

הוראת המספר בגיל הרך

Early Number Instruction

מאת: Arthur J. Baroody and Alexis Benson

הופיע ב: Teaching Children Mathematics, Vol. 8, No. 3, November 2001, pp. 154-158

תרגום: ברכה סגליס

פיתוח הבנה של מספר היה מבחינה היסטורית במוקד הוראת מתמטיקה בגיל הרך והבסיס להוראה שלאחר מכן. מתי צריך להתחיל את "הוראת" המתמטיקה? באילו נושאים צריכים מאמצי ההוראה הראשונית להתמקד? כיצד יש להוציא לפועל מאמצים כאלו? מאמר זה מטפל בשאלות הללו.

מתי צריכה הוראת מתמטיקה להתחיל?

הדעות לגבי הזמן בו צריך להתחיל את הוראת המספר מגוונות מאוד. האם ראוי לדחות את ההוראה עד גיל 7 בערך, כאשר לילדים יש יכולת אינטלקטואלית מתאימה (ראה, למשל פיאזיה [1965])? האם המאמצים לקדם את מושג המספר צריכים להתחיל מוקדם יותר – אחרי שילדים שולטים במיומנויות כמו ספירה של אוסף פריטים (כלומר, מנייה), או לפחות אחרי שהם מתחילים להגיד מילות מספר ברצף הנכון (ראה, למשל [Ginzburg 1977]; Baroody [1987])? או שמא עליה להתחיל לפני שילדים יכולים לספור (ראה [Huttenlocher, Jordan, and Levine 1994]) או אפילו לפני שהם מתחילים לחול (ראה [Wynn 1998])?

המחקר שנערך במהלך שלושים השנים האחרונות טוען שילדים לפני גיל ביה"ס יש יותר יכולת מאשר היה מקובל על חוקרים בעבר (James 1890; Piaget 1965; Thorndike 1922). לאמיתו של דבר, כמה מהחוקרים טענו, באופטימיות רבה מדי אולי, שתינוקות יכולים לספור ללא שימוש במילות מספר ואפילו יכולים לבצע חישובים פשוטים, כמו לזהות שפריט אחד הנוסף לפריט אחר נותנים שניים (Gelman and Gallistel 1978; Wynn 1998). למרות שהסוגיה האם תינוקות באמת מבינים את המספר אינה ברורה (למשל [Mix, Levine, and Huttenlocher 2001]), אנו כן יודעים שילדים בגילאים שבין 18 חודשים ל 3½ שנים לומדים הרבה אודות הרעיונות העיקריים של המספר.

אילו נושאים צריכה ההוראה הראשונית לכסות?

אילו רעיונות יסודיים אודות המספר מנסים בני 1½ עד 3½ להבין? הסעיפים הבאים דנים בארבעה מתוך רעיונות אלו:

1. **אוסף מורכב ממספר מדויק של פריטים בודדים.** Mix, Levine, and Huttenlocher (2001) טענו שתינוקות אינם מבחינים בין כמויות בדידות (אוספים של פריטים נפרדים) וכמויות רציפות (אורך או שטח), ושהם משתמשים באותו מכניזם כדי להגיע להערכות לא מדויקות של שני סוגי הכמויות. במילים אחרות, תינוק יכול להתבונן באוסף של שלושה פרצופים ובגודל של בובה במחשבה של מידת המרחב שכל אחד מהם תופס בקירוב, או בערך באורך הכללי של קווי המתאר שלהם. לדוגמה, מדלין בת ה-15 חודשים, בחרה את השורה הארוכה יותר של ארבע קוביות מרווחות

1

Translated and reprinted with permission from *Teaching Children Mathematics*, copyright © 2001 by the National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation

והשאירה את השורה הקצרה יותר של חמש קוביות צפופות לאחיה התאום, משום שהשורה הראשונה נראתה כ"יותר" מן השורה השנייה. צעד חשוב בדרך להבחנה בין כמויות רציפות ובדידות והבנה של המספר (זיהוי וייצוג מדויק של כמה פריטים יש באוסף), יכול להיות בניית מושג בסיסי של התאמה חד-חד-ערכית (Mix, Levine, and Huttenlocher 2001).

