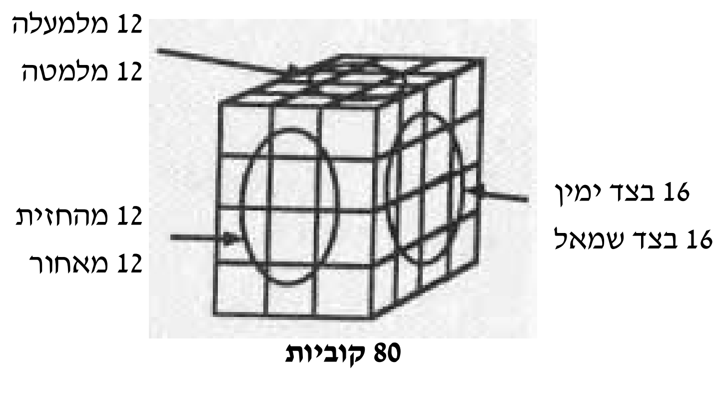
ראיית המבנים כאוסף לא מובנה של קוביות

תלמידים מתנהגים כאילו שאינם רואים ארגון כלשהו של הקוביות במבנה. על פי רוב הם מונים את הקוביות אחת אחת, וכמעט תמיד הם מתבלבלים במנייה.

ראיית המבנים אך ורק במונחי הצדדים או הפאות שלהם

התלמידים חושבים רק על הפאות של המבנה או על הצדדים שלו. הם מונים את כל קוביות הפאות, או רק חלק מהם, המופיעות בששת הצדדים של המבנה. כמו שהדוגמא באיור 4 מראה, אסטרטגיה זו היא בעייתית משום שמתעלמים מן הקוביות שבחלק הפנימי של המבנה ואילו הקוביות שבקצוות נמנות לעיתים קרובות יותר מפעם אחת.

איור 4: ראיית מבנים במונחי הצדדים שלהם



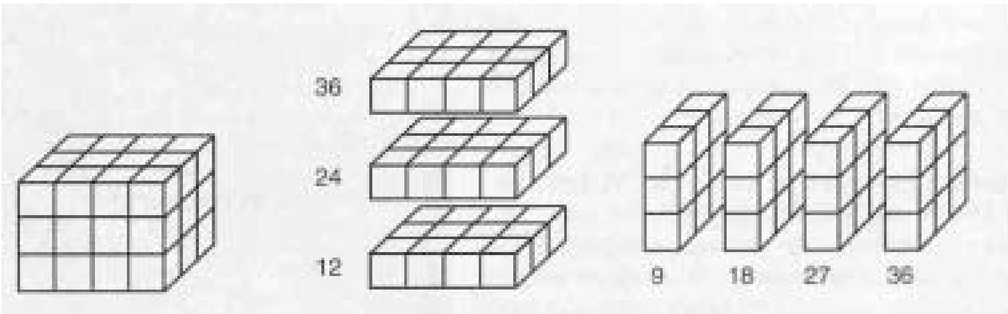
ראיית המבנים כמילוי חלל

תלמידים מנסים למנות גם את הקוביות שעל פני המבנה וגם את הקוביות הפנימיות, לעיתים בצורה נכונה ולרוב בצורה לא נכונה. תלמיד אופייני לקטיגוריה זו הוא זה שמנה את כל הקוביות של הפאות החיצוניות במבנה המופיע באיור 1 – שתים עשרה בכל פאה חזיתית, אחורית, עליונה ותחתונה, ותשע בכל צד של ימין ושמאל - וקיבל ששים ושש. לאחר מכן אמר שיש שתי קוביות באמצע כך שסך כל הקוביות הוא ששים ושמונה.

ראיית המבנים במונחים של שכבות

תלמידים קובעים את מספר הקוביות במבנה של קוביות שכבה אחר שכבה, כפי שניתן לראות באיור 5. השכבות יכולות להיות מאונכות או מאוזנות ותלמידים משתמשים לעיתים קרובות באחד הצדדים של מבנה הקוביות כייצוג של שכבה. בעוד שכמה מן התלמידים המשתמשים בשיטת השכבות סופרים את הקוביות בשכבה אחת אחת, הרי שרובם מונים את הקוביות על ידי כפל או חיבור חוזר.

