إيجاد عدد المكعبات في الصندوق (متوازي المستطيلات)

Finding the Number of Cubes in Rectangular Cube Buildings

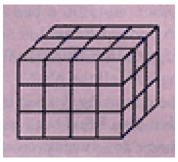
تأليف: Douglas H. Clements و Michael Battista

Teaching Children Mathematics, January 1998, Vol 4, No. 5

ترجمة: كميل ظاهر

يجد طلاب المدارس الابتدائية صعوبة جمة في تحديد عدد المكعبات التي تتضمنها مجسمات على شكل صندوق مثل المجسم الذي يظهر في **الصورة 1** (Battista and Clements 1996). إن التفسير المطلوب لإنهاء مهام من هذا النوع هو هام لأنه يبني أطارًا إدراكيًا لفهم قياس الأحجام ومعادلات تحديدها. يصف هذا المقال إستراتيجيات الطالب النموذجي لعدّ المكعبات في مجسم مبني من مكعبات ويوضح لماذا تكون هذه المسائل صعبة جدًا بالنسبة للطلاب. ويصف هذا المقال، أيضًا، مهامًا إرشادية يمكنها أن تساعد الطلاب على تطوير طرق أنجع للتفكير في هذه المسائل.

الصورة 1 : مجسم مبني من مكعبات



الافتقار إلى التنسيق

بعد أن قامت رندا، وهي طالبة في الصف الخامس، ببناء عدة مجسمات بواسطة مكعبات متصلة ببعضها البعض، سألها مجري المقابلة عن عدد المكعبات التي ستحتاجها لإقامة المجسم الذي يظهر في **الصورة 2أ**.

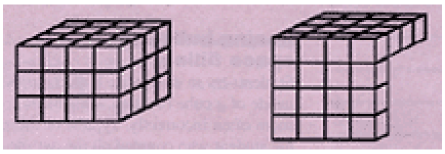
رندا: يوجد فيه 3×4 وَ 4×4, 4×12=48, وَ16 يساوي 64. هنالك بعض المكعبات التي لا تستطيع رؤيتها في الصورة. (لقد قامت بضرب الـ12 مكعبًا الموجودة في كل وجه بـ 4، وهو عدد الوجوه. ثم قامت بإضافة 16 مكعبًا التي من فوق، لكنها لم تقم بإضافة المكعبات السفلى. لاحظ أن إستراتيجية رندا قامت بعدّ المكعبات الموجودة على طول معظم أضلاع (حواف) المجسم عدًا مضاعفًا.)

أمضت رندا ما يقارب الـ20 دقيقة محاولة تركيب المجسم من المكعبات. فقد قامت ببناء الشكل المبيّن في **الصورة 2ب** عدة مرات عن طريق تركيب الوجه العلوي من 4 × 4 مكعبات والوجه الأمامي من 3 × 4 مكعبات ثم ضمتهما إلى بعضهما. ولكنها توقفت في كل مرّة وبدأت التركيب من جديد عندما لاحظت أن الوجه الأمامي للشكل الذي قامت بتركيبه لا يلائم الوجه الأمامي المبيّن

1

في **الصورة 2أ**. وعندها طلب منها مجري المقابلة أن تجد عدد المكعبات الموجودة في الشكل المبيّن في **الصورة 2ب.**

الصورة **2**: تشكيلات المكعبات التي قامت بتركيبها رندا



أ **ب**

رندا: أربعة صفوف مكونة من 4 مكعبات على هذا الجانب (العلوي) و 4 على هذا الجانب (الأمامي). وهكذا يكون ذلك 32 = 16 + 16. (لاحظ أنها لا تزال تعدّ المكعبات على طول الحافة العلوية الأمامية عدًّا مضاعفًا.)