2. **הבנה בסיסית של התאמה חד-חד-ערכית כרוכה בהכרה בכך שהפריטים הנפרדים (עצמים או פעולות) באוסף אחד יכולים להתאים לאילו של אוסף אחר.** המחקר מראה שילדים יכולים להשתמש במודל גלוי של אוסף אחד כדי ליצור אוסף תואם ללא ספירה (ראה, למשל, Wynn [1990]), ויכולים להצביע על פריטים באוסף בדרך של אחד לאחד לפני שהם מסוגלים לספור אוספים (Beckwith and Restle 1966). ילדים יכולים גם להשתמש בייצור לא מילולי, היכולת ליצור אוסף תואם לאוסף שאינו נראה לעין אבל מיוצג באופן מנטלי, לפני שהם לומדים לספור אוספים. לדוגמה, Mix (2001) ציינה שבנה בן ה-21 חודש הכין שתי מנות בשביל שני כלבים שהיו בחדר אחר תוך כדי האמירה, "זה בשבילו [הכלב הראשון], וזה בשבילו [הכלב השני]". התאמה חד-חד-ערכית אינטואיטיבית כזו במצבי יומיום, יכולה לסייע בהנחת היסודות להבנה לא פורמלית של שקילות מספרית ושל המספר.

3. **המספר הוא דרך חשובה למיין דברים.** צעד חשוב נוסף לקראת הבנת המספר הוא הכרה בכך שהוא תכונה חשובה, כמו צבע, גודל ומשקל, למיין דברים ולכן, לזיהוי והשוואה ביניהם. ואמנם Mix, Levine, and Huttenlocher (2001) הגיעו למסקנה ש"הבנה של כמות אינה יכולה להופיע לפני ההכרה בקטגוריות אחרות" (עמוד 173). למרות שתהליך זה של מיין מתחיל קרוב לודאי לפני שהשפה מתפתחת, השפה מספקת כינויים המקדמים ומאיצים את התהליך. התבוננו, למשל, בהתפתחות של בלייק בן ה-21 חודש. הוא למד להשתמש במילות צבע כדי לאפיין פריטים לפני שעשה אותו הדבר עם מספרים. בהתאמה לתצפיות של Sandhofer and Smith (1999), הוא השתמש בהתחלה במילות צבע ללא הבחנה. לאחר מכן, הוא התחיל להשתמש במילת צבע אחת, אחרי כן במספר מילים, בדיוק הולך וגדל. פריצת הדרך שלו נבעה אולי מן ההכרה בכך שצבע מסייע לזיהוי עצמים. באופן דומה, בלייק למד את מילות המספר **שתיים**, **שלוש** ו**ארבע**, אך ניכר היה שאינו מייחס להם משמעות. הילד אז אולי הבין שמספרים הם גם כן שימושיים לאפיון עצמים בסביבה ובהדרגה השתמש ב**שתיים** ולאחר מכן ב**שלוש** באופן מובחן יותר ויותר לזיהוי אוספים (אפילו לפני שהוא ספר שני עצמים באופן מהימן).

4. **מה שיוצר אוסף לא תלוי במראה החיצוני.** בניגוד לתכונות פיזיות שניתן לחוש בהן באופן ישיר, כמו צבע, גודל ומשקל, המספר הינו "תכונה" מופשטת משום שהאוספים שהמספר משמש לזיהויים ולייצוגם יכולים להיות מוגדרים באופן שרירותי. לדוגמה, אם יכולה לבקש את בנה, שמשחק עם שתי קוביות ושתי חיות צעצוע, לשים במקום את "הקוביות" או את "הצעצועים". ההוראה הראשונה מתייחסת לאוסף של שתי הקוביות, ההוראה השנייה מתייחסת לכל ארבעת הפריטים. נוסף על כך, ניתן להרכיב אוסף מפריטים השונים זה מזה מבחינה פיזית, כמו כפתור כחול, כפתור אדום, קוביית משחק שחורה, ומטבע זהובה, הממחישים, שוב, את האופי המופשט של המספר. ניתן גם לאפיין **כמותו מספר** שני אוספים הומוגניים שאין ביניהם שום דמיון חיצוני, כמו ● ● ● ו ● ● ●. למעשה, אוסף אחד של פריטים שונים (למשל, ● ■ ◆) ואוסף אחר של פריטים