איור 5: ראיית מבנים במונחים של שכבות



אסטרטגיות של תלמידים בכיתות ג' ו- ה'

בראיונות אישיים, בקשנו ממספר תלמידי כיתות ג׳ ו- ה׳ בעלי יכולת גבוהה מהממוצע לקבוע את מספר הקוביות במבני קוביות (Battista and Clements 1996). התברר לנו שכ- 60% מתלמידי כיתה ג׳ ו- 20% מתלמידי כיתה ה׳ ראו את המבנה כמורכב רק מהפאות החיצוניות שלו. כמו כן 64% מתלמידי כיתה ג׳ ו- 21% מתלמידי כיתה ה׳ מנו כמה מן הקוביות יותר מפעם אחת. למדנו גם שפחות מ- 20% מתלמידי כיתה ג׳ וכ- 60% מתלמידי כיתה ה׳ השתמשו באסטרטגיה של שכבות, כשרק 7% מתלמידי כיתה ג׳ ו- 29% מתלמידי כיתה ה׳ השתמשו נכון באסטרטגיית השכבות בכל שלוש הבעיות של הראיון. מאחר שתלמידים אלו היו מעל הממוצע, מספרים אלו כנראה ממעיטים בהערכת תכיפות השימוש באסטרטגיות הפחות מתוחכמות ומיעוט השימוש באסטרטגיה של שכבות אצל תלמידים בכלל.

לדוגמא: Ben-Chaim, Lappan and Houang (1985) דווחו שכ- 39% של תלמידי כיתות ה׳ – ח׳ ספרו

קוביות יותר מפעם אחת. שימוש התלמידים באסטרטגיות לא הושפע רבות מן האופן שבו הוצגו המבנים לתלמידים - אם בתרשים או במבנה של קוביות ממש (במקרה של הראיונות שלנו, לא הורשו התלמידים לפרק את מבני הקוביות), כך שאיננו יכולים לייחס את קשיי התלמידים לאי יכולתם להבין תרשימים.

שימוש בנוסחאות

המחקר שלנו ממחיש גם את חוסר הטעם בהוראת נוסחא או שיטה קבועה למציאת מספר הקוביות במבנים מקוביות, תרגול המצוי בספרי הלימוד של תלמידים בכיתות נמוכות, אפילו בכיתה ג׳. רק 7% של תלמידי כיתה ג׳ ו- 29% של תלמידי כיתה ה׳ היו עקביים בבנייה מנטלית של מבני קוביות במונחים של שכבות, בנייה שנראית לגמרי הכרחית אך בהחלט לא מספקת, לצורך הבנה של שיטה כזו. למעשה, רק תלמידים שכבר הגיעו להמשגה של בנייה בשכבות עשויים להיות 'מוכנים' להתחיל לבטא את שיטת המנייה שלהם באופן מופשט יותר במונחים של נוסחא. אבל גם עבורם, נשאלת השאלה האם הנוסחה אורך× רוחב×גובה מתארת באופן משמעותי את השיטה שלהם למציאת מספר הקוביות בתיבה. למעשה, מרביתם מתארים את השיטה האישית שיצרו כמורכבת משני צעדים ברורים: ראשית, הם קובעים את מספר הקוביות בשכבה, דבר שהם מוצאים בעזרת כפל או בדרך אחרת, שנית, הם מתייחסים למספר השכבות באמצעות שימוש בכפל, חיבור חוזר או ספירה בדילוגים.

עידוד ההתפתחות של מודלים מנטליים הולמים

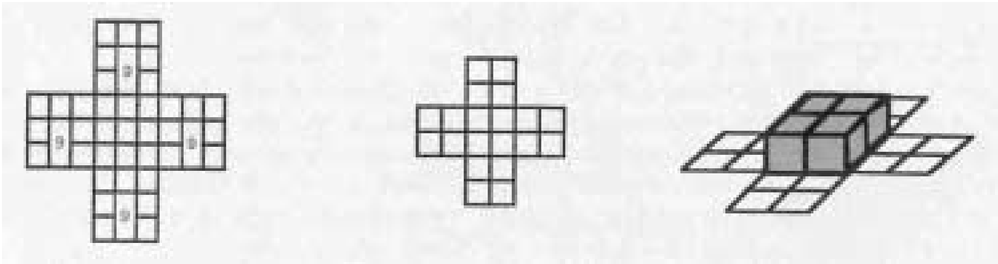
קרן, תלמידת כיתה ג׳, ציירה על נייר משובץ את הדגם המופיע באיור 6א. על מנת לקבוע את מספר הקוביות שימלאו את התיבה שניתן ליצור מדגם זה, היא ספרה תשע עבור כל אחת מארבע הפאות וסיכמה שבתיבה יש שלושים ושש קוביות. על מנת לבדוק את התשובה שלה, היא גזרה את הדגם שלה, יצרה ממנו תיבה, הרכיבה שלוש שכבות נפרדות של 3 על 3 קוביות והניחה אותן בתוך התיבה - אחת מעל השניה - ואז אמרה שיש בפנים שלושים ושש קוביות. כדי לעודד את קרן לחשוב שוב על אסטרטגיית המנייה שלה, ביקש ממנה המורה להוציא את הקוביות מן התיבה ולמנות אותן. קרן הוציאה את השכבות הנפרדות מן התיבה והניחה אותן אחת על השניה. היא מנתה את הפאות של הקוביות שהופיעו בארבעת הצדדים ושוב קיבלה תשובה של שלושים ושש. במאמץ להביא את קרן להבחין בטעות שלה, הפריד המורה את השכבות והניח אותן במישור זו ליד זו.