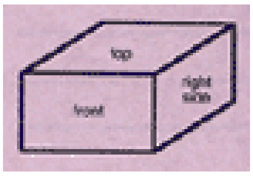
تبيّن هذه الواقعة المصدر الرئيسي للصعوبة التي يواجهها الطلاب عند عد المكعبات في مجسم معين (مجسم مبني بواسطة مكعبات). وأظهرت رندا، في العدّ وفي التركيب، عجزًا واضحًا في تنسيق رؤى متعامدة مختلفة من تشكيلات المكعبات. إن الرؤية المتعامدة هي الشكل الذي يظهر فيه وجه واحد من المجسم. بالنسبة للشكل المعروض في **الصورة 2ب**، فقد قامت رندا ببناء الجزء العلوي من المكعبات، ثم الجزء الأمامي، لكنها لم تستوعب كيفية تركيب هذين الجزأين معًا. ومن أجل تنسيق هذه الرؤى، كان يجب على رندا تفكيك الجزء العلوي إلىالمكعبات التي كونته، والقيام بنفس الشيء مع الجزء الأمامي، ثم إقامة علاقة حيّزية بين الرؤى التي تبيّن أن مكعبات أربعة الحواف هي جزء من الوجه العلوي والوجه الأمامي.

لقد صممنا المسألة في **الصورة 3** للتعمق في البحث حول صعوبات الطلاب في تنسيق الرؤى المتعامدة للمجسمات المبنية من مكعبات. من غير الممكن القيام بعدّ المكعبات في المجسم الذي تعرضه الرؤىالمتعامدة أو بناءه بدون نوع من التنسيق بين الرؤى المختلفة. قبل أقل من شهر من ذلك، تلقى 15 طالبًا من طلاب الصف الخامس الذين قابلناهم بشأن هذه المهمة تعليمات تقليدية تُظهر أنه يمكن الحصول على عدد المكعبات في مجسم مبني من مكعبات عن طريق ضرب الطول في العرض في الإرتفاع. ومع ذلك، لم يقم أحد منهم بتحديد عدد المكعبات الصحيح للمجسم الذي يظهر في **الصورة 3**.

بالإضافة إلىذلك، حاول سبعة من الطلاب، مثل رندا، بناء المجسم عن طريق بناء جانبين أو أكثر، ثم وصلهما ببعضهما البعض- وهذا يظهر بوضوح إفتقار في التنسيق. وفي النهاية، أدرك إثنان فقط من الطلاب أن الجوانب تحتوي على مكعبات مشتركة، وقاموا بتنسيقها بشكل ملائم من أجل بناء مجسم مكعبات بشكل صحيح.

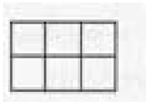
الصورة 3

في حال قمنا بملء الصندوق بمكعبات. الصندوق شفاف، وتستطيع رؤية ما في داخله من خلال الجوانب

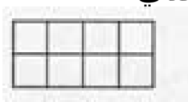


بعد إن قمنا بملء الصندوق، ننظر إلىالمجسم من الجانب الأمامي، العلوي، واليمني.(قم بالإشارة إلى خطوط الرؤية المتعامدة بقلم رصاص)

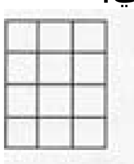
هكذا يظهر المجسم من **الأمام**:



هكذا يظهر المجسم من الجانب **اليمني**



هكذا يظهر المجسم من الجانب **العلوي**:



أ) ما هو عدد المكعبات التي نحتاجه لبناء المجسم؟

ب) هل تستطيع بناء المجسم بمكعبات؟

نماذج الطلاب الذهنية وإستراتيجيات العدّ

يحدد نموذج الطلاب الذهني لمجسم مبني من مكعبات كيفية تخيّل الطالب أو "رؤيته" للمكعبات داخل المجسم (Battista 1994). ويستخدم طلاب المدارس الإبتدائية عددًا من النماذج الذهنية عند محاولتهم عدّ المكعبات في مجسم مبني من مكعبات. سنصف بعد ذلك تلك النماذج وكيفية تأثيرها على إستراتيجيات العدّ لدى الطلاب، وسنبدأ بالنموذج أقلها إحكامًا لنصل إلىالنموذج أكثرها إحكامًا.

رؤية المجسمات كمجموعات من المكعبات غير مبنية

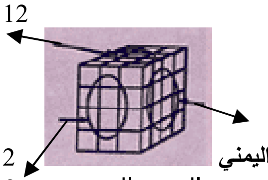
يتصرف الطلاب كأنهم لا يرون أي ترتيب للمكعبات في المجسم. وعادة ما يقومون بعدّ المكعبات واحدًا واحدًا، وعلى الأغلب يضلّون طريقهم عند العدّ.