אחרים שונים (למשל, ♣ ♥ ▼) ניתנים לאפיון כאותו מספר. תכונה מופשטת זו מסייעת להסביר מדוע ילדים משתמשים במספר כקטגוריה מאוחר יותר מאשר השימוש שלהם בתכונות פיזיות, כמו צבע, ורק בהדרגה יכולים לראות את השוויון של אוספים, שהשוני שלהם במראה שונה הולך וגדל (Mix, Levine, and Huttenlocher 2001).

כיצד יש ליישם את ההוראה הראשונית?

על מנת לעזור לילדי הגיל הרך להבין את המושגים הבסיסיים שביסוד המספר נדרש סוג שונה של הוראה מאשר זו המוצעת בחשיבה הקונבנציונלית. אנשים רבים חושבים שללמד זה להגיד או להראות לילדים את הדבר שהם צריכים לדעת, ולאחר מכן לבקש מהם לחקות את מה שראו ולהתאמן בזה. להוראה ישירה כזו יש ללא ספק תפקיד בקידום הידע על המספר. לדוגמה, הקראה חוזרת של ספרי ילדים שיש בהם ספירה עד עשר ובקשה מן הילדים לחקות את הקריאה, יכולה לסייע לילדים ללמוד את הרצף השרירותי של מילות המספר. הדגמה (modeling) יכולה גם כן להיות מועילה בהבלטת תהליך ההתאמה, למשל הכנת שתי צלחות עבור שני אנשים ואמירה, "צלחת בשבילך וצלחת בשבילי". אולם, תארו לעצמכם מטפלת המסבירה שוב ושוב לילד, "אוסף מורכב ממספר מדויק של פריטים נפרדים" או "המספר הוא דרך חשובה למיון עצמים". רק מישהו שכבר מבין את המושגים יכול להפיק משמעות מהיגדים אלו, ולא נראה שהיגדים אלו יעזרו לילדים צעירים ללמוד את המושגים. במילים אחרות, תובנת המספר אינה דבר שניתן לאכוף באופן ישיר על ילדים.

איור 1: האסטרטגיה של אריאנה במשחק המגדל

תיאור	הערות
אריאנה מכריזה באופן ספונטני, "אני הולכת לבנות את המגדל שלי עד עשר [דיסקיות דמקה]."	כנראה שאריאנה משווה 'עשר' עם מיקום או מרחק ולא עם אוסף של מספר מסוים של פריטים. שימו לב שמספרים יכולים, בקונטקסטים אחרים, לשמש כמצייני מיקום או מרחק במקום גודל של אוסף.
האורח העיר, "מגדל עד עשר. בסדר, תבני את המגדל שלך עד עשר"	
"איפה עשר?" שאלה אריאנה	
אמא שלה הגיבה, "איפה עשר? עשר זה מספר... תצטרכי לספור אותם כדי לבנות עשר, נכון? את זוכרת איך ספרנו כסף, 'אחד, שניים'?"	האם הבחינה באופן אינטואיטיבי בפירוש המוטעה למספר של ילדה, נתנה לה משוב, וקשרה את המצב החדש של מניית דיסקיות דמקה למצב מוכר של מניית כסף. שימו לב שהיכולות הראשוניות של ילדים בתחום המספר עשויות להיות מאוד ספציפיות למצב מסוים והם עשויים להזדקק לעזרה בקישור מצבים חדשים לפעילויות שהם כבר מסוגלים לבצע.
אריאנה ספרה "אחד" בזמן שהניחה דיסקית דמקה אחת בידה, "שניים" בזמן שהניחה דיסקית דמקה שנייה, "שלוש" ללא הוספה של דיסקית דמקה, "ארבע" בזמן שהניחה דיסקית דמקה שלישית, ו"חמש, שש, שבע, שמונה, תשע, עשר" בזמן שהניחה דיסקית רביעית בידה.	אריאנה ככל הנראה מכירה בכך שמנייה של אוסף כרוכה באמירת מילות המספר ברצף תוך כדי הרמה, או הצבעה, על פריטים. עם זאת ברור שהיא עדיין לא בקיאה במושג של התאמת מילת מספר אחת לפריט אחד. המבוגרים לא התערבו משום שמניית עשרה פריטים היתה קרוב לודאי משימה קשה מדי לילדה באותו הזמן. שימו לב שאריאנה השתמשה במילת המספר 'ארבע' לייצוג של אוסף "גדול".