מורה: ״כמה קוביות״?

קרן: ״זה צריך להיות אותו מספר״.

קרן מנתה ביחידות עשרים ושבע קוביות ונראתה מופתעת. המורה שאל אותה כמה קוביות יכנסו לתיבה. קרן שמה את השכבות אחת על השנייה ואמרה שלושים ושש. המורה שוב הניח את שלוש השכבות זו ליד זו ובקש מקרן למנות את הקוביות. היא קיבלה עשרים ושבע, ואז הסיקה שבתיבה נכנסות שעשרים ושבע קוביות.

איור 6: הדגמים והמנייה של קרן



במהלך ארוע זה, קרן לא ידעה למנות בצורה נכונה את הקוביות המאורגנות בשכבות. גם כאשר הוציאה את הקוביות מן התיבה, קוביות שהיא עצמה סידרה בשלוש שכבות של תשע, היא המשיכה להאמין שהאסטרטגיה של מניית פאות הקוביות הנראות בארבעת הצדדים של מבנה הקוביה היא האסטרטגיה הנכונה. נראה היה כאילו שהיא מסוגלת לדמיין בכל פעם רק מבט אורטוגונלי אחד של הקוביה - היא לא היתה מסוגלת לעשות קואורדינציה של שני מבטים או יותר.

לאחר מכן דנו קרן והמורה שלה בשאלה כמה קוביות יכנסו בדגם של תיבה פתוחה בגודל $2 \times 2 \times 2$, דגם שקרן יצרה (ראו איור 6ב).

קרן: "4 + 4 + 4 +4" [היא מצביעה על ארבע הפאות של 2×2 המחוברים לבסיס].

מורה: "כמה קוביות יש בשכבה התחתונה"?

קרן: "ארבע".

מורה: "כמה שכבות"?

קרן: "ארבע" [היא מצביעה על ארבעת הריבועים שבאחת הפאות].

המורה של קרן הניח שכבת קוביות של 2×2 במרכז הדגם (ראו איור 6ג) ושוב שאל כמה שכבות יכנסו לתיבה. קרן היתה מופתעת. המורה ביקש מקרן להראות איפה יגעו בקוביה שני הריבועים התחתונים של אחת מפאות הדגם כאשר יקפלו את הפאה כלפי מעלה. קרן הראתה את המקום הנכון על הקוביות. הוא שאל אותה היכן יופיעו שני הריבועים הבאים שבדגם. קרן חשבה על כך במשך זמן מה, ואז היא הצביעה ואמרה שהם יבואו מעל שתי הקוביות שהיא ציינה קודם.

מורה: "כמה שכבות"?

קרן: "אני חושבת שתיים".

מורה: "אז כמה קוביות יהיו"?

קרן: "שמונה".

בטיפול הראשוני של קרן במבנים של קוביות, היא מנתה את הקוביות כשהיא מתמקדת לחלוטין בפאות הצדדיות של המבנים. תוך כדי המנייה, נראה היה שקשה לה לעקוב אחר הקוביות בשכבות. הנחיית המורה עזרה לקרן לראות את המערך השכבתי של המבנה של $2 \times 2 \times 2$, וזה איפשר לה למנות את הקוביות בצורה נכונה. יחד עם זאת, ההמשגה של קרן על מבני קוביות היתה בנקודה זו שברירית למדי. היא זקוקה להתנסויות נוספות בשימוש במבנה שכבתי לפני שתהיה מסוגלת ליישם המשגה זו באופן מהימן למבני קוביות אחרים.