رؤية المجسامات من ناحية أوجهها وجوانبها

يفكر الطلاب عادة بأوجه مجسمات المكعبات أو جوانبها. فهم يقومون بعدّ بعض أوجه المكعبات التي تظهر على جوانب المجسم الستة. وكما تبيّن الصورة 4، فإن هذه ال إستراتيجية تسبب المشاكل لأنه يتم من خلالها تجاهل المكعبات الموجودة داخل المجسم وعدّ مكعبات الحواف أكثر من مرة واحدة.

صورة 4

رؤية المجسمات من ناحية جوانبها



80 مكعبًا

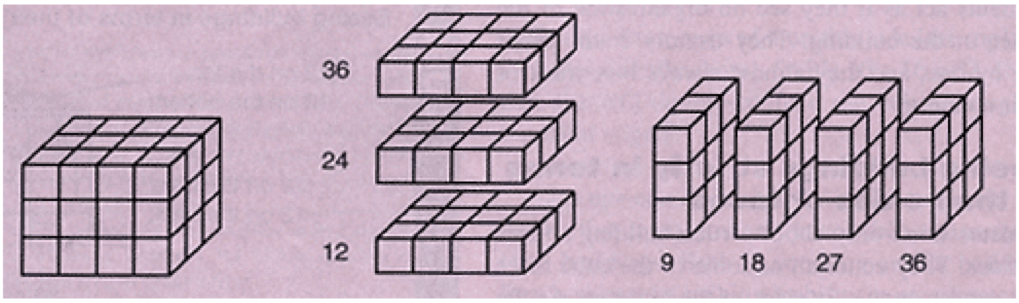
رؤية المجسمات كملء للحيز

يحاول الطلاب عدّ المكعبات،عدًّا صحيحًا أحيانًا وغير صحيح أحيانًا أخرى، خارج المجسم وداخله. ومن النمطي لهذه الفئة أن يعد الطالب جميع مكعبات الأوجه الخارجية من المجسم المبيّن في **الصورة 1**- 12 مكعبًا لكل من الأوجه الأمامية والخلفية والعلوية والسفلية وتسعة مكعبات لكلتا الجهتين اليمنى واليسرى- والوصول إلى66 مكعبُا. وبعدها يضيف الطالب مكعبين من الوسط ليصل إلى ما مجموعه 68 مكعبًا.

رؤية المجسمات كطبقات

يقوم الطلاب بتحديد عدد المكعبات في مجسم مكعبات طبقة تلو الطبقة، كما تبيّن **الصورة 5**. قد تكون الطبقات عامودية أو أفقية، وعادة ما يستخدم الطلاب أحد جوانب المجسم كممثل للطبقة. وعلى الرغم من أن بعض الطلاب الذين يستخدمون الطبقات يقومون بعدّ المكعبات في الطبقة المكعب تلو الآخر، يقوم معظمهم بحساب عدد المكعبات عن طريق الضرب أو استخدام الإضافة المتكررة.

الصورة 5: **رؤية المجسمات كطبقات**



الإستراتيجيات التي يستخدمها طلاب صفي الثالث والخامس

في مقابلات فردية، طلبنا من عدد من الطلاب ذوي تحصيلات فوق المعدل في الصفين الثالث والخامس تحديد عدد المكعبات في مجسم مبني من مكعبات (Battista and Clements 1996). وتبين لنا أن ما يقارب 60 بالمئة من طلاب الصف الثالث و20 بالمئة من طلاب الصف الخامس نظروا إلىالمجسم على أنه يتكون من الأوجه الخارجية فقط، و64 بالمئة من طلاب الصف الثالث و 21 بالمئة من طلاب الصف الخامس قاموا بعدّ بعض المكعبات أكثر من مرة واحدة. كذلك اتضح لنا أن أقل من 20 بالمئة من طلاب الصف الثالث وما يقارب 60 بالمئة من طلاب الصف الخامس استخدموا إستراتيجية الطبقات، وأنه 7 بالمئة من طلاب الصف الثالث و29 بالمئة من طلاب الصف الخامس فقط استخدموا إستراتيجية الطبقات بشكل صحيح مع مسائل المقابلة الثلاث. وبسبب كون تحصيل هؤلاء الطلاب فوق المعدل، فعلى الأرجح أن هذه الأعداد تبخس تقدير عدد المرات التي تُستخدم بها الإستراتيجيات غير المحكمة وقلة استخدام الطلاب لإستراتيجية الطبقات بشكل عام.