כאשר "מלמדים" את ילדי הגיל הרך מתמטיקה, המטפלים צריכים, לכל היותר, ליצור הזדמנויות או "בעיות" שהילדים יכולים לחקור, לאפשר להם להמציא אסטרטגיות משלהם, ולפעול הדדית איתם בזמן שהם חושבים או עובדים על הסיטואציות (Anderson 1997). קחו למשל את הפעילות של אריאנה בת השנתיים, כאשר אורח נתן לה דיסקיות דמקה כדי לשחק משחק מתמטי. כפי שהתיאור שבאיור 1 מראה, אריאנה השתמשה בדמקה כדי להמציא משחק משלה של בניית מגדל, והמבוגרים שהיו נוכחים פעלו בחכמה והצטרפו.

התאמה חד-חד-ערכית

כדי לעזור לילדים צעירים להתמקד בפריטים נפרדים, כמויות מדויקות, והתאמה חד-חד-ערכית, יכולות מטפלות לנצל מצבי יומיום שיש בהם התאמות. בתחילה, יש למקד את המאמצים על פריט אחד או שניים, אח"כ על שלושה, ומאוחר יותר על ארבעה. בהוראות הבאות, לדוגמה, שימו לב שהבקשות לא מערבות מספרים: "הבא לי את הכפית". "קח תפוח". "הבא מגבת בשביל אמא ומגבת בשביל התינוק". "תן לכל כלב עוגייה". כאשר הילד מתחיל להכיר את מילת המספר אחד, או כדי לעזור לילד להכיר מונח זה, שלבו אותו בבקשות של ההתאמות, כמו למשל "קח רק עוגייה אחת" או "שים כוס אחת על כל מפית".

על מנת לקדם ייצוג מנטלי של כמויות מדויקות של פריטים נפרדים, ניתן לבקש התאמות עבור אוספים שאינם גלויים אך שנצפו קודם לכן. לדוגמה, בקשו מילד שיושב ליד שולחן עם שני חברים ללכת למטבח ולהביא עוגייה בשביל כל אחד בשולחן. "משחק ההסתרה" יכול להיות דרך משעשעת לתרגל מיומנות זו בדרך ללא מילים (ראו איור 2).

איור 2: "משחק ההסתרה"

(מבוסס על משימה שפותחה ע"י [Huttenlocher, Jordan, and Levine 1994])

מטפלת מניחה אחת עד ארבע דיסקיות על המשטח שלה, מעודדת את הילד להתבונן באוסף, מכסה את האוסף ואומרת, "עשה על המשטח שלך בדיוק כמו שאני עשיתי". לאחר מכן הילד מנסה להעתיק את האוסף המוסתר. שימו לב, שבהתחלה ילדים צעירים אולי יצטרכו וירצו להציץ. הרשו להם לעשות זאת, אבל בהדרגה עודדו אותם להגיב ללא הצצה. ניתן לשחק במשחק זה עם ילד בודד או עם קבוצה קטנה של ילדים. במקרה כזה, לכל ילד יהיה המשטח הפרטי שלו.