משימות למידה

נתאר כעת מספר משימות למידה שפיתחנו במטרה לעזור לתלמידים לבנות לעצמם הבנה על המבנה המרחבי של בנייני קוביות. הבעיות צריכות להיות מוצגות לתלמידים כך שתאפשרנה להם לבנות לעצמם אסטרטגיות פתרון משמעותיות. המורה יכול לקדם הבניית אסטרטגיות אלו אם לא ׳יתן׳ לתלמידים שיטות לפתרון, אלא במקום זאת יעודד אותם להמציא, לחשוב על, לבחון ולדון באופן פומבי באסטרטגיות ברוח של חקירה ופתרון בעיות.

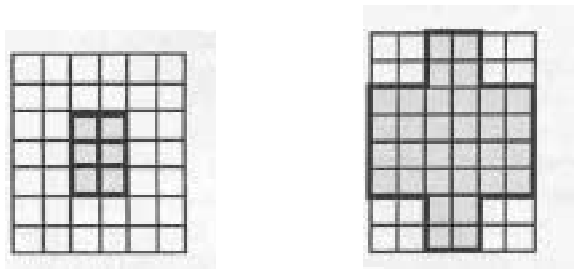
בכל שכבות הגיל, תלמידים מעלים השערות תחילה ואחר כך בודקים את ההשערות שלהם באמצעות הכנת תיבות מנייר משובץ ומילויין בקוביות מתחברות בעלות גודל זהה לגודל הריבועים של הנייר המשובץ. אנו מעודדים תלמידים להעלות השערות משום שהשערות אלו מבוססות על המודלים המנטליים העכשויים שלהם על מבני קוביות. העלאת השערות מעודדת את התלמידים לעשות רפלקציה על מודלים מנטליים אלו ולעדן אותם. למעשה, מה שאנו מנסים לפתח הוא את המודלים המנטליים של התלמידים. בקשה מן התלמידים רק ליצור תיבות ולמלא אותן בקוביות אינה מקדמת באותה מידה את הרפלקציה של התלמידים משום ש- א) ההזדמנויות לקונפליקט הקוגניטיבי העולה מאי ההתאמות שבין התשובות המשוערות לתשובות הממשיות פוחתות בהרבה ו- ב) תשומת הלב של התלמידים מתמקדת על הפעילות הפיזית במקום על החשיבה שלהם.

כיתה ג׳

המטרות של הפעילויות שלנו לכיתה ג׳ הן : א) לחקור את המבנה של תיבות מלבניות ומבני הקוביות שממלאים אותן. ב) לפתח אסטרטגיות לקביעת מספר הקוביות במבנים שהם בונים (ראה Battista and Clements, 1995a). מן הסיבות שכבר ציינו קודם, אנו מבקשים מן התלמידים לשער מה מספר הקוביות. עם זאת איננו מצפים מתלמידי כיתה ג׳ להיות בקיאים בהעלאת השערות כאלו.

לאחר שמציגים בפניהם את הרעיון של דגם של תיבה על ידי יצירה וחקירה של דגמי תיבות המכילים קוביה אחת ולאחר מכן דגמי תיבות המכילים שתי קוביות, נותנים לתלמידים לחקור דגמים של תיבות המכילות מספר גדול יותר של קוביות. למשל : אחרי שתלמידים משערים כמה קוביות נכנסות לתיבה שהוכנה מהדגם המוצג באיור 7א, הם קובעים את תשובתם בעזרת גזירה של הדגם, בניית התיבה ומלוייה בקוביות.

איור 7: משימות של דגמי תיבות לכיתה ג'



ב   א

בקבוצת הבעיות השנייה מראים לתלמידים את הדגם שבאיור 7ב, למשל, ומבקשים מהם לצייר את הפאות כך שהדגם השלם ייצור תיבה פתוחה שמכילה בדיוק שתים עשרה קוביות. ישנם תלמידים שמסוגלים להשלים את הדגם רק אחרי שהם מרכיבים מבנה מקוביות ומניחים אותו על הבסיס.
פעילויות אלו מלוות בפעילויות רבות שבהם התלמידים יוצרים תיבות ולאחר מכן קובעים כמה קוביות נדרשות על מנת למלא אותן.