ومثلاً، أبلغ Ben-Chaim و Lappan و Houang (1985) أن ما يقارب 39 بالمئة من طلاب الصف الخامس حتى الصف الثامن قاموا بعدّ المكعبات أكثر من مرة واحدة. ولم يتأثر الطلاب الذين يستخدمون الإستراتيجيات كثيرًا، إذا قمنا بإعطائهم رسومات لمجسمات مبنية من المكعبات أو مجسمات من

مكعبات حقيقية (لم يُسمح للطلاب تفكيك المجسمات) ، لذلك لا نستطيع أن نعزو صعوبات الطلاب لفشلهم في فهم الرسومات.

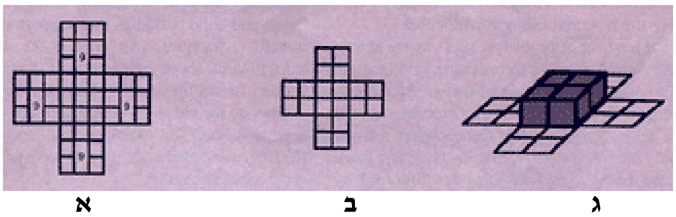
إستخدام المعادلات

أظهر بحثنا أيضًا أنه من غير المستحسن تعليم الطلاب معادلات أو مجموعة إجراءات لتحديد عدد المكعبات في مجسم مبني من مكعبات، وهي ممارسات مذكورة في كتب الرياضيات لطلاب ما دون الصف الثالث. وتمسّك 7 بالمئة من طلاب الصف الثالث و 29 بالمئة من طلاب الصف الخامس فقط بمبدأ البناء الذهني للمجسمات المبنية من مكعبات كطبقات، وهو بناء يبدو على أنه ضروريًا جدًا، لكنه غير كاف، لفهم مثل هذا الإجراء. وفي الحقيقة، بدا أن الطلاب الذين قاموا ببناء مفهوم الطبقات من قبل، فقط، هم "جاهزون" للبدء في بلورة إجراء العدّ الخاص بهم بشكل مجرد على شكل معادلة. ولكن، هنالك شك، حتى بالنسبة إليهم أيضًا، بما إذا كانت المعادلة ط × ع × إ (طول × عرض × إرتفاع) تصف إجرائم للوصول إلى عدد المكعبات في الصندوق بشكل له معنى. وفي الحقيقة يفهم معظم هؤلاء التلاميذ إجرائهم الشخصي على أنه يتكون من خطوتين واضحتين: الأولى، هم يحددون عدد المكعبات في الطبقة، عن طريق الضرب أو بطرق أخرى؛ والثانية، يصلون إلىعدد الطبقات عن طريق الضرب، الإضافة المتكررة، أو العد القفزي.

رعاية تطوير نماذج ذهنية صحيحة

قامت كيرين، وهي طالبة في الصف الثالث، برسم النموذج الذي يظهر في **الصورة 6** على ورقة مربعات، ثم قامت بعدّ 9 وحدات لكل واحد من الأوجه الأربعة، لتحديد عدد المكعبات التي تملأ الصندوق الناتج عن الرسم، واستنتجت أنه يحتوي على 36 مكعبًا. ومن أجل فحص الجواب، قامت بقص الشكل وصنع صندوقًا منه، وبنت ثلاث طبقات مكعبات 3 × 3 كاملة، ووضعتها في الصندوق- الواحد فوق الآخر- ثم قالت أنه يوجد 36 مكعبًا داخل الصندوق. ومن أجل تشجيع كيرين على التفكير مليًا في إستراتيجتها للعدّ، طلب منها المعلم أن تُخرج المكعبات من الصندوق وأن تقوم بعدّها. أخرجت كيرين الطبقات الكاملة من الصندوق ووضعت الواحدة فوق الآخرى، وقامت بعدّ أوجه المكعبات التي ظهرت على الجوانب الأربعة لتحصل ثانية على العدد 36. عندها قام المعلم بفصل الطبقات ووضعها الواحدة إلىجانب الأخرى في محاولة لإظهار الخطأ لكيرين.