המספר כתכונה

לאחר שילדים רוכשים ניסיון במיון עצמים על פי מאפיינים פיזיים ברורים כמו גודל וצבע (למשל, "הבא את הכדור האדום"), ניתן לעזור להם להכיר בכך שמספר יכול להיות בעל ערך למיון דברים במגוון של דרכים. מטפלות יכולות לנצל מצבי יומיום כדי לקדם הכרה זו. לדוגמה, ניתן להגיד לילדים, "הצבעים נמצאים במגירה שיש לה רק ידית אחת" או, "אני אוהבת את החתלתולה עם שני הכתמים השחורים". "משחק אותו הדבר" המתואר באיור 3 – כמו המשחק המתואר באיור 2 – מדגים כיצד ניתן להסב את תשומת לבם של ילדים למספר אפילו לפני שהם משתמשים במילות מספר בצורה מהימנה.

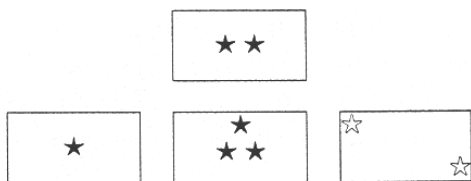
הגדרה של אוסף

אפילו לפני שילדים יכולים למנות בדייקנות אוספים קטנים של דברים, הם יכולים להתחיל את התהליך של הגדרת אוסף. לדוגמה, אם נמצאות שתי קוביות כחולות וקובייה אחת אדומה, המטפלת יכולה לבקש מהילד, "תן לי את הקוביות הכחולות". "משחק ההסתרה" המתואר באיור 2 ניתן להתאמה כך שיאפשר תרגול של מיון. לדוגמה, מטפלת יכולה לשים שתי דיסקיות כחולות ודיסקית אחת אדומה על המשטח שלה, לכסות את המשטח, ולבקש, "עשה על המשטח שלך בדיוק כמו שאני עשיתי". עם הזמן, הבקשה יכולה להשתנות ל- "כמה דיסקיות כחולות אני מסתירה?" בתחילה, הילד יכול להגיב בהנחת דיסקיות כחולות על המשטח שלו, בהמשך, בציון המספר. ניתן לקדם הבנה מופשטת יותר של אוספים במצבי יומיום בעזרת בקשות פשוטות, כמו, "שים את כל הבגדים המלוכלכים שלך בסל", או "חזור את כל הצעצועים למדף." (ראוי לציין, שאפילו מתבגרים מוצאים קושי להבין או להגיב לבקשות כאלה). ניתן להפוך את המשחק המתואר באיור 2 למאתגר יותר על ידי שימוש בפריטים שונים לבניית אוסף, ומתן מבחר של פריטים שונים לילד כדי לבנות אוסף זה על המשטח שלו. כאשר ילדים לומדים מילות מספר או את המיומנות של מניית אוסף בדרך של התאמה חד-חד-ערכית, ניתן בתחילה לבקש מהם לזהות את מספר הפריטים של אוספים קטנים והומוגניים, ולאחר מכן באוספים קטנים של פריטים שונים. באופן דומה, ניתן לבקש מילדים להשוות שני אוספים הומוגניים, ולאחר מכן, שני אוספים הטרוגניים, המורכבים מעצמים שונים (ראו דוגמאות 1 ו-2 בהתאמה, באיור 4).

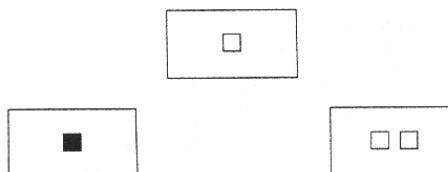
איור 3: "משחק אותו הדבר"

מטפלת מוציאה כרטיס, או מניחה שני כרטיסי "בחירה" לפני הילד (ראו דוגמה 1), ומבקשת מהילד להתאים את הכרטיס שלו לכרטיס שלה "לאיזה משלך יש אותו מספר כמו לשלי?" ניתן להפוך את המשחק למאתגר יותר על ידי הוספת בחירה שלישית או הגדלת מספר הפריטים המופיעים (ראו דוגמה 2). שימו לב בדוגמאות, שאם הילד משתמש בצבע, צורה, שטח, צפיפות, אורך או סך כל ההיקף (סך כל המרחק מסביב לגבולות החיצוניים של כל הפריטים באוסף) כדי להחליט איזה כרטיס לבחור, אזי תשובתו תהייה שגויה או לא עקבית.