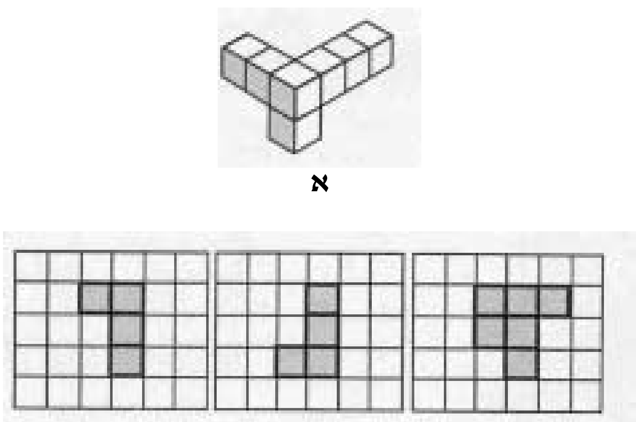
כיתה ד'

תיארנו את הרעיון האומר שעל מנת שתלמידים יבנו לעצמם מודלים מנטליים נכונים למבנים של קוביות, הם צריכים לעשות קואורדינציה של מבטים אורטוגונליים שונים. לכן אנו מבקשים מן התלמידים בכיתה ד' לעשות בדיוק כך (Battista and Clements, 1995b). אנו נותנים בעיות כמו אלו:

א) ציירו על נייר משובץ, את החזית, החלק העליון והצדדים של מבנה הקוביות שבאיור 8א. בידקו באמצעות הרכבת המבנה מקוביות.

ב) השתמשו בקוביות מתחברות להרכבת מבנה הקוביות שיש לו את שלושת המבטים המופיעים באיור 8ב.

איור 8: משימות לכיתה ד'



מבט מהחזית   מבט מלמעלה   מבט מהצד

ב

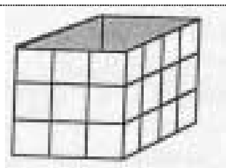
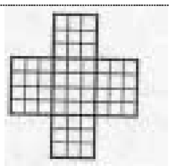
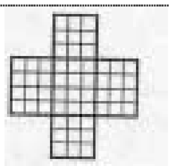
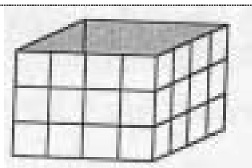
כיתה ה'

בכיתה ה' אנו מתמקדים בכך שילדים יפתחו אסטרטגיות ל**ניבוי** מדויק של מספר הקוביות או האריזות הדרוש על מנת למלא תיבה (ראה Battista and Berle-Carman, 1995). התלמידים בודקים את ההשערות שלהם באמצעות יצירת תיבות מנייר ומילויין בקוביות. פעילויות אלו מעודדות את התלמידים לפתח מודלים מנטליים של תיבות ומבנים מקוביות, אשר תומכים באסטרטגיות מנייה יעילות. המטרה שלנו היא שהתלמידים ילמדו לחשוב על מבנים מקוביות במונחים של שכבות וישתמשו באסטרטגיות מספריות מתאימות למניית הקוביות על בסיס המשגה זו של שכבות. לדוגמא: "שכבה מכילה שתים עשרה קוביות, יש חמש שכבות, אז יש בסך הכל ששים קוביות".

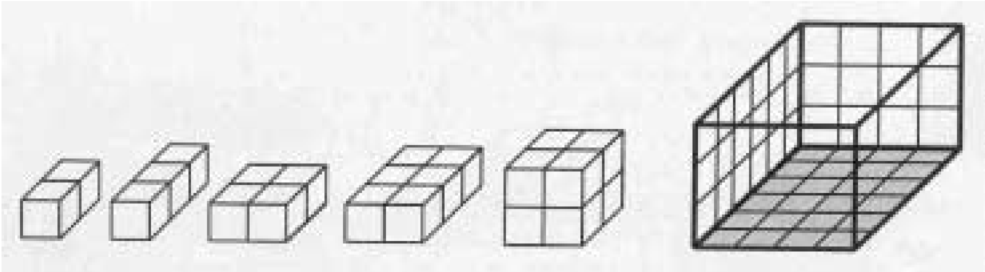
תלמידים מתחילים עם בעיות כמו אלו שבאיור 9, שבהן הם צריכים לשער כמה קוביות נכנסות בתיבה, לאחר מכן בודקים את תשובותיהם באמצעות יצירת התיבה ומילוייה בקוביות. יש לתת מספר פעילויות מכל סוג. תלמידים צריכים לבדוק את ההשערה שלהם על תיבה אחת לפני שהם עוברים הלאה לתיבה הבאה. רצף זה של פעילויות מאפשר לתלמידים לבנות לעצמם אסטרטגיות משמעותיות לניבוי מספר הקוביות שבתיבה.