الصورة **6** : نماذج كيرين والعدّ



المعلم: ما هو عدد المكعبات؟

كيرين: يجب أن يكون هناك نفس العدد.

قامت كيرين بعدّ 27 مكعباً واحدًا واحدًا، ثم بدت مذهولة. وسألها المعلم، عندها، عن عدد المكعبات التي يمكن إدخالها في الصندوق، فأجابت وهي تضع الطبقات فوق بعضها البعض 36، وعندما وضع المعلم الطبقات الواحدة إلى جانب الأخرى وطلب من كيرين أن تعدّ المكعبات، حصلت على 27، واسنتجت أن عدد المكعبات التي يمكن إدخالها في الصندوق هو 27 مكعبًا.

لم تبدو كيرين، خلال هذه الحادثة، قادرة على عدّ المكعبات المرتبة كطبقات بشكل صحيح. حتى عندما أخرجت كيرين المكعبات من الصندوق، نفس المكعبات التي قامت هي بترتيبها على شكل طبقات ذات 9 مكعبات كل واحدة منها، حافظت على إعتقادها بأن إستراتيجية عدّ أوجه المكعبات التي تراها على الجهات الأربع لمجسم مبني من مكعبات هي إستراتيجية صحيحة. وبدا أنها تستطيع التركيز في ذهنها على رؤية متعامدة واحدة من المجسم كل مرة- لم تستطع تنسيق رؤيتين أو أكثر.

بعد ذلك تباحثت كيرين مع المعلم في عدد المكعبات التي يمكن إدخالها في نموذج الصندوق 2 × 2 × 2 المفتوح الذي صنعته كيرين (**أنظر الصورة 6ب**)

كيرين: 4 + 4 + 4 + 4 (مشيرة إلىأربعة الأوجه 2 × 2 المتصلة بالقاعدة).

المعلم: ما هو عدد المكعبات الموجودة في الطبقة السفلى؟

كيرين: أربعة.

المعلم: ما هو عدد الطبقات؟

كيرين: أربع (مشيرة إلىأربعة المربعات الموجودة على أحد الوجوه).

قام معلم كيرين بوضع طبقة مكونة من 2 × 2 من المكعبات في "قاعدة" النموذج (أنظر **الصورة 6ج**) وسألها ثانية عن عدد الطبقات التي يمكن إدخالها في في الصندوق. وبدت كيرين مذهولة. وسألها المعلم إلى أين سيذهب المربعان الواقعان على جانب النموذج على للمربعات عندما يتم طي ذللك الجانب. وسألها إلى أين سيذهب المربعان التاليان الموجوان على النموذج. فكرّت كيرين في ذلك قليلاً، ثم أشارت وقالت أن المربعين سيذهبان إلى فوق المكعبين التي أشارت إليهما سابقًا.

المعلم: ما هو عدد الطبقات؟

كيرين: أعتقد أنه طبقتين.

المعلم: إذاً ما هو عدد المكعبات الموجودة هناك؟

كيرين: ثمانية.

في بداية تعامل كيرين مع المجسمات المبنية من مكعبات، كانت تقوم بعدّ المكعبات عن طريق التركيز على الأوجه الجانبية. وبينما كانت تقوم بالعدّ، بدا على أنها غير قادرة على تعقب المكعبات

في الطبقات. ولكن، المعلم ساعدها، عن طريق تقديم إرشاد كاف، في أن ترى بنية الطبقات لمجسمات $2 \times 2 \times 2$ ، الأمر الذي مكنّها من أن تعدّ المكعبات بشكل صحيح. ومع ذلك، كان فهم كيرين لمجسمات مبنية من مكعبات في هذه المرحلة لا يزال هشًّا؛ فقد إحتاجت إلىالمزيد من التجارب مع استخدام بنية الطبقات قبل أن تستطيع تطبيق هذا المفهوم على مجسمات أخرى بشكل موثوق به.