דוגמה 2

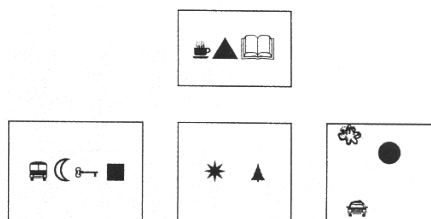


דוגמה 1

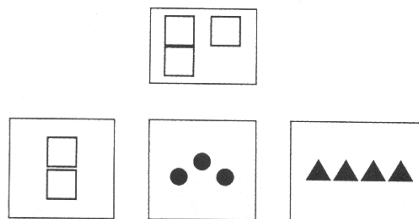


איור 4: גרסה מתקדמת של "משחק אותו הדבר"

דוגמה 2: הגרסה הקשה ביותר



דוגמה 1: גרסה קשה יותר



הכרטיס של
המטפלת

אפשרויות
הבחירה
של הילד

מסקנות

ילדים בגילאים שבין $\frac{1}{2}$ שנים ל- $\frac{3}{2}$ שנים יכולים, ללא ספק, להפיק תועלת מהוראה מתמטית לא פורמלית, וההזדמנויות ליזום למידה מתמטית משמעותית הינן בלתי מוגבלות (ראו, למשל, Fromboluti and Rinck [1999]). מטפלות ומחנכים של הגיל הרך יכולים להניח בסיס מוצק ללמידת המתמטיקה של בית הספר, באמצעות הכנה של סביבה מתמטית עשירה עבור ילדים.

ביבליוגרפיה

- Anderson, Ann. "Families and Mathematics: A Study of Parent-Child Interactions." *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (July 1997): 484-511.
- Baroody, Arthur J. *Children's Mathematical Thinking: A Developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers*. New York: Teacher's College Press, 1987.
- Beckwith, Mary, and Frank Restle. "Process of Enumeration." *Psychological Review* 73 (1966): 437-44.
- Fromboluti, Carol S., and Natalie Rinck. *Early Childhood: Where Learning Begins – Mathematics*. Jessup, Md.: U.S. Department of Education, 1999.
- Gelman, Rachel, and C. Randy Gallistel. *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1978.
- Ginsburg, Herbert P. *Children's Arithmetic: The Learning Process*. New York: D. Van Nostrand Co., 1977.
- Huttenlocher, Janellen, Nancy C. Jordan, and Susan C. Levine. "A Mental Model for Early Arithmetic." *Journal of Experimental Psychology: General* 123 (1994): 284-96.
- James, William. *Principles of Psychology*. New York: H. Holt & CO., 1890.
- Mix, Kelly S. "The Differentiation of Continuous and Discrete Quantification." In *The Role of Overall Amount in Early Quantification*. Symposium conducted at the biennial meeting of the Society for Research in Child Development, Minneapolis, Minnesota, April 2001.
- Mix, Kelly S., Susan C. Levine and Janellen Huttenlocher. *Math without Words: Quantitative Development in Infancy and Early Childhood*. New York: Oxford University Press, 2001.
- Piaget, Jean. *The Child's Conception of Number*. New York: W. W. Norton & Co., 1965.
- Sandhofer, Catherine M., and Linda B. Smith, "Learning Color Words involves Learning a

System of Mapping.” *Developmental Psychology* 35 (May 1999): 668-79.

Thorndike, Edward L. *The Psychology of Arithmetic*. New York: Macmillan Co., 1922.

Wynn, Karen. “Children’s Understanding of Counting.” *Cognition* 36 (1990): 155-93.

----- . “Numerical Competence in Infants.” In *The Development of Mathematical Skills*, edited by Chris Donlan, pp. 1-25. Hove, East Sussex, U.K.: Psychology Press, 1998.