לאחר מכן התלמידים משערים כמה אריזות של קוביות בגדלים שונים ניתן להכניס בתיבות. שוב, הם נדרשים לבדוק את תשובותיהם באמצעות יצירת התיבות ומילויים באריזות (ראו איור 10). המטרה היא לוודא שהתלמידים אכן מדמיינים את ארגון הקוביות או האריזות בתיבות, במקום להשתמש בשיטה מספרית שאינה מובנת להם.

איור 9: משימות ה"כמה קוביות?" של כיתה ה'

	תיבה	דגם
בעיה מסוג 1: נתונות גם תמונת התיבה וגם תמונת הדגם		
בעיה מסוג 2: נתונה רק תמונת הדגם של התיבה		
בעיה מסוג 3: נתונה רק תמונת התיבה		
בעיה מסוג 4: נתון רק תיאור מילולי של התיבה	תחתית התיבה היא באורך של 6 קוביות וברוחב של 5 קוביות. גובה התיבה הוא 4 קוביות.	

איור 10: משימות ה"כמה אריזות?" של כיתה ה'



מסקנות

המחקר שלנו מציע שהתפתחות האסטרטגיות של תלמידים למנייה משמעותית של מספר הקוביות במבנים של קוביות, שהינו רעיון מהותי בהבנה של מדידת נפח, הוא תהליך הרבה יותר קשה ממה שסברו עד כה. ראינו שהמקור לקשיים עבור תלמידים רבים, טמון באי יכולתם לעשות קואורדינציה ואינטגרציה של המבטים של המבנה על מנת ליצור מודל מנטלי יחידי ועקבי שלו. על מנת שתלמידים יהיו מסוגלים לבנות לעצמם מודלים מנטליים הולמים ואסטרטגיות משמעותיות למניית הקוביות במבני קוביות, עליהם להיות מעורבים בביצוע משימות למידה מתאימות – משימות המעודדות ותומכות בהתפתחות אישית של אסטרטגיות מנייה המבוססות על מודלים מנטליים הולמים של מבני קוביות.

רעיונות למחקרי פעולה:

1) העריכו את האסטרטגיות של תלמידיכם למניית הקוביות במבני קוביות בדרכים הבאות:
   א. בקשו מהם לקבוע כמה קוביות יצטרכו על מנת להרכיב את המבנה המופיע באיור 1.
   ב. בקשו מהם לתאר בכתב כיצד בדיוק מצאו את מספר הקוביות.
   ג. בקשו מהם לחלוק עם חבריהם את תשובותיהם ואת האסטרטגיות שלהם.

   מיינו את האסטרטגיות של התלמידים על פי תיאור האסטרטגיות המופיע במאמר זה בפרק על המודלים המנטליים של תלמידים.

2) המשיכו לבקש מתלמידיכם למנות את הקוביות במבני קוביות שונים במשך מספר חודשים. בקשו מהם לכתוב תיאורים של האסטרטגיות שלהם ואז לחלוק אותם עם יתר תלמידי הכיתה. תעדו את האסטרטגיה של כל תלמיד וציינו אילו שינויים חלו בה מאז ההערכה הקודמת.

ביבליוגרפיה

Battista, Michael T. “On Greeno’s Environmental/Model View of Conceptual Domains: A Spatial/Geometric Perrspective.” *Journal for Research in Mathematics Education* 25 (January 1994): 86-94.

Battista, Michael T., and Mary Berle-Carman: *Containers and Cubes.* Palo Alto. Calif.:Dale Seymour Publications,1995.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements. *Exploring Solids and Boxes.* . Palo Alto. Calif.:Dale Seymour Publications,1995a.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements. *Seeing Solids and Silhouetts.* . Palo Alto. Calif.:Dale Seymour Publications,1995b.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements.”Students’ Understanding of Three-Dimensional Rectangular Arrays of Cubes.” .” *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (May 1996):258-292.

Ben-Chaim, D., G. Lappan, and R.T. Houang. “Visualizing Rectangular Solids Made of Small Cubes: Analyzing and Effecting Students’ Performance.” *Educational Studies in Mathematics* 16 (1985): 389-409.