مهام التعليم

سنقوم بعد ذلك بوصف مهام التعليم التي قمنا بتطويرها لمساعدة الطلاب على بناء فهم للبناء الحيزي لمجسمات مبنية من مكعبات. يجب أن يتم عرض المسائل بطريقة تتيح للطالب أن يقوم ببناء إستراتيجيات حلول شخصية وذات معنى. ويستطيع المعلم أن ييسر بناء الإستراتيجيات ليس عن طريق "إعطاء" إجراءات الحل للطلاب، بل عن طريق تشجيع الطلاب على ابتكار الإستراتيجيات والتفكير بها واختبارها ومناقشتها علنًا بروح من الاستعلام وحل المسائل.

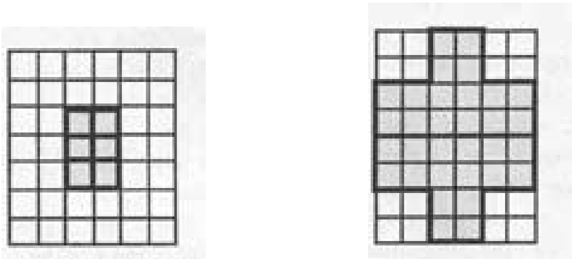
بالنسبة لجميع المستويات، يقوم الطلاب أولاً بالتنبؤ ثم يقومون باختبار تنبؤاتهم بواسطة صنع صناديق من ورق مربعات ثم تعبئتها بمكعبات لها نفس حجم المربعات الموجودة على ورق المربعات. نحن نشجع الطلاب على القيام بالتنبؤات لأن تنبؤات الطلاب تستند إلىالنماذج الذهنية الحالية لمجسمات مبنية من مكعبات. ويشجع القيام بالتنبؤات الطلاب على التفكير وصقل النماذج الذهنية. ونحن، في الحقيقة، نحاول تطوير النماذج الذهنية لدى الطلاب. إن الطلب من الطلاب مجرد بناء الصناديق وملئها بالمكعبات لا يحث تفكير الطلاب لأنه (أ) يحدّ على نحو كبير من فرص النزاع الإدراكي النابع من التناقض بين الإجابات المتوقعة والإجابات الحقيقة و (ب) يركز إنتباه التلاميذ على الفعالية الجسمانية بدلاً من التفكير بحد ذاته.

الصف الثالث

إن أهداف فعالياتنا للصف الثالث هي أن يقوم الطلاب (أ) باستكشاف بناء صناديق ومجسمات المكعبات التي تملؤها و (ب) بتطوير إستراتيجيات لتحديد عدد المكعبات في المجسمات التي يقومون ببنائها (أنظر(Battista and Clements (1995a)). نحن نطلب من الطلاب القيام بتنبؤات، لأسباب ذكرناها سابقًا. ولكن نحن لا نتوقع أن يكون طلاب الصف الثالث متضلعين في القيام بمثل تلك التبؤات.

بعد أن يتم عرض فكرة نموذج الصندوق عن طريق صنع نماذج صناديق تحتوي على مكعبات وإستكشافها، يقوم الطلاب بالتحقيق في النماذج أو الصناديق التي تحتوي على عدد كبير من المكعبات. مثلاً، بعد أن يتنبأ الطلاب عدد المكعبات التي يمكن إدخالها في صندوق مصنوع وفقًا للنموذج المبين في **الصورة 7أ**، يقومون بتحديد إجاباتهم عن طريق قص النموذج، بناء الصندوق ثم ملئه بالمكعبات.

الصورة 7 - مهام نموذج- الصندوق للصف الثالث



ב   א

في مجموعة المسائل التالية، يتم عرض النموذج الموجود في **الصورة 7ب**، مثلاً، على الطلاب ويُطلب منهم رسم الجوانب بطريقة تجعل الشكل النهائي يبدو كصندوق مفتوح يحتوي على 12 مكعبًا تمامًا. يستطيع بعض الطلاب إنهاء النموذج فقط بعد إن يقوموا ببناء مجسم مكعبات ووضعه على القاعدة. وتلي هذه الفعاليات عديد من الفعاليات التي يقوم الطلاب من خلالها بصنع الصناديق ثم تحديد عدد المكعبات التي نحتاجها لملئها.

الصف الرابع

وفقًا للفكرة بأنه من أجل قيام الطلاب ببناء نماذج ذهنية صحيحة لتشكيلات المكعبات، يجب عليهم أن ينسقوا رؤى متعامدة مختلفة، فنحن نطلب من طلاب الصف الرابع أن يقوموا بذلك فقط (Battista and Clements (1995b. نحن نطرح مثل هذه المسائل على النحو التالي:

(أ) على ورقة مربعات، قم برسم الجهة الأمامية والعلوية والجانبية لتشكيل المكعبات في **الصورة 8أ**. قم بفحص ذلك عن طريق بناء التشكيل من المكعبات.

(ب)قم باستخدام المكعبات "المتصلة" لصنع تشكيلة المكعبات ذات ثلاث جهات التي تظهر في **الصورة 8ب**.

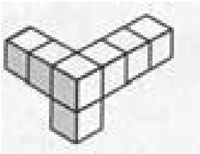
الصف الخامس

في الصف الخامس، نحن نركز على أن يقوم الطلاب بتطوير إستراتيجيات للتنبؤ الدقيق لعدد المكعبات أو الحزمات التي نحتاج إلى إدخالها لملء صندوق مستطيل (أنظر ((Battista and Clements (1995. ويفحص الطلاب تنبؤاتهم عن طريق صنع الصناديق وملئها بالمكعبات. تشجع هذه الفعاليات الطلاب على تطوير النماذج الذهنية للصناديق ومجسمات المبنية من مكعبات التي تدعم إستراتيجيات العدّ القابلة للتطبيق. إن هدفنا هو أن يتعلم الطالب أن يفكر بمجسمات المكعبات

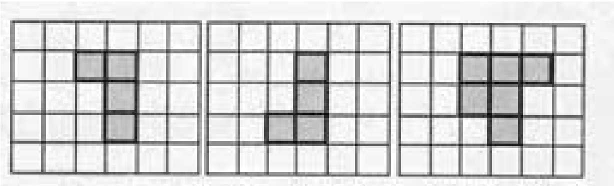
بتعابير الطبقات واستخدام إستراتيجيات العدّ الملائمة للقيام بعدّ المكعبات وفقًا لمفهوم الطبقات هذا. مثلاً، "تحتوي الطبقة على 12 مكعبًا، وهنالك 5 طبقات، إذاً يوجد هنالك 60 مكعبًا.

يبدأ الطلاب مع مسائل مثل المسائل في **الصورة 9**، والتي يقومون بموجبها بتنبؤ عدد المكعبات التي تلائم الصندوق، ثم يقومون بفحص إجاباتهم عن طريق بناء الصندوق وملئه بالمكعبات. ويجب إعطاء عدد من المسائل من كل نوع. وينبغي على الطلاب فحص تنبؤاتهم على الصندوق قبل الانتقال إلىالصندوق التالي. ويعطي تسلسل المسائل هذا الطلاب فرصة بناء إستراتيجيات شخصية ذات معنى لتنبؤ عدد المكعبات في الصندوق.

الصورة 8 - مهام الصف الرابع



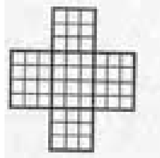
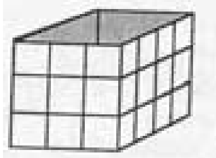
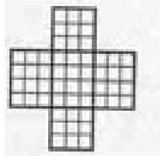
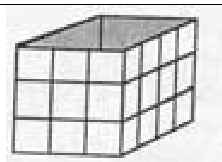
א



رؤية أمامية　　رؤية علوية　　رؤية جانبية

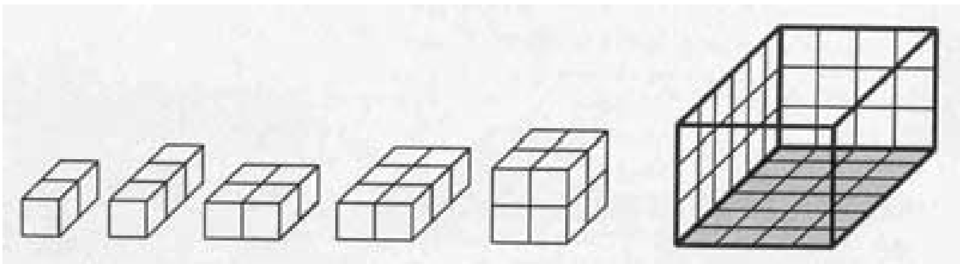
ב

الصورة 9: مهام الصف الخامس "ما هو عدد المكعبات؟"

النموذج	الصندوق	
		مسألة من النوع 1: يتم إعطاء صورة الصندوق وصورة النموذج.
		مسألة من النوع 2: يتم إعطاء صورة نموذج الصندوق فقط
		مسألة من النوع 3: يتم إعطاء صورة الصندوق فقط.
	طول الجانب السفلي من الصندوق 6 مكعبات وعرضه 5 مكعبات. إرتفاع الصندوق 4 مكعبات.	مسألة من النوع 4: يتم إعطاء وصف كلامي للصندوق.

بعد ذلك، يقوم الطلاب بتنبؤ عدد رزمات المكعبات بأحجام مختلفة التي يمكن إدخالها إلىالصندوق، وفحص إجاباتهم ثانية عن طريق بناء الصناديق وملئها بالرزمات (أنظر **الصورة 10**). الهدف هو ضمان أن يقوم الطلاب عمليًا بتخيل ترتيب المكعبات أو الرزمات في الصناديق بدلاً من إستخدام إجراء عدّ لا يفهمونه.

الصورة 10: مهام الصف الخامس "ما هو عدد الرزمات؟"



الخلاصة

يقترح بحثنا أن تطوير إستراتيجيات الطلاب لعدّ مكعبات ذي معني في مجسمات مبنية من مكعبات، وهي فكرة أساسية في فهم قياس الأحجام، هو أمر أصعب بكثير مما إعتقدناه من قبل. لقد رأينا أن مصدر الصعوبات، بالنسبة للعديد من الطلاب، هو عدم القدرة على التنسيق ودمج رؤى المجسم من أجل تشكيل نموذج ذهني واحد متماسك لها. لكي يقوم الطلاب ببناء نماذج ذهنية ملائمة

وإستراتيجيات شخصية ذات معنى للقيام بعدّ المكعبات في مجسم مبني من مكعبات، يجب عليهم أن يكونوا ضالعين في مهام إرشادية ملائمة-مهام تشجع تطوير شخصي لإستراتيجيات عدّ تستند إلى نماذج ذهنية ملائمة لمجسمات المكعبات,

إفكار لأبحاث عمل

1. قم بتقييم إستراتيجيات طلابك لعدّ مكعبات في مجسم مكعبات بواسطة (أ) الطلب منهم تحديد عدد المكعبات التي نحتاجها لبناء المجسم الذي يظهر في **الصورة 1**، (ب) الطلب منهم أن يفسروا خطيًا كيفية الوصول إلىإجاباتهم و (ج) الطلب منهم مشاركة نتائجهم وإستراتيجياتهم. قم بتصنيف إستراتيجية كل طالب عن طريق الرجوع إلىالإستراتيجيات التي تم وصفها في الجزء من هذا المقال الذي يصف نماذج الطلاب الذهنية.
2. قم بمواصلة الطلب من الطلاب تحديد المكعبات في مجسمات مكعبات متنوعة على امتداد عدد من الأشهر. أطلب منهم أن يصفوا إستراتيجياتهم، خطيًا، ثم القيام بعرضها على الصف. قم بتسجيل إستراتيجية كل طالب، ثم انتبه للتغييرات التي قد تطرأ على التقييمات السابقة.

المصادر:

Battista, Michael T. "On Greeno's Environmental/Model View of Conceptual Domains: A spatial/Geometric Perrspective." *Journal for Research in Mathematics Education* 25 (January 1994): 86-94.

Battista, Michael T., and Mary Berle-Carman: *Containers and Cubes.* Palo Alto. Calif.:Dale Seymour Publications,1995.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements. *Exploring Solids and Boxes. .* Palo Alto. Calif.: Dale Seymour Publications,1995a.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements. *Seeing Solids and Silhouetts. .* Palo Alto. Calif: Dale Seymour Publications,1995b.

Battista, Michael T. and Douglas H. Clements."Students' Understanding of Three-Dimensional Rectangular Arrays of Cubes" . *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (May 1996): 258-292.

Ben-Chaim, D., G. Lappan, and R.T. Houang. "Visualizing Rectangular Solids Made of Small Cubes: Analyzing and Effecting Students' Performance." *Educational Studies in Mathematics* 16 (1985): 389-